Tabakalı Kompozit Plaklarda Tabaka Dizilimi ve Sayısının Burkulma Davranışına Etkisi

Fırat Can Önder

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Mayıs 2025

Effect of Stacking Sequence and Number of Layers on the Buckling Behavior of Laminated Composite Plates

Fırat Can Önder

MASTER OF SCIENCE THESIS

Department of Civil Engineering

May 2025

Tabakalı Kompozit Plaklarda Tabaka Dizilimi ve Sayısının Burkulma Davranışına Etkisi

Fırat Can Önder

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği Uyarınca
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
Mekanik Bilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
olarak hazırlanmıştır.

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Uğur ALBAYRAK

Mayıs 2025

ONAY

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yüksek Lisans **Fırat Can ÖNDER**'in YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı "Tabakalı Kompozit Plaklarda Tabaka Dizilimi ve Sayısının Burkulma Davranışına Etkisi" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek oybirliği ile kabul edilmiştir.

Danışman : Dr. Öğr. Üyesi Uğur ALBAYRAK

İkinci Danışman : -

Yüksek Lisans Tez Savunma Jürisi:

Üye: Dr. Öğr. Üyesi Uğur ALBAYRAK

Üye: Doç. Dr. Mehmet CANBAZ

Üye: Prof. Dr. Mehmet Uğur TOPRAK

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ……..…….. tarih ve ……..……. sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. ....

Enstitü Müdürü

ETİK BEYAN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Dr. Öğr. Üyesi Uğur ALBAYRAK danışmanlığında hazırlamış olduğum "Tabakalı Kompozit Plaklarda Tabaka Dizilimi ve Sayısının Burkulma Davranışına Etkisi" başlıklı Yüksek Lisans tezimin özgün bir çalışma olduğunu; tez çalışmamın tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallarına uygun davrandığımı; tezimde verdiğim bilgileri, verileri akademik ve bilimsel ilke ve kurallara uygun olarak elde ettiğimi; tez çalışmamda yararlandığım eserlerin tümüne atıf yaptığımı ve kaynak gösterdiğimi ve bilgi, belge ve sonuçları bilimsel etik ilke ve kurallara göre sunduğumu beyan ederim. 27/05/2025

Fırat Can ÖNDER

İmza

ÖZET

Bu tez çalışmasında, cam/epoksi esaslı tabakalı kompozit plakların burkulma davranışları, farklı tabaka dizilimleri ve lif oryantasyonları altında sayısal olarak analiz edilmiştir. Çalışmada, kompozit plakların yapısal kararlılığına etki eden temel parametreler olan tabaka yönelimi, dizilim türü (simetrik, antisimetrik, ortotrop) ve yükleme koşulları (tek eksenli, çift eksenli) dikkate alınmıştır. Literatür incelemelerinde, kompozit yapıların mekanik performansını artırmak amacıyla tabaka düzeninin büyük öneme sahip olduğu vurgulanmış ve klasik tabakalı plak teorisine dayalı sayısal çözüm yöntemlerinin bu tür problemlerde yaygın olarak kullanıldığı görülmüştür. Analizler, ANSYS MAPDL sonlu elemanlar yazılımı ile entegre çalışan Python tabanlı bir otomasyon kodu yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Plak geometrisi, malzeme özellikleri, sınır koşulları ve yükleme tipleri sabit tutularak yalnızca tabaka dizilimi ve yönelimi parametreleri değiştirilmiş; bu sayede farklı yapıların karşılaştırmalı olarak değerlendirilmesi sağlanmıştır. Lif oryantasyonları, tabaka sayısı ve dizilim türleri sistematik şekilde değiştirilerek, her senaryo için kritik burkulma yükü hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre, simetrik dizilimli plaklar genel olarak ortotrop yapılara kıyasla daha yüksek burkulma dayanımı sergilemiştir. Antisimetrik dizilimler ise bazı durumlarda simetriye yaklaşan değerler üretmiş, ancak tabaka sayısına duyarlı bir davranış göstermiştir. Lif açısının arttırılması ile burkulma yüklerinde değişkenlik gözlenmiş; özellikle 45° ve 60° gibi yönelimlerin kritik burkulma yükünü artırdığı belirlenmiştir. Ayrıca, yükleme türüne bağlı olarak yapının burkulma tepkisi de farklılaşmakta; çift eksenli yükleme altında daha karmaşık ancak dengeli bir davranış gözlenmektedir. Sonuç olarak, bu tezde geliştirilen parametrik analiz yaklaşımı, farklı kompozit plak tasarımlarının burkulma dayanımı açısından değerlendirilmesinde etkin ve hızlı bir yöntem sunmakta; mühendislik uygulamaları için tasarım rehberi niteliği taşımaktadır.

Anahtar Kelimeler: Tabakalı kompozit plak, cam/epoksi, burkulma, kritik burkulma yükü, lif oryantasyonu, tabaka dizilimi, sonlu elemanlar yöntemi

SUMMARY

In this thesis, the buckling behavior of laminated glass/epoxy composite plates was investigated numerically under various stacking sequences and fiber orientation angles. The study focused on key parameters influencing the structural stability of composite plates, including stacking arrangement (symmetric, antisymmetric, and orthotropic), fiber orientation, and loading conditions (uniaxial and biaxial). A review of the literature highlighted the critical role of stacking design in enhancing mechanical performance and the widespread application of Classical Laminate Plate Theory in such analyses. All simulations were performed using the ANSYS MAPDL finite element platform, with automation facilitated by a custom Python script. While plate geometry, boundary conditions, and material properties were kept constant, stacking configurations and fiber orientations were systematically varied. The critical buckling load was calculated for each configuration, enabling a comparative assessment of their structural responses. The results showed that symmetric stacking generally offered higher buckling resistance than orthotropic arrangements. Antisymmetric sequences demonstrated variable performance depending on the number of layers. Changes in fiber orientation significantly influenced buckling strength, with 45° and 60° angles yielding improved performance. Moreover, the type of loading had a notable impact on buckling behavior; biaxial loading resulted in more balanced yet complex deformation modes. In conclusion, the parametric analysis approach presented in this study provides an efficient and robust method for evaluating the buckling performance of composite plate designs and offers valuable insights for structural engineering applications.

Keywords: Laminated composite plate, glass/epoxy, buckling, critical buckling load, fiber orientation, stacking sequence, finite element method

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim süresince bilgi birikimi, yönlendirmeleri ve desteğiyle bana yol gösteren, akademik gelişimime büyük katkılarda bulunan değerli hocam Dr. Öğr. Üyesi Uğur ALBAYRAK'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmamın yürütülmesi ve şekillenmesinde gösterdiği rehberlik, sabır ve katkılarından dolayı Dr. Mustafa Haluk SARAÇOĞLU'na şükran borçluyum.

Lisans eğitimimden bu yana akademik yolculuğumda ve hayatın her alanında bana ışık tutan, örnek kişiliğiyle her zaman ilham aldığım saygıdeğer hocam Prof. Dr. Hakan ÖZBAŞARAN'a sonsuz teşekkür ederim.

Bugünlere gelmemde en büyük paya sahip olan aileme; her zaman yanımda olan, koşulsuz desteğiyle güç veren kıymetli babam Emin ÖNDER'e, sevgi ve özverisiyle bana her daim güven aşılayan annem Nazmiye ÖNDER'e ve her zaman yanımda hissettiğim değerli abim Cemal Cem ÖNDER'e gönülden teşekkür ederim. Varlığınız, tüm başarılarımın temelidir.

Hayatımın her anında yanımda olan, desteği ve anlayışıyla tüm zorlukları kolaylaştıran Duygu ÇELİK'e teşekkür ederim. Varlığın bu sürecin en kıymetli parçalarından biri olmuştur.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET……...vi
SUMMARY……...vii
TEŞEKKÜR……...viii
İÇİNDEKİLER.....ix
ŞEKİLLER DİZİNİ……xii
ÇİZELGELAR DİZİNİ……xiv
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ……..xv
1. GİRİŞ VE AMAÇ……1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI…….....3
3. MATERYAL VE YÖNTEM……..14
3.1. Tabakalı Kompozit Malzemeler……14
3.2. Tabakalanma Teorileri……15
3.2.1. Klasik Kompozit Tabakalı Plak Teorisi……...16
3.2.1.1. Varsayım ve Kabuller……16
3.2.1.2. Yer Değiştirmeler ve Şekil Değiştirmeler……..17
3.2.1.3. Temel Tabaka Bağıntıları……..19
3.2.1.4. Denge Denklemleri……20
3.2.1.5. Tabakalı Malzeme Bağıntıları (Bünye Denklemleri)……21
3.2.1.6. Yer Değiştirmeler Cinsinde Hareket Denklemleri……23
3.2.2. Birinci Derece Kayma Deformasyon Teorisi (BDKDT)……...25
3.2.3. Yüksek Dereceli Kayma Deformasyon Teorileri (YDKDT)……25
3.3. Klasik Tabakalı Kompozit Tabakalı Plak Teorisine Göre Burkulma Analizi……25
3.4. Sonlu Elemanlar ile Çözüm Adımları……27
3.4.1. Kullanılan Malzemeler……..28
3.4.2. Model Geometrisi……..30
3.4.3. Sonlu Elemanlarda Modelleme ve Sonlu Eleman Ağı Analizi……...31
3.4.3.1. Geometri ve Eleman Tanımı……31
3.4.3.2. Ağ Yapısının Oluşturulması..……...32

3.4.3.3. Mesh Kalitesinin Değerlendirilmesi……..33
3.4.4. Yükleme Koşulları ve Sınır Şartları……..34
3.4.4.1. Yükleme Koşulları…….35
3.4.4.2. Sınır Şartları……...36
3.5. Analiz ve Çözüm Yöntemleri……38
4. ÖRNEK PROBLEM ANALİZ VE HESAPLAMALAR…….39
4.1. Doğrulama ve Ağ Yakınsama Analizi……...……39
4.2. Örnek Bir Problem Çözüm Adımları……...……..43
4.2.1. Problemin Tanımlanması……..……44
4.2.2. Problemin Analizi……..……...44
4.2.3. Problemin Değerlendirilmesi……..……..45
4.3. Yazılım Kullanımı ve Otomasyonu……..……47
5. BULGULAR VE TARTIŞMA…….....…….....……...48
5.1. Ortotrop Tabakalı Plaklar…….. …….……...……..……48
5.2. Simetrik Tabakalı Plaklar ……...……49
5.2.1. Simetrik Çapraz Tabakalı Plaklar……..……...……50
5.2.2. Simetrik Açılı Tabakalı Plaklar…….……..……..……....52
5.2.2.1. Üç Tabakalı Simetrik Açılı Tabakalı Plaklar……52
5.2.2.2. Dört Tabakalı Simetrik Açılı Tabakalı Plaklar…….…55
5.2.2.3. Beş Tabakalı Simetrik Açılı Tabakalı Plaklar……57
5.2.2.4. Altı Tabakalı Simetrik Açılı Tabakalı Plaklar…….……..59
5.2.2.5. Yedi Tabakalı Simetrik Açılı Tabakalı Plaklar……..61
5.2.2.6. Sekiz Tabakalı Simetrik Açılı Tabakalı Plaklar…….……63
5.2.2.7. Dokuz Tabakalı Simetrik Açılı Tabakalı Plaklar…….……..65
5.2.2.8. On Tabakalı Simetrik Açılı Tabakalı Plaklar……67
5.3 Antisimetrik Tabakalı Plaklar …….....…….……..69
5.3.1. Antisimetrik Çapraz Tabakalı Plaklar……69
5.3.2. Antisimetrik Açılı Tabakalı Plaklar……..……....……....71
5.3.2.1. İki Tabakalı Antisimetrik Açılı Tabakalı Plaklar……..……71
5.3.2.2. Dört Tabakalı Antisimetrik Açılı Tabakalı Plaklar……..……..…72
5.3.2.3. Altı Tabakalı Antisimetrik Açılı Tabakalı Plaklar……73
5.3.2.4. Sekiz Tabakalı Antisimetrik Açılı Tabakalı Plaklar…….……74
5.3.2.5. On Tabakalı Antisimetrik Açılı Tabakalı Plaklar……..75

5. SONUÇ VE ÖNERİLER……..……..…….……....……..77
KAYNAKLAR DİZİNİ.....80

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil **Sayfa**

3.1. Örnek bir tabakalı plak (a) tabaka numaralandırmaları, (b) oryantasyon açısı (Reddy, 2003)……16
3.2. Klasik plak teorisine göre deformasyon (Reddy, 2003)……17
3.3. Plakta kuvvetlerin ve momentlerin pozitif yönleri (Vinson, 2005)……21
3.4. Basit mesnetli plak burkulma modu (Jones, 1999)……26
3.5. Çözüm yöntemi ve sayısal süreç diyagramı……...28
3.6. Model Geometrisi……..31
3.7. ANSYS ara yüzünde mesh yapısı gösterimi……..32
3.8. ANSYS arayüzünde mesh tabakalanma gösterimi……32
3.9. (0/0) ortotrop plak için lif oryantasyonu gösterimi……...35
3.10. Tek eksenli yükleme (a), iki eksenli yükleme (b)……..36
3.11. Plakta kenar numaraları……...37
4.1. Doğrulama için kullanılan örnek problemin geometrisi……40
4.2. Sonlu eleman sayısı ile kritik burkulma yükünün değişimi……42
4.3. Çözülen problem için sonuçlar özeti tablosu……..45
4.4. Birinci mod için toplam deformasyon……46
4.5. Toplam deformasyon için kontur grafikleri (a) İkinci mod (b) Üçüncü mod (c) Dördüncü mod (d) Beşinci mod……46
4.6. Birinci mod için toplam deformasyon değerleri tablosu……47
5.1. (0/…) Dizilimli tabakalı plaklarda tabaka sayısına göre N_{cr} değişimi……49
5.2. (0/90/…/90/0) Dizilimli plaklarda tabaka sayısına göre N_{cr} değişimi……51
5.3. (90/0/…/0/90) Dizilimli plaklarda tabaka sayısına göre N_{cr} değişimi……52
5.4. (0/θ/0) Dizilimli plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……..……53
5.5. (θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi…..……..54
5.6. (0/θ/θ/0) Dizilimli plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……56
5.7. (θ/0/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……...57
5.8. (0/θ/0/θ/0) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……58
5.9. (θ/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……59
5.10. (0/θ/0/0/θ/0) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……60

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil **Sayfa**

5.11. (θ/0/θ/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……...61
5.12. (0/θ/0/θ/0/θ/0) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……62
5.13. (θ/0/θ/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……63
5.14. (0/θ/0/θ/θ/0/θ/0) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi…….64
5.15. (θ/0/θ/0/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi…….65
5.16. (0/θ/0/θ/0/θ/0/θ/0) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……..66
5.17. (θ/0/θ/0/θ/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……..67
5.18. (0/θ/0/θ/0/0/θ/0/θ/0) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……...68
5.19. (θ/0/θ/0/θ/θ/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……...69
5.20. (0/90…/90/0) Dizilimli plaklarda tabaka sayısına göre N_{cr} değişimi……..70
5.21. (0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……...72
5.22. (0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi…….73
5.23. (0/θ/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……...74
5.24. (0/θ/0/θ/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi…….75
5.25. (0/θ/0/θ/0/θ/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi……76

ÇİZELGELAR DİZİNİ

Çizelge **Sayfa**

4.1 Sonlu elemanlar ağı yakınsama analizi sonuçları……41
4.2. Tek eksende yüklenmiş (0/90/0/90/0) çapraz tabakalı simetrik plakta kritik burkulma yükleri……...43
4.3. Örnek problem verileri……...43
5.1. (0/0/…) Oryantasyon açısına sahip ortotrop plak……..49
5.2. (0/90/…) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak…….……50
5.3. (90/0/…) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak…….51
5.4. (0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak……53
5.5. (θ/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak…….54
5.6. (0/θ/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak……..55
5.7. (θ/0/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak…….56
5.8. (0/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak……..57
5.9. (θ/0/θ/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak……...58
5.10. (0/θ/0/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak…….59
5.11. (θ/0/θ/θ/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak…….60
5.12. (0/θ/0/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak……..61
5.13. (θ/0/θ/0/θ/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak……..62
5.14. (0/θ/0/θ/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak……...63
5.15. (θ/0/θ/0/0/θ/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak……...64
5.16. (0/θ/0/θ/0/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak……65
5.17. (θ/0/θ/0/θ/0/θ/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak……66
5.18. (0/θ/0/θ/0/0/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak……67
5.19. (θ/0/θ/0/θ/θ/0/θ/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak…….68
5.20. (0/90/…) Oryantasyon açısına sahip antisimetrik plak……70
5.21. (0/θ) ve (θ/0) Oryantasyon açısına sahip antisimetrik plaklar……..71
5.22. (0/θ/0/θ) ve (θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip antisimetrik plaklar…….72
5.23. (0/θ/0/θ/0/θ) ve (θ/0/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip antisimetrik plaklar…….73
5.24. (0/θ/0/θ/0/θ/0/θ) ve (θ/0/θ/0/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip antisimetrik plaklar.74
5.25. (0/θ/0/θ/0/θ/0/θ/0/θ) ve (θ/0/θ/0/θ/0/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip antisimetrik plaklar……...76

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	**Açıklama**
A	Uzama rijitliği
a, b	Plak boyutları
B	Eğilme – uzama rijitliği
D	Eğilme rijitliği
E_1	Lif yönündeki elastisite modülü
E_2, E_3	Lif dik yönlerindeki elastisite modülü
F	Kuvvet
G_{12}, G_{13}	Lif yönünde kayma modülleri
G_{23}	Lif dik yönlerde kayma modülü
h	Toplam plak kalınlığı
M	Moment bileşenleri
N	Normal kuvvet bileşenleri
N_{cr}	Kritik burkulma yükü
u, v, w	x, y, z yönlerindeki yer değiştirme
Q	Malzeme koordinat sistemine göre rijitlik matrisi
ν_{12}, ν_{13}, ν_{23}	Poisson oranları
ρ	Yoğunluk
θ	Lif oryantasyon açısı
σ	Gerilme
ε	Şekil değiştirme
γ	Kayma gerilmesi

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Kısaltmalar	Açıklama
APDL	Ansys Parametrik Tasarım Dili
BDKDT	Birinci Derece Kayma Deformasyon Teorisi
KTKPT	Klasik Tabakalı Kompozit Plak Teorisi
MAPDL	Mechanical APDL
PyMAPDL	Python Arayüzü ile MAPDL Komutlarının Çalıştırılmasını Sağlayan Modül
ROTX, ROTY, ROTZ	x, y, z eksenleri etrafındaki dönme serbestlikleri
SEM	Sonlu Elemanlar Metodu
SHELL181	ANSYS Eleman Kütüphanesinde Bulunan Tabakalı Kompozit Plaklar için Kullanılan Kabuk Eleman Türü
UX, UY, UZ	x, y, z doğrultularındaki yer değiştirme serbestlikleri
YDKDT	Yüksek Dereceli Kayma Deformasyon Teorisi

1. GİRİŞ VE AMAÇ

Tabakalı kompozit plaklar, farklı malzemelerin tabakalar halinde birleştirilmesiyle oluşturulan yapısal elemanlardır. Yüksek mukavemetleri ve hafiflikleri sayesinde mühendislikte geniş bir kullanım alanına sahiptirler. Özellikle havacılık, uzay teknolojileri ve gemi inşaatı gibi sektörlerde tercih edilen bu plaklar, yük taşıma kapasiteleri ve dayanıklılıkları ile öne çıkar. Tek bir kompozit tabaka, izotrop ve homojen özelliklere sahip liflerin, yine izotrop ve homojen bir matris içinde bir araya gelmesiyle oluşsa da, genel anlamda kompozit plaklar homojen ve izotrop bir yapı göstermez. Liflerin yönelimi ve konumu, mekanik özelliklerin tabaka boyunca değişkenlik göstermesine neden olur. Bu nedenle, tabaka rijitliklerinin iyi anlaşılması ve uygun tasarımın yapılması, belirli bir uygulama için en verimli tabakalanma düzeninin seçilmesini sağlar (Saraçoğlu ve Özçelikörs, 2011).

Bu tez çalışmasında, dört kenarından basit mesnetli kare biçimli cam/epoksi tabakalı kompozit plakların kritik burkulma yükleri, lif oryantasyonu (θ), tabaka dizilimi (ortotrop - simetrik – antisimetrik), yükleme türü (tek eksenli – çift eksenli) ve tabaka sayısı gibi parametreler dikkate alınarak incelenmiştir. Analizler, teorik altyapısı Klasik Tabakalı Kompozit Plak Teorisi'ne dayanan, sayısal çözümleri ise ANSYS MAPDL sonlu elemanlar ortamı üzerinden Python kodları aracılığıyla otomatikleştirilen bir sistem ile gerçekleştirilmiştir.

Araştırmanın temel amacı, farklı tabaka dizilimlerinin ve lif oryantasyonunun, kompozit plakların burkulma davranışı üzerindeki etkilerini nicel olarak ortaya koymaktır. Bu doğrultuda:

- Ortotrop, simetrik ve antisimetrik dizilimlerin karşılaştırılması,
- Farklı tabaka sayılarının (3, 5, 7, 9 vb.) yapısal kararlılığa etkisi,
- Lif oryantasyon açılarının (örneğin 0°, ±45°, 60° vb.) burkulma yüküne etkisi,
- Tek eksenli ve çift eksenli yükleme koşullarının plak davranışı üzerindeki farklılıkları;

bu çalışma kapsamında incelenmiştir. Ele alınan dört kenarından basit mesnetli kompozit tabakalı kare plaklar sayısal olarak analiz edilmiş ve her bir konfigürasyon için elde edilen kritik burkulma yükleri karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir.

Bu çalışma sayesinde, hem mühendislik uygulamaları için daha güvenilir yapısal modellerin oluşturulması hem de ileri düzey kompozit tasarımlarında burkulma dayanımını en büyük yapacak tabaka dizilimlerinin önceden öngörülmesi mümkün hale gelmektedir. Ayrıca, geliştirilen sayısal model sayesinde geniş bir parametre uzayında sistematik analizler gerçekleştirilebilmekte, böylece hem zaman hem de işlem yükü açısından yüksek verimlilik sağlanmaktadır.

Sonuç olarak, bu tez çalışması; tabakalı kompozit plakların yapısal stabilitesine yönelik sayısal analizlerde kullanılabilecek etkin ve doğrulanabilir bir yöntem sunmakta, burkulma davranışının kontrolü açısından tasarımcılara önemli bir karar desteği sağlamaktadır. Elde edilen bulgular, gelecekte farklı malzeme özellikleri, sınır koşulları veya yükleme türleriyle genişletilebilecek daha kapsamlı analizlerin önünü açacak niteliktedir.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Literatürde yapılan çalışmalarda kompozit tabakalı plaklar konusu güncelliğini hala devam ettirmektedir. Son yıllarda konu ile ilgili yapılmış önemli çalışmalardan bazıları aşağıda açıklanmıştır.

1989 yılında yapılan bir çalışmada, antisimetrik açılı tabakalı plakların eğilme, burkulma ve titreşim analizleri için genelleştirilmiş Levy tipi bir çözüm geliştirilmiştir. Çözüm yöntemi, durum uzayı yaklaşımı ile birleştirilerek, iki karşılıklı kenarı basit mesnetli ve diğer kenarları ankastre, basit mesnetli veya serbest sınır koşullarına tabi olan dikdörtgen plaklar için uygulanmıştır. Analizler, klasik Kirchhoff - Love plak teorisi ve birinci dereceden enine kayma deformasyon teorisi kapsamında gerçekleştirilmiş ve sayısal sonuçlar karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar, klasik plak teorisi kullanılarak elde edilen verilerin, özellikle kalın plaklar için önemli ölçüde hatalı olabileceğini göstermektedir. Çalışmada, farklı sınır koşulları ve malzeme özellikleri altında plakların eğilme davranışı, doğal frekansları ve kritik burkulma yükleri karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, enine kayma deformasyon teorisinin daha doğru tahminler sağladığını ve klasik teorinin burkulma yükleri ile doğal frekansları olduğundan fazla tahmin ettiğini ortaya koymaktadır (Khdeir, 1989).

Reddy ve Khdeir, (1989) klasik, birinci dereceden ve yüksek mertebeden plak teorileri kullanılarak çapraz tabakalı dikdörtgen kompozit plakların burkulma ve serbest titreşim davranışlarını incelemiştir. Sonlu eleman metodu ve analitik çözümler geliştirerek farklı sınır koşulları altında plakların temel frekansları ve kritik burkulma yüklerini hesaplamıştır. Çalışmada, narinlik oranı, en-boy oranı ve tabaka dizilişlerinin plakların burkulma ve titreşim davranışı üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Sonuçlar, enine kayma deformasyonu içeren plak teorilerinin kompozit plakların davranışını daha doğru şekilde tahmin ettiğini göstermiştir. Buna karşın, klasik plak teorisinin doğal frekansları ve burkulma yüklerini olduğundan yüksek tahmin ettiği belirlenmiştir. Çalışmada elde edilen analitik ve sayısal sonuçlar, farklı metotlarla yapılan literatürdeki diğer çalışmalarla karşılaştırılmış ve sonlu eleman yönteminin doğrulaması yapılmıştır.

Le Riche ve Haftka, (1993) genetik algoritmalar kullanılarak kompozit tabakalı plakların burkulma yükünü maksimize etmek amacıyla tabaka dizilişlerinin optimizasyonu

incelenmiştir. Optimizasyon sürecinde, popülasyon büyüklüğü, mutasyon olasılığı ve çaprazlama olasılığı gibi genetik parametreler sayısal deneylerle ayarlanmıştır. Çalışmada, yeni bir genetik operatör olan "permütasyon" tanıtılmış ve genetik aramanın maliyetini azaltmada etkili olduğu gösterilmiştir. Grafit-epoksi malzemesinden yapılan bir plak için optimizasyon çalışmaları gerçekleştirilmiş, önce yalnızca burkulma yükü dikkate alınmış, ardından tabaka sürekliliği ve gerilme hasar kısıtlamaları eklenerek analizler genişletilmiştir. Ayrıca, süreklilik kısıtlamasını sağlayan ceza parametresinin genetik arama üzerindeki etkisi incelenmiştir. Çalışmanın sonuçları, genetik algoritmaların optimizasyon sürecinde birden fazla neredeyse optimal tasarım üretebilme üstünlüğüne sahip olduğunu göstermektedir. Genetik algoritmanın kullanımıyla, farklı yükleme koşullarında burkulma yükünü artıran tabaka dizilişleri elde edilmiş ve optimizasyon sürecinin etkinliği kanıtlanmıştır.

Adali, (1995) burkulma yükleri altında tabakalı plakların tabakalanma optimizasyonunu incelemiştir. Simetrik ve antisimetrik tabakalanma düzenine sahip hibrit ve hibrit olmayan dikdörtgen tabakaların optimal konfigürasyonları analiz edilmiştir. Eğilme-burulma etkileşimi incelenerek, farklı tasarım parametreleri altında karşılaştırmalar yapılmıştır. Optimizasyon sürecinde tabaka kalınlıkları, tabaka açıları, sınır koşulları ve kayma deformasyonu gibi faktörler değerlendirilmiştir. Analitik yöntemler ve sonlu elemanlar analizi ile doğrulanan sonuçlar, eğilme-burulma etkileşiminin optimal tasarım üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir.

Tsouvalis ve Papazoglou, (2004) ankastre dikdörtgen ortotrop tabakalı plaklar için boyutsuz burkulma tasarım eğrileri sunmuşlardır. Çalışma, ince ve simetrik çapraz tabakalı plakların kritik burkulma yüklerini, tabaka rijitlikleri ve en-boy oranı fonksiyonunda incelemektedir. Yedi farklı düzlem içi yükleme durumu ele alınmıştır: düzgün tek eksenli basınç, üçgen dağılımlı tek eksenli basınç, tek eksenli düzlem içi eğilme, saf kayma, düzgün tek eksenli basınç ile kayma kombinasyonu, üçgen dağılımlı tek eksenli basınç ile kayma kombinasyonu ve tek eksenli düzlem içi eğilme ile kayma kombinasyonu. Burkulma yüklerinin belirlenmesinde Klasik Tabakalı Plak Teorisi ile Rayleigh-Ritz yöntemi kullanılmış ve elde edilen sonuçlar literatürdeki diğer teorik ve sayısal çalışmalarla karşılaştırılarak doğrulanmıştır. Çalışmanın sonuçları, belirlenen tasarım eğrilerinin burkulma analizi için güvenilir ve pratik bir mühendislik aracı sunduğunu göstermektedir.

Şen, (2006) tarafından yapılan çalışmada, çelik liflerle takviye edilmiş termoplastik kompozit plakların, açılı oryantasyona sahip simetrik ($[60°/-60°]_s$) ve antisimetrik ($[60°/-60°]_2$) tabaka dizilimleri altında, ortasında dairesel delik bulunan geometriyle birlikte, farklı uniform sıcaklık yüklemeleri altındaki ısıl gerilme dağılımları analiz edilmiştir. Bu analizlerde sonlu elemanlar yöntemi kullanılmış ve ANSYS programı ile üç boyutlu modeller oluşturulmuştur. Simülasyonlarda 30 °C ile 60 °C arasındaki sıcaklık değerleri kullanılmış, elde edilen sonuçlar gerilme bileşenlerinin sıcaklığa bağlı olarak doğrusal şekilde arttığını göstermiştir. Ayrıca, simetrik ve antisimetrik dizilimler, plakta oluşan normal ve kayma gerilmelerinin dağılımında belirgin farklar yaratmıştır.

Arman vd., (2007) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, cam lifi takviyeli epoksi matrisli tabakalı kompozit plaklarda, tabakalar arasında meydana gelen ayrılmaların (yani tabakalar arası yapışma bozulmalarının) kritik burkulma yükü üzerindeki etkisi hem deneysel hem de nümerik olarak incelenmiştir. Deneysel kısımda $[(0/90)_3]s$ yerleşimine sahip kompozit plaklar üzerinde farklı boyut ve konumlarda yatay ve dikey yönde tabaka ayrılmaları oluşturulmuş ve bu plaklar iki kenarı ankastre, iki kenarı serbest sınır koşuluyla burkulma testine tabi tutulmuştur. Elde edilen sonuçlara göre, ayrılma alanı büyüdükçe kritik burkulma yükü azalmış, ayrıca dikey ayrılmaların burkulma dayanımı üzerindeki etkisinin yatay ayrılmalara göre daha belirgin olduğu gözlemlenmiştir. Çalışmanın nümerik kısmında ANSYS 10.0 yazılımı ile oluşturulan sonlu eleman modelleriyle deneysel veriler karşılaştırılmış ve yüksek düzeyde uyum elde edilmiştir. Bu çalışma, bu tezde kullanılan cam lifi ve epoksi matrisli tabakalı kompozit malzemelerle aynı malzeme sistemini kullanması ve burkulma davranışı üzerine tabakalar arası bozulmaların etkisini incelemesi açısından doğrudan ilişkilidir.

Aymerich ve Serra, (2008) karınca kolonisi optimizasyonu (ACO) meta-sezgisel yöntemini, kompozit tabakalı plakların burkulma yükünü en büyük yapmak amacıyla tabaka dizilişi optimizasyonunda uygulamışlardır. Çalışma, daha önce genetik algoritmalar (GA) ve Tabu arama (TS) kullanılarak incelenmiş bir optimizasyon problemini ele alarak, ACO yönteminin hesaplama verimliliğini ve sonuç kalitesini değerlendirmiştir. Analizler, tek bir karıncanın kullanıldığı arama işlemlerine dayanarak gerçekleştirilmiş ve ACO' nun ortalama performansının, GA ve TS yöntemleriyle karşılaştırılabilir veya daha iyi olduğu gösterilmiştir. Çalışma ayrıca, ACO' nun doğruluğunu artırmak için özel algoritma

iyileştirmeleri ve kısıtları (örneğin, tabaka sürekliliği) içeren yöntemleri ele almıştır. Sonuçlar, ACO meta-sezgisel yönteminin kompozit tabakalı plak tasarımında etkili ve güvenilir bir optimizasyon aracı sunduğunu göstermektedir.

Özben, (2009) liflerle güçlendirilmiş tabakalı plakların kritik burkulma yüklerini analitik ve sonlu elemanlar metodu kullanarak hesaplamıştır. Çalışmada, farklı sınır koşulları, tabaka dizilişleri ve en-boy oranları dikkate alınarak plakların burkulma davranışları incelenmiştir. Kritik burkulma yükleri ve deformasyon davranışları, $[0/h]_2$ tabaka açıları için elde edilmiştir. Sayısal ve analitik yöntemlerle elde edilen sonuçlar karşılaştırılmış ve özellikle açısal değişkenliğin burkulma yükü üzerindeki etkisi vurgulanmıştır. Sonuçlar, SEM analizleri ile analitik yöntemlerin belirli açısal konfigürasyonlarda uyumlu olduğunu, ancak açı değiştikçe farkların arttığını göstermiştir.

Ataş vd., (2009) iki paralel pim yüklü delik içeren tabakalı cam-polyester kompozit plakların hasar yüklerini ve hasar modlarını incelemişlerdir. Çalışma, farklı geometri ve lif açıları altında, deneysel ve sayısal analizler yapılarak gerçekleştirilmiştir. Plak genişliği-delik çapı oranı (W/D) sabit tutulurken, serbest kenardan deliğe olan mesafenin çap oranı (E/D) 1 ile 5 arasında, iki delik arasındaki mesafenin çap oranı (M/D) ise 2 ile 5 arasında değiştirilmiştir. Sayısal analizler için sonlu elemanlar metodu kullanılmış ve LUSAS 13.6 yazılımı ile doğrulama yapılmıştır. Sonuçlar, net-gerilme, makaslama ve taşıma (bearing) gibi üç temel hasar modunun, geometri ve lif açılarına bağlı olarak değiştiğini göstermiştir. Özellikle, daha yüksek E/D oranlarının taşıma modunda kırılmaya yol açtığı, daha düşük E/D oranlarında ise net-gerilme ve makaslama modlarının baskın olduğu belirlenmiştir. Deneysel ve sayısal sonuçlar genel olarak uyumlu bulunmuştur ve çalışmada elde edilen bulgular, mekanik bağlantılı kompozit yapılar için önemli tasarım kriterleri sunmaktadır.

Solmaz ve Kaman, (2010) bal peteği sandviç yapıların petek hücre boşluklarına köpük ilavesinin kritik burkulma yüküne etkisini deneysel olarak incelemişlerdir. Dört farklı hücre boyutuna sahip sandviç paneller üretilmiş ve hücre boşlukları köpük ile doldurulmuştur. Cidar tabakalı cam lif takviyeli polyesterden, çekirdek tabakası ise farklı kalınlıklarda alüminyumdan üretilmiştir. Köpüklü ve köpüksüz numuneler basınç testlerine tabi tutularak kritik burkulma yükleri belirlenmiştir. Sonuçlar, köpük ilavesinin burkulma yükünü artırdığını göstermektedir. En ince hücre duvarına sahip (0.05 mm) numunelerde,

ağırlık %95 artarken kritik burkulma yükü %160 yükselmiştir. En kalın hücre duvarına sahip (0.15 mm) numunelerde ise ağırlık %45 artarken burkulma yükü %32 oranında yükselmiştir. Bu çalışma, köpük dolgusunun bal peteği yapıların mekanik performansını artırmada etkili bir yöntem olduğunu ortaya koymaktadır.

Günyar, Öztürk ve Sabuncu (2012) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, belirli bir eğriliğe sahip tabakalı kompozit eğri çubukların doğal frekans ve kritik burkulma yükü davranışları sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmiştir. Çalışmada çubuğun merkez açısı, eğrilik yarıçapı ve lif oryantasyon açılarının etkileri detaylı biçimde değerlendirilmiş ve geliştirilen modelin sonuçları ANSYS yazılımı ile karşılaştırılmıştır. Farklı lif oryantasyonlarının (örneğin [0/0/0/0], [90/90/90/90], [±45] gibi) burkulma ve frekans tepkileri analiz edilerek, eğrilik yarıçapı ile rijitlik ve kararlılık arasındaki ilişki vurgulanmıştır. Elde edilen bulgular, oryantasyon açıları ve geometrik parametrelerin burkulma davranışı üzerinde önemli etkileri olduğunu göstermiştir. Bu yönüyle çalışma, kompozit yapıların geometrik özelliklerinin burkulma dayanımı üzerindeki etkisini araştıran bu tezle örtüşmektedir.

Vasiliev ve Morozov, (2013) anizotrop tabakalı plakların teorik temelleri ve mühendislik uygulamaları ele alınmıştır. Çalışma, farklı araştırmacılar tarafından geliştirilmiş tabakalanma teorilerini ve plakların eğilme, burkulma ve düzlem içi yükleme altındaki mekanik davranışlarını kapsamlı bir şekilde incelemektedir. Anizotrop plaklar için kullanılan temel denklemler, rijitlik katsayıları ve etkileşim tesirleri detaylandırılmış, ayrıca plakların sınır koşulları altında gösterdiği mekanik tepkiler analiz edilmiştir. Çalışmada, özellikle havacılık ve denizcilik yapılarında yaygın olarak kullanılan tabakalı kompozit plakların tasarımında karşılaşılan zorluklar ve optimizasyon yöntemleri tartışılmıştır. Sonuçlar, farklı tabakalı plak modellerinin burkulma yükleri, mod şekilleri ve deformasyonları üzerindeki etkilerini ortaya koyarak, mühendislik uygulamalarında kullanılabilecek analitik ve sayısal yöntemlerin doğruluğunu vurgulamaktadır.

Sayyad vd., (2016) çapraz tabakalı kompozit plakların eğilme, burkulma ve serbest titreşim analizlerini gerçekleştirmek için basit trigonometrik kayma deformasyon teorisini kullanmışlardır. Bu teori, klasik ve birinci dereceden kayma deformasyon teorilerine kıyasla daha az bilinmeyen değişken içermekte ve kayma düzeltme faktörü gerektirmeden plakların

üst ve alt yüzeylerinde sıfır kayma gerilmesi koşullarını sağlamaktadır. Çalışmada, virtüel iş prensibi kullanılarak hareket denklemleri türetilmiş ve Navier'in çift trigonometrik seriler yaklaşımıyla kapalı form çözümler elde edilmiştir. Kritik burkulma yükleri, doğal frekanslar ve deformasyonlar hesaplanmış ve elde edilen sonuçlar literatürdeki diğer çalışmalarla karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, önerilen teorinin kompozit plakların mekanik davranışını yüksek doğrulukla tahmin ettiğini göstermektedir.

Osman vd., (2017) ince tabakalı kompozit plakların kritik burkulma yüklerini belirlemek için sonlu elemanlar metodu kullanmışlardır. Çalışmada, dikdörtgen kompozit tabakalı plakların farklı sınır koşulları ve en-boy oranları altında burkulma analizleri gerçekleştirilmiştir. Sonuçların doğruluğunu test etmek için literatürdeki diğer çalışmalarla karşılaştırmalar yapılmış ve yüksek uyum gösterildiği belirlenmiştir. Tek eksenli ve çift eksenli basınç yüklemeleri altında yapılan analizler, sınır koşullarının burkulma yükü üzerindeki etkisinin en-boy oranı arttıkça yükseldiğini göstermektedir. Ayrıca, malzeme elastisite modülünün oranının yüksek olduğu durumlarda burkulma yükünün en-boy oranına bağlı değişiminin neredeyse sabit hale geldiği bulunmuştur. Çalışma, sonlu elemanlar yönteminin doğruluğunu ve güvenilirliğini vurgularken, farklı tasarım parametrelerinin burkulma davranışına etkisini de detaylandırmaktadır.

Nikhil vd., (2018) viskoelastik çekirdekli hibrit tabakalı kompozit sandviç plakların modal analizini gerçekleştirmişlerdir. Kompozit sandviç yapılar, otomotiv, havacılık ve denizcilik gibi yüksek performans gerektiren alanlarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Çalışmada, hibrit tabakalı sandviç plakların doğal frekansları, mod şekilleri ve yer değiştirme analizleri sonlu elemanlar metodu kullanılarak ANSYS yazılımı ile gerçekleştirilmiş ve elde edilen sonuçlar literatürdeki verilerle doğrulanmıştır. Parametrik çalışmalar kapsamında lif açılarının, tabaka dizilişlerinin ve sınır koşullarının doğal frekanslar ve mod şekilleri üzerindeki etkileri incelenmiştir. Cam ve karbon lif takviyeli kompozit sandviç plakların doğal frekansları karşılaştırılmış ve sonuçlar, bu malzemelerin dinamik davranışını etkileyen temel faktörleri ortaya koymuştur. Çalışma, kompozit sandviç yapıların tasarımında malzeme seçimi ve tabaka dizilişlerinin modal özelliklere etkisini vurgulamaktadır.

Öndürücü ve Karacan, (2018) tarafından yapılan çalışmada, cam elyaf takviyeli epoksi matrisli tabakalı kompozit plakların düşük hızlı darbe altındaki davranışları deneysel olarak incelenmiştir. Çalışmada 8 ve 12 tabakalı kompozit plaklar farklı oryantasyon dizilimleriyle üretilmiş ve artan darbe enerjisi (10J, 20J, 30J) seviyelerinde test edilmiştir. Numunelerin darbe davranışları kuvvet–çökme, çökme–zaman ve absorbe edilen enerji–zaman eğrileriyle değerlendirilmiştir. Sonuçlara göre, tabaka sayısının artması ve [0°/30°/60°/0°]s gibi çok yönlü lif dizilimlerinin, kompozitlerin darbe dayanımını artırdığı ve delinme gibi hasar modlarını geciktirdiği gözlemlenmiştir. Özellikle 12 tabakalı numuneler, 8 tabakalı numunelere kıyasla hem daha fazla yük taşıyabilmiş hem de daha az çökmeye uğramıştır.

Bazli vd., (2019) cam lif takviyeli polimer (GFRP) tabakaların farklı çevresel koşullara maruz kaldığında çekme dayanımı üzerindeki etkilerini incelemişlerdir. Deneylerde, üç farklı çevresel koşul ele alınmıştır: (1) Nem içermeyen donma/çözülme döngüleri, (2) nem içeren donma/çözülme döngüleri ve (3) UV radyasyonu ile su buharı yoğunlaşma döngüleri. Çalışmada üç farklı lif düzeni (sürekli tek yönlü, sürekli dokuma ve kesikli elyaf mat) ve iki farklı kalınlık (2 mm ve 5 mm) değerlendirilmiştir. Çekme testleri ve taramalı elektron mikroskobu analizleri kullanılarak malzeme bozunmaları incelenmiş ve istatistiksel yöntemlerle tahmin modelleri oluşturulmuştur. Sonuçlar, UV radyasyonu ve nemin en agresif çevresel koşul olduğunu, kuru donma/çözülme ortamının ise en az zararlı olduğunu göstermektedir. Ayrıca, kesikli elyaf mat tabakaların tüm koşullarda en fazla mukavemet kaybına uğradığı, sürekli tek yönlü liflerin ise en az etkilendiği belirlenmiştir. Çalışma, GFRP tabakaların dayanıklılığını artırmak için optimum lif düzeni ve malzeme seçimlerinin kritik olduğunu vurgulamaktadır.

Yüksel ve Akbaş (2019) tarafından yapılan bu çalışmada, gözenekli (poroz) yapıya sahip lif takviyeli tabakalı kompozit plakların burkulma davranışı birinci mertebe kayma deformasyon teorisi kullanılarak incelenmiştir. Gözeneklilik etkisini temsil etmek için üç farklı porozite dağılım modeli tanımlanmış ve bu modellerin plakların elastik özellikleri üzerindeki etkileri teorik olarak modellenmiştir. Çalışmada, porozite katsayısı, lif oryantasyon açısı ve tabaka diziliminin kritik burkulma yükü üzerindeki etkileri Navier yöntemiyle sayısal olarak değerlendirilmiştir. Sonuçlar, gözenekliliğin artmasıyla birlikte burkulma yükünün azaldığını, özellikle lif yöneliminin ve tabaka yerleşiminin porozite

etkisini önemli ölçüde değiştirdiğini ortaya koymuştur. Ayrıca, θ/-θ diziliminin, 0/θ dizilimine göre gözenek varlığına daha duyarlı olduğu; uygun tabaka sıralamalarıyla gözeneklilik kaynaklı dayanım düşüşünün azaltılabileceği vurgulanmıştır.

Elmardi ve Khayal, (2019) dikdörtgen tabakalı kompozit ince plakların çift eksenli düzlem içi basınç yükleri altındaki burkulma davranışlarını incelemişlerdir. Çalışmadaki analizler kayma deformasyonu ihmal edilen klasik tabakalı plak teorisi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Farklı sınır koşullarının (ankastre, basit mesnetli ve karma desteklenmiş) kritik burkulma yükü üzerindeki etkileri incelenmiştir. Sonlu elemanlar metodu kullanılarak geliştirilen bir Fortran programı ile burkulma yükleri hesaplanmış ve farklı sınır koşullarına göre karşılaştırmalar yapılmıştır. Sonuçlar, burkulma yükünün en düşük değerinin basit mesnetli plaklar için, en yüksek değerinin ise ankastre plaklar için elde edildiğini göstermektedir. Ayrıca, mod sayısı arttıkça plağın daha fazla desteğe ihtiyaç duyduğu belirlenmiştir. Çalışma, sınır koşullarının burkulma analizi üzerindeki etkisini vurgulamakta ve kompozit yapıların mühendislik tasarımında dikkate alınması gereken faktörleri ortaya koymaktadır.

Wankhade ve Niyogi (2020) tarafından gerçekleştirilen bu çalışmada, simetrik tabakalı kompozit plakların burkulma davranışı farklı kalınlık oranları (t/b), E_1/E_2 elastisite modülü oranları ve burkulma modları açısından sayısal olarak incelenmiştir. Çalışmada, (0°/90°/0°) dizilimli üç tabakalı plakların kritik burkulma yükleri; basit mesnetli ve ankastre sınır koşulları altında değerlendirilmiştir. Modelleme sürecinde yüksek mertebe tabaka teorisi (HOST) esas alınmış ve ANSYS tabanlı sonuçlar literatürdeki diğer çalışmalarla (Noor, Reddy, Ferreira) karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar, E_1/E_2 oranı arttıkça ve tabaka kalınlığı azaldıkça burkulma yükünün belirgin biçimde arttığını ortaya koymuştur. Ayrıca, aynı oranlarda ankastre sınır koşullarının burkulma yükünü ciddi biçimde artırdığı; ince plakların ise daha düşük yüklerde burkulma riski taşıdığı belirlenmiştir.

Niyogi vd., (2020) tarafından yapılan bu çalışmada, ortotrop malzeme özelliklerinin tabakalı kompozit plakların burkulma davranışı üzerindeki etkisi analitik olarak incelenmiştir. Çalışma kapsamında (0°/90°/0°) dizilimli üç tabakalı simetrik plakların farklı E_1/E_2 elastisite modülü oranları altında burkulma yükleri belirlenmiştir. Burkulma analizleri, SSSS (tüm kenarları basit mesnetli) ve CCCC (tüm kenarları ankastre) sınır koşulları için

yapılmıştır. Çalışmada, E_1/E_2 oranı arttıkça ve plağın kalınlığı azaldıkça burkulma yükünün arttığı; ayrıca sınır koşullarının burkulma dayanımına önemli ölçüde etki ettiği gözlemlenmiştir. Sonuçlar, özellikle CCCC şartlarında plağın daha yüksek kritik yük taşıyabildiğini göstermiştir.

Yanen vd., (2021) çalışmalarında, eğrisel yüzeyli tabakalı hibrit kompozit plakların kritik burkulma yüküne etki eden parametreleri sayısal olarak incelemişlerdir. Çalışmada, farklı tabaka dizilişleri, lif oryantasyon açıları ve geometrik özellikler dikkate alınarak kompozit plakların burkulma yükü altındaki davranışı analiz edilmiştir. Karbon, cam ve aramid lifler kullanılarak altı farklı tabaka dizilişi uygulanmış ve tek yönlü kumaşlar 0°, 45°, -45° ve 90° açılarında düzenlenmiştir. Ayrıca, dört farklı eğrilik yarıçapı ve iki farklı eğrilik açısı kullanılarak numuneler tasarlanmıştır. Analizler, ANSYS yazılımı ile sonlu elemanlar metodu kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar, eğrilik yarıçapı ve eğrilik açısı arttıkça kritik burkulma yükünün yükseldiğini göstermektedir. Ayrıca, tabaka dizilişleri ve lif oryantasyonlarının burkulma yükü üzerindeki etkileri değerlendirilmiş ve en yüksek burkulma yükünün belirli kombinasyonlarla elde edilebileceği ortaya konulmuştur. Çalışma, eğrisel yüzeyli kompozit yapıların mühendislik tasarımlarında dikkate alınması gereken faktörleri ortaya koymaktadır.

Uslu vd., (2022) çalışmalarında, merkezi kare ve dairesel deliklere sahip tek eksenli yüklü basit mesnetli kare ince plakların kritik burkulma yüklerini incelemişlerdir. Çalışmada, farklı delik şekilleri, narinlik oranları ve toplam delik alanlarının burkulma yükü üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Bu amaçla, deliksiz plak ile birlikte yedi farklı boşluk oranına sahip plaklar analiz edilmiştir. Plak modelleri, ANSYS sonlu elemanlar yazılımı kullanılarak Shell-181 kabuk elemanları ile modellenmiş ve burkulma analizleri gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar, kare delikli plakların burkulma yüklerinin, aynı toplam delik alanına sahip dairesel delikli plaklara kıyasla daha yüksek olduğunu göstermiştir. Çalışma, mühendislik uygulamalarında delik geometrisinin burkulma direnci üzerindeki etkisini ortaya koyarak, yapısal tasarım süreçlerinde dikkate alınması gereken önemli parametreleri vurgulamaktadır.

Jalali ve Doğan, (2023) tarafından gerçekleştirilen bir çalışmada, farklı tabakalanma açılarına ve sınır koşullarına sahip tabakalı kompozit bal peteği sandviç plakların serbest

titreşim frekansları incelenmiştir. Modal analizler, ANSYS ve ABAQUS sonlu elemanlar yazılımları ile gerçekleştirilmiş ve literatürde yer alan modellerle karşılaştırmalı olarak doğrulanmıştır. Farklı lif açılarına (0°–90° arası ve ± açılı dizilimler), karbon ve cam lif kombinasyonlarına ve sınır koşullarına göre doğal frekans değerleri karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, özellikle çapraz dizilimli (0°/90° gibi) plakların daha yüksek doğal frekanslara sahip olduğunu; karbon lif tabakanın merkeze yaklaşmasının ise frekansları düşürdüğünü göstermiştir. Ayrıca iki ucu ankastre sınır koşulu, bir ucu ankastre koşuluna göre sistemin doğal frekanslarını belirgin şekilde artırmıştır.

Turan vd., (2023) tarafından yapılan bu çalışmada, poroz (gözenekli) ortotrop tabakalı kompozit plakların burkulma davranışı yüksek mertebe kayma deformasyon teorisi kapsamında incelenmiştir. Tek ve iki eksenli yüklemeler altında farklı porozite dağılımları, tabaka dizilimleri, ortotropi oranları ve geometrik oranlara göre plakların kritik burkulma yükü değerleri analiz edilmiştir. Modelleme sürecinde üç farklı porozite fonksiyonu, hiperbolik kayma deformasyon fonksiyonu ve Galerkin yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar klasik plak teorisi ile karşılaştırılarak doğrulanmıştır. Çalışmada porozitenin kritik burkulma yükünü azalttığı, kayma deformasyon etkilerinin tabaka dizilimi ve yükleme durumuna göre değiştiği ve üç tabakalı plakların çoğu durumda daha yüksek burkulma dayanımı sağladığı sonucuna varılmıştır.

Çıraklı vd., (2023) tarafından yapılan çalışmada, farklı yüzey ve çekirdek malzemelerine sahip köpük çekirdekli sandviç plakların eğilme davranışı, tabaka kalınlıkları sabit tutularak sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmiştir. Çalışmada, 2 farklı yüzey ve 5 farklı çekirdek malzemesi kullanılarak 11 farklı tabaka kalınlığı oranı için toplamda 110 analiz gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre, yüzey tabakasında kullanılan malzemenin elastisite modülü, orta noktadaki eğilme deformasyonu üzerinde doğrudan etkili bir parametre olarak öne çıkmaktadır. Yüzey tabakasının kalınlığının artması ve çekirdek tabakasının incelmesiyle birlikte eğilme direnci artmakta ve orta nokta deplasmanı azalmaktadır. Bu çalışma, sandviç plakların mekanik davranışlarının tabaka kalınlık oranı ve malzeme özelliklerine bağlı olarak optimize edilebileceğini göstermesi bakımından önemlidir.

Kompozit plaklarda burkulma davranışını etkileyen parametrelerden biri de tabaka kalınlığı konfigürasyonudur. Bu konuda gerçekleştirilen ve bu tezin yazarları tarafından hazırlanarak *7th International Science and Art Congress (ISARC)* kapsamında sunulan çalışma, kitap bölümü olarak yayımlanmıştır (Önder & Albayrak, 2025). Söz konusu çalışmada, farklı orta tabaka kalınlıklarının kritik burkulma yüküne etkisi detaylı şekilde incelenmiştir. Elde edilen bulgular, özellikle simetrik tabaka dizilimlerinde orta tabakanın kalınlığının artırılmasının burkulma kapasitesine olumlu katkı sağlayabileceğini göstermektedir. Bu tezde ise, söz konusu yayındaki sonuçların ötesine geçilerek farklı tabaka dizilimleri ve lif oryantasyonları da kapsamlı olarak değerlendirilmiştir.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde, cam/epoksi esaslı tabakalı kompozit plakların burkulma davranışlarını incelemek üzere kullanılan teorik altyapı, sayısal çözüm yaklaşımı ve modelleme süreci detaylandırılmıştır. Öncelikle, tabakalı kompozit malzemelerin yapısı ve davranışını açıklayan klasik tabakalı kompozit plak teorisi ile kayma deformasyon teorileri ele alınarak analize temel oluşturan varsayımlar sunulmuştur. Ardından, sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak oluşturulan sayısal modelleme süreci aktarılmış; kullanılan malzeme özellikleri, plak geometrisi, sınır koşulları ve yükleme türleri açıklanmıştır. Çalışmada, farklı lif oryantasyonları ve tabaka dizilimlerinin etkisini değerlendirmek amacıyla mesh yapısı, çözüm yöntemi ve analiz adımları da sistematik biçimde sunulmuştur. Bu bağlamda, hem teorik hem de uygulamalı yönleriyle kompozit plakların burkulma analizine yönelik kapsamlı bir yöntemsel çerçeve oluşturulmuştur.

3.1. Tabakalı Kompozit Malzemeler

Tabakalı kompozit plaklar, birbirinden farklı mekanik özelliklere sahip çok sayıda ince tabakanın belirli yönelim ve sıra ile üst üste yerleştirilmesiyle oluşturulan mühendislik yapı elemanlarıdır. Her bir tabaka genellikle yüksek dayanımlı lif takviyeli bir kompozit yapıdan oluşur ve bu tabakaların yönelim açıları, plak düzleminde istenilen yapısal performansa göre belirlenir. Bu yapı tipi, hafiflik, yüksek özgül dayanım ve rijitlik gibi üstün nitelikleri sayesinde özellikle havacılık, savunma, otomotiv ve denizcilik gibi mühendislik alanlarında tercih edilmektedir (Vasiliev ve Morozov, 2013).

Her bir tabaka, doğrusal elastik ve yönlere göre farklı mekanik özellikler gösteren bir yapıya sahiptir. Lifler, plak içinde farklı açılarla yerleştirilerek tabakanın hangi yönde daha dayanıklı olacağı belirlenebilir. Bir tabakalı kompozit plaktaki toplam davranış, tüm tabakalardaki gerilme–şekil değiştirme etkilerinin birleşimiyle elde edilir. Plak, kalınlık yönünde birbirine yapışmış tabakalardan oluştuğu için bu tabakalar arasında kayma ve ayrılma olmadığı varsayılır.

Tabakalı kompozit plakların analizinde genellikle Klasik Tabakalı Kompozit Plak Teorisi (KTKPT) kullanılır. Bu teoriye göre, plağın orta yüzeyinden geçen düz ve dik

çizgiler, şekil değiştirdikten sonra da düz ve dik kalmaya devam eder. Yani plak çok fazla bükülmez veya burulmaz, ince bir yapı gibi davranır.

Her bir tabaka, kendi içinde belirli bir lif yönüne sahiptir. Bu lif yönüne göre oluşan gerilmeler ve şekil değiştirmeler, hem o tabakanın kendi koordinat sistemine göre (lokal), hem de tüm plağın koordinat sistemine göre (global) hesaplanır.

- Her tabakanın bu hesaplamalara katkısı, üç temel matrisle ifade edilir:
- A matrisi, düzlem içi yani plağın yüzeyinde oluşan kuvvetlerle ilgilidir.
- B matrisi, eğilme ile düzlem içi kuvvetler arasındaki etkileşimi tanımlar.
- D matrisi ise plağın eğilme rijitliğini, yani eğilmeye karşı direncini ifade eder.

Eğer tabakalar simetrik bir şekilde yerleştirilmişse, B matrisi sıfır olur. Bu, plağın daha dengeli davrandığı anlamına gelir. Ancak tabakalar antisimetrik yerleştirilmişse, bu matris sıfır olmaz ve plak daha karmaşık bir şekilde tepki verir.

Kompozit plaklar sadece çekme veya eğilme gibi yüklemelere karşı değil, aynı zamanda burkulma ve titreşim gibi yapısal kararsızlık durumlarına karşı da incelenmelidir. Bu tür yapıların en büyük üstünlüğü, lif oryantasyonları sayesinde belirli yönlerde istenilen dayanımın sağlanabilmesidir. Ancak bu yönlendirilebilir yapı, analiz sırasında dikkatli olunması gereken yön bağımlı (anizotrop) davranışlara da neden olur.

Sonuç olarak, plağın nasıl davrandığı; liflerin hangi yöne yerleştirildiğine, kaç tabaka olduğuna, tabakaların ne kadar kalın olduğuna ve plağın hangi sınır şartlarında olmasına bağlı olarak değişir (Vasiliev ve Morozov, 2013).

3.2. Tabakalanma Teorileri

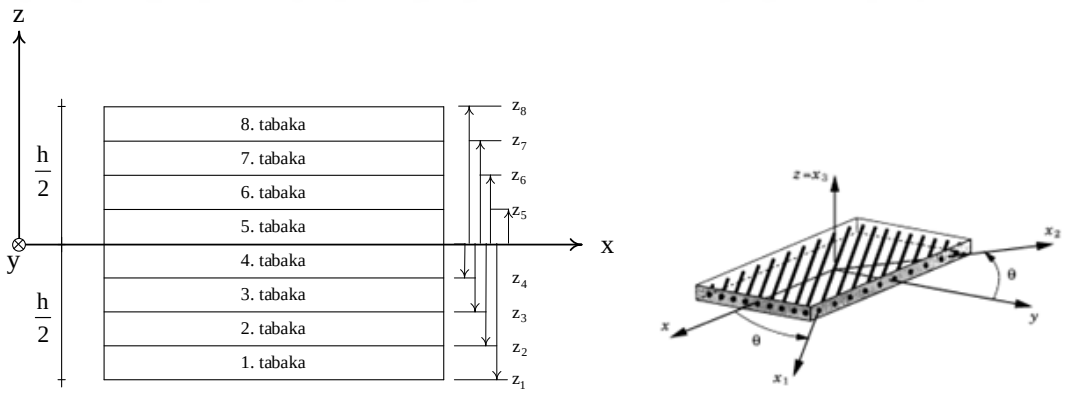
Tabakalı kompozit plakların analizinde, her bir tabakanın yön bağımlı (anizotrop) mekanik özellikler sergilemesi nedeniyle klasik izotrop plak teorileri yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle, tabaka yönelimlerini ve kalınlık boyunca değişen gerilme–şekil değiştirme dağılımını dikkate alan çeşitli tabakalanma teorileri geliştirilmiştir. Bu teoriler, farklı

yaklaşımlar kullanarak yapının eğilme, burkulma ve titreşim gibi davranışlarını daha doğru tahmin etmeyi amaçlamaktadır (Khandan vd., 2012).

3.2.1. Klasik kompozit tabakalı plak teorisi

Klasik tabakalı kompozit plak teorisi, Kirchhoff–Love ince plak varsayımlarına dayanır. Bu varsayımlara göre, plağın orta yüzeyine dik olan düz çizgiler deformasyon sonrasında da düz ve dik kalmaya devam eder. Teori, ince plaklar için geçerlidir ve kesme deformasyonlarını ihmal eder. Basit yapısı sayesinde kapalı formda çözümler üretmeye olanak tanır ve birçok sayısal yöntemin temelini oluşturur. Bu yaklaşım, klasik plak teorisinin kompozit yapılara uyarlanmış halidir. Yani her bir tabaka için lif yönelimleri ve farklı malzeme özellikleri dikkate alınarak, tüm plak davranışı bütüncül olarak değerlendirilir (Khandan vd., 2012).

Örnek bir tabakalı plakta tabaka numaralandırmaları ve koordinat eksenleri Şekil 3.1. de gösterilmiştir.



(a) (b)

Şekil 3.1. Örnek bir tabakalı plak (a) tabaka numaralandırmaları, (b) oryantasyon açısı (Reddy, 2003)

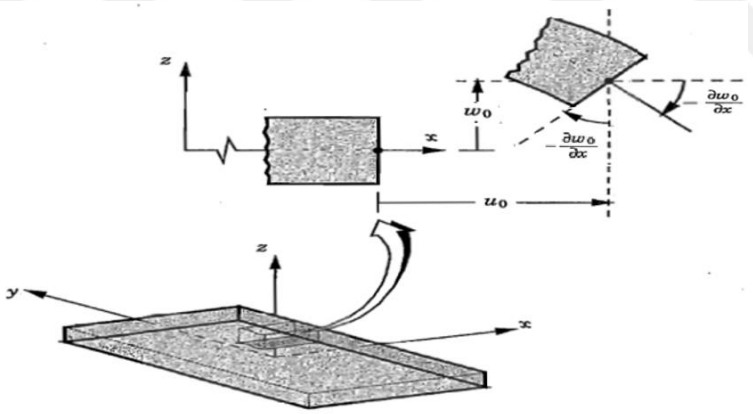
3.2.1.1. Varsayımlar ve kabuller

Bir teoride yapılan varsayımlar ve kabuller, teorinin geçerliliğini, kapsamını ve açıklama gücünü etkileyecektir. Klasik kompozit tabakalı plak teorisinde de yapılan

varsayımlar ve kabuller Kirchhoff–Love ince plak teorisi varsayımları ile tam olarak uyuşmaktadır. Bu teori, aşağıda ifade edilen kabullere dayanarak formüle edilmekte ve kanıtlanmaktadır.

1. Kompozit plakta tabakalar birbirlerine kusursuz bir şekilde birleştirilmiştir.
2. Tabakalı kompozit plakta tüm tabaka kalınlıkları aynıdır.
3. Plağın en alt ve en üst yüzeylerindeki kayma gerilmeleri sıfırdır.
4. Yer değiştirmeler ve şekil değiştirmeler yeterince küçüktür.
5. Yükleme sonucu oluşan deformasyondan önce orta yüzeye dik olan kesitler, deformasyondan sonra da dik kalmaya devam ederler.
6. Orta yüzeye dik olan bir çizgi üzerinde konumlanan noktalar, plakta deformasyon olduktan sonra da çizilen bu çizgi üzerinde olacaklardır.
7. Plağın enine doğrultusundaki lifler uzamazlar.

Plakta bu kabullere göre oluşan deformasyonlar Şekil 3.2. de gösterilmektedir.



Şekil 3.2. Klasik plak teorisine göre deformasyon (Reddy, 2003)

Bu varsayımlara göre; $\varepsilon_{zz} = 0$ ve $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ olacaktır.

3.2.1.2. Yer değiştirmeler ve şekil değiştirmeler

Liflerle güçlendirilmiş kompozit bir plakta lif ekseni x_1 ile plak x ekseni arasındaki açı oryantasyon açısı θ olarak tarif edilmektedir (Şekil 3.1.b). Şekilde gösterilen bu tabakalardan N tanesi üst üste mükemmel bir şekilde birleştirilerek tabakalı kompozit plağı

oluştururlar. Toplam kalınlığı h olan (Şekil 3.1.a) kompozit tabakalı plağın orta düzlemi kabullere göre deformasyona uğramayacaktır. Tabakalı plağın en alt tabakasının en alt koordinatı negatif z, en üst tabakasının en üst koordinatı pozitif z olacak şekildedir ve z = zk ve z = zk+1 koordinatları arasında k numaralı tabaka yer almaktadır. Orta düzlem z koordinatı sıfır olan düzlemdir.

İnce plak teorisine göre yer değiştirme (deplasman) bileşenleri aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} u(x,y,z) &= u_0(x,y) - z\frac{\partial w}{\partial x} \\ v(x,y,z) &= v_0(x,y) - z\frac{\partial w}{\partial y} \\ w(x,y,z) &= w(x,y) \end{aligned} \qquad (3.1)$$

Doğrusal olmayan şekil değiştirmelerde yer değiştirmeler cinsinden türevler küçük boyutlardadır. Bu terimlerin karesi ve çarpımı olan büyüklükler ihmal edilebilecek boyutlarda olduğundan ifadeler sadeleştirilebilir. Burada dikkat edilmesi gereken husus; $\frac{\partial w_0}{\partial x}$ ve $\frac{\partial w_0}{\partial y}$ dönmelerinin çok küçük olmadığından dolayı sadeleştirilemeyeceğidir. Buna göre şekil değiştirme ifadeleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_0}{\partial x}\right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} - z \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \qquad (3.2)$$

Denklem 3.2. deki şekil değiştirme ifadeleri iki terimden oluşmaktadır. İlk ifadeler z^0 ile çarpılanlar ve ikinci ifadeler z^1 ile çarpılanlar olarak iki parçaya ayrılırsa şu şekilde ifade edilebilir.

$$\tilde{\varepsilon}^{(0)} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u_0}{\partial x} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w_0}{\partial x}\right)^2 \\ \dfrac{\partial v_0}{\partial y} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w_0}{\partial y}\right)^2 \\ \dfrac{\partial u_0}{\partial y} + \dfrac{\partial v_0}{\partial x} + \dfrac{\partial w_0}{\partial x}\dfrac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad \tilde{\varepsilon}^{(1)} = \begin{Bmatrix} -\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}$$

Tarif edilen bu iki vektör ileriki hesaplamalarda kullanılacaktır.

3.2.1.3. Temel tabaka bağıntıları

Kompozit tabakalı plaklarda ince plak teorisi kabullerine göre davranış düzlem şekil değiştirme şeklindedir. Daha önce de bahsedildiği gibi bu kabullere göre; $\varepsilon_{zz} = 0$ ve $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ dır. Bundan başka σ_{xz}, ve σ_{yz} gerilme bileşenleri de sıfır olacaktır.

Kabullerde bahsedilen ε_{zz} sıfır olduğu için σ_{zz} normal gerilmesi sıfır olmayacaktır. Çözüm virtüel iş prensibine göre yapıldığında normal gerilme kullanılmayacağından denge denklemlerinde σ_{zz} kullanılmayacaktır. Bundan dolayı teori olarak düzlem şekil değiştirme ve düzlem gerilme problemi olarak düşünülmelidir. İnce plaklarda, plağın kalınlık boyutu diğer iki kenar boyutuna göre çok küçük olduğundan problem düzlem gerilme olarak ele alınmaktadır. Sonuç olarak problem çözümünde indirgenmiş düzlem gerilme temel bağıntılarının kullanılması uygun olmaktadır.

Genel bir tabakalı kompozit plak, oryantasyon açıları farklı birden fazla tabakaların bir araya gelmesinden oluşmaktadır. Her birisinin malzeme ekseni farklı olduğundan hesaplar ortak bir eksene göre yapılmalıdır. Bu eksen xyz plak eksenidir. Bünye denklemleri olarak da ifade edilen gerilme şekil değiştirme bağıntıları bu eksene göre aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \qquad (3.3)$$

Bu ifadede k ilgili tabakanın numarasını belirtmektedir. Gerilmeler ile şekil değiştirmeler arasındaki bağlantıyı kuran 3 x 3 ebadındaki matris ise indirgenmiş rijitlik dönüşüm bağıntılarıdır. Bu matris simetrik bir matristir ve elemanları oryantasyon açısı θ nın trigonometrik ifadeleri ile malzeme sabitlerinin çarpımından elde edilir.

$$\begin{aligned}
\overline{Q}_{11} &= Q_{11}\cos^4\theta + 2(Q_{12}+2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\sin^4\theta \\
\overline{Q}_{12} &= (Q_{11}+Q_{22}-4Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{12}(\sin^4\theta+\cos^4\theta) \\
\overline{Q}_{16} &= (Q_{11}-Q_{12}-2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta + (Q_{12}-Q_{22}+2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta \\
\overline{Q}_{22} &= Q_{11}\sin^4\theta + 2(Q_{12}+2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\cos^4\theta \\
\overline{Q}_{26} &= (Q_{11}-Q_{12}-2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta + (Q_{12}-Q_{22}+2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta \\
\overline{Q}_{66} &= (Q_{11}+Q_{22}-2Q_{12}-2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{66}(\sin^4\theta+\cos^4\theta)
\end{aligned} \qquad (3.4)$$

Denklem 3.4. te geçen ve malzeme sabitlerinden hesaplanan $Q_{11}, Q_{12}, Q_{22}, Q_{66}$ büyüklükleri ise şu şekilde tarif edilir:

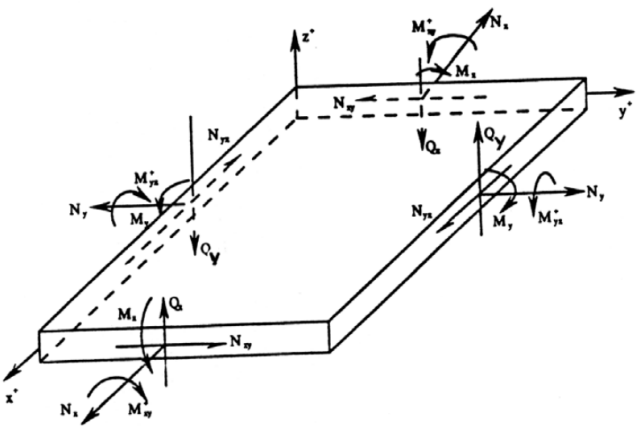
$$Q_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{66} = G_{12} \qquad (3.5)$$

Şekil değiştirme ve gerilme arasındaki ilişkiden aşağıdaki Poisson oranları ve elastisite modülleri arasındaki bağıntı kullanılarak ifade sadeleştirilebilir.

$$\frac{\upsilon_{21}}{E_2} = \frac{\upsilon_{12}}{E_1} \qquad (3.6)$$

3.2.1.4. Denge denklemleri

Plakta denge denklemleri, her üç yönde x, y ve z statik denge yazılarak elde edilecektir. Oluşan kuvvetlerin ve momentlerin pozitif yön kabulleri Şekil 3.3. te gösterilmektedir.



Şekil 3.3. Plakta kuvvetlerin ve momentlerin pozitif yönleri (Vinson, 2005)

Orta düzlemde diferansiyel bir eleman alınarak bu elemana etkiyen kuvvetlerin statik dengesi aşağıdaki şekilde özetlenebilir.

$$\begin{aligned}
\sum_x F = 0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \\
\sum_y F = 0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = 0 \\
\sum_z F = 0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} + q = 0
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Bu ifadede q yükü plak üst yüzeyinde pozitif z yönünde etkiyen bir dış kuvvettir. Kesme kuvvetleri ise momentlerin türevleri şeklinde ifade edilebilir:

$$Q_x = \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \qquad Q_y = \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \tag{3.8}$$

3.2.1.5 Tabakalı malzeme bağıntıları (Bünye denklemleri)

Kompozit tabakalı plakta kalınlık boyunca gerilme dağılımı her tabaka için farklıdır. Bu sebeple her tabaka için gerilmelerin ayrı ayrı integralleri alınarak hesaplanan değerler toplanmalıdır. N adet tabakası bulunan kompozit tabakalı bir plak için kuvvetler ve gerilmeler arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{N} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} dz$$
$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{N} \int_{z_k}^{z_{k+1}} z \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} dz \qquad (3.9)$$

Denklem 3.3. teki gerilmeler ile şekil değiştirmeler arasındaki ilişki denklem 3.9. da yerine konulursa kuvvetler şekil değiştirmeler cinsinden elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned}
N_{xx} &= \sum_{k=1}^{N} \{ \left[\bar{Q}_{11}^{(k)} \left(z_{k+1} - z_k \right) \right] \varepsilon_{xx}^{(0)} + \left[\bar{Q}_{12}^{(k)} \left(z_{k+1} - z_k \right) \right] \varepsilon_{yy}^{(0)} + \left[\bar{Q}_{16}^{(k)} \left(z_{k+1} - z_k \right) \right] \gamma_{xy}^{(0)} \\
&\quad + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{11}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \varepsilon_{xx}^{(1)} + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{12}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \varepsilon_{yy}^{(1)} + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{16}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \gamma_{xy}^{(1)} \} \\
N_{yy} &= \sum_{k=1}^{N} \{ \left[\bar{Q}_{12}^{(k)} \left(z_{k+1} - z_k \right) \right] \varepsilon_{xx}^{(0)} + \left[\bar{Q}_{22}^{(k)} \left(z_{k+1} - z_k \right) \right] \varepsilon_{yy}^{(0)} + \left[\bar{Q}_{26}^{(k)} \left(z_{k+1} - z_k \right) \right] \gamma_{xy}^{(0)} \\
&\quad + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{12}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \varepsilon_{xx}^{(1)} + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{22}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \varepsilon_{yy}^{(1)} + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{26}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \gamma_{xy}^{(1)} \} \\
N_{xy} &= \sum_{k=1}^{N} \{ \left[\bar{Q}_{16}^{(k)} \left(z_{k+1} - z_k \right) \right] \varepsilon_{xx}^{(0)} + \left[\bar{Q}_{26}^{(k)} \left(z_{k+1} - z_k \right) \right] \varepsilon_{yy}^{(0)} + \left[\bar{Q}_{66}^{(k)} \left(z_{k+1} - z_k \right) \right] \gamma_{xy}^{(0)} \\
&\quad + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{16}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \varepsilon_{xx}^{(1)} + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{26}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \varepsilon_{yy}^{(1)} + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{66}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \gamma_{xy}^{(1)} \} \\
M_{xx} &= \sum_{k=1}^{N} \{ \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{11}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \varepsilon_{xx}^{(0)} + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{12}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \varepsilon_{yy}^{(0)} + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{16}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \gamma_{xy}^{(0)} \\
&\quad + \left[\frac{1}{3} \bar{Q}_{11}^{(k)} \left(z_{k+1}^3 - z_k^3 \right) \right] \varepsilon_{xx}^{(1)} + \left[\frac{1}{3} \bar{Q}_{12}^{(k)} \left(z_{k+1}^3 - z_k^3 \right) \right] \varepsilon_{yy}^{(1)} + \left[\frac{1}{3} \bar{Q}_{16}^{(k)} \left(z_{k+1}^3 - z_k^3 \right) \right] \gamma_{xy}^{(1)} \} \\
M_{yy} &= \sum_{k=1}^{N} \{ \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{12}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \varepsilon_{xx}^{(0)} + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{22}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \varepsilon_{yy}^{(0)} + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{26}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \gamma_{xy}^{(0)} \\
&\quad + \left[\frac{1}{3} \bar{Q}_{12}^{(k)} \left(z_{k+1}^3 - z_k^3 \right) \right] \varepsilon_{xx}^{(1)} + \left[\frac{1}{3} \bar{Q}_{22}^{(k)} \left(z_{k+1}^3 - z_k^3 \right) \right] \varepsilon_{yy}^{(1)} + \left[\frac{1}{3} \bar{Q}_{26}^{(k)} \left(z_{k+1}^3 - z_k^3 \right) \right] \gamma_{xy}^{(1)} \} \\
M_{xy} &= \sum_{k=1}^{N} \{ \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{16}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \varepsilon_{xx}^{(0)} + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{26}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \varepsilon_{yy}^{(0)} + \left[\frac{1}{2} \bar{Q}_{66}^{(k)} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right) \right] \gamma_{xy}^{(0)} \\
&\quad + \left[\frac{1}{3} \bar{Q}_{16}^{(k)} \left(z_{k+1}^3 - z_k^3 \right) \right] \varepsilon_{xx}^{(1)} + \left[\frac{1}{3} \bar{Q}_{26}^{(k)} \left(z_{k+1}^3 - z_k^3 \right) \right] \varepsilon_{yy}^{(1)} + \left[\frac{1}{3} \bar{Q}_{66}^{(k)} \left(z_{k+1}^3 - z_k^3 \right) \right] \gamma_{xy}^{(1)} \}
\end{aligned} \qquad (3.10)$$

Denklem 3.10 da kullanılan $\bar{Q}_{ij}^{(k)}$ terimleri literatürde kısaltılarak A, B ve D notasyonları şeklinde ifade edilirler. Malzeme sabitleri ve tabaka kalınlık koordinatları kullanılarak hesaplanabilen uzama rijitliği A, eğilme-uzama rijitliği B ve eğilme rijitliği D aşağıdaki şekilde hesaplanabilir (Reddy, 2003)

$$\left(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}\right) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Q}_{ij}\left(1, z, z^2\right) dz = \sum_{k=1}^{N} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \bar{Q}_{ij}^{(k)}\left(1, z, z^2\right) dz \qquad (3.11)$$

Hesaplanan bu büyüklükler matris biçiminde kısaca ifade edilebilir.

$$\begin{Bmatrix} \{\mathrm{N}\} \\ \{\mathrm{M}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\mathrm{A}] & [\mathrm{B}] \\ [\mathrm{B}] & [\mathrm{D}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\varepsilon^{(0)}\} \\ \{\varepsilon^{(1)}\} \end{Bmatrix} \qquad (3.12)$$

3.2.1.6. Yer değiştirmeler cinsinden hareket denklemleri

İnce plak teorisine göre kompozit tabakalı plak için yer değiştirmeler cinsinden hareket denklemleri aşağıdaki gibidir.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u_0}{\partial x} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w_0}{\partial x}\right)^2 \\ \dfrac{\partial v_0}{\partial y} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w_0}{\partial y}\right)^2 \\ \dfrac{\partial u_0}{\partial y} + \dfrac{\partial v_0}{\partial x} + \dfrac{\partial w_0}{\partial x}\dfrac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u_0}{\partial x} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w_0}{\partial x}\right)^2 \\ \dfrac{\partial v_0}{\partial y} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w_0}{\partial y}\right)^2 \\ \dfrac{\partial u_0}{\partial y} + \dfrac{\partial v_0}{\partial x} + \dfrac{\partial w_0}{\partial x}\dfrac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \qquad (3.13)$$

İlgili ifadeler Denklem 3.13. te yerine konulduğunda denge denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir (Reddy, 2003)

$$\sum_x F = 0$$
$$A_{11}\left[\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2}\right] + 2A_{16}\left[\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y}\right] + A_{66}\left[\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2}\right]$$
$$+A_{16}\left[\frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2}\right] + \left(A_{12} + A_{66}\right)\left[\frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y}\right] + A_{26}\left[\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2}\right]$$
$$-B_{11}\left[\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3}\right] - 3B_{16}\left[\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y}\right] - \left(B_{12} + 2B_{66}\right)\left[\frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2}\right] - B_{26}\left[\frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3}\right] = 0$$

$$\sum_y F = 0$$
$$A_{16}\left[\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2}\right] + \left(A_{12} + A_{66}\right)\left[\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y}\right] + A_{26}\left[\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2}\right]$$
$$+A_{66}\left[\frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2}\right] + 2A_{26}\left[\frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y}\right] + A_{22}\left[\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2}\right]$$
$$-B_{16}\left[\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3}\right] - \left(B_{12} + 2B_{66}\right)\left[\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y}\right] - 3B_{26}\left[\frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2}\right] - B_{22}\left[\frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3}\right] = 0$$

$$\sum_z F = 0 \tag{3.14}$$
$$B_{11}\left[\frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3}\right] + 3B_{16}\left[\frac{\partial^3 u_0}{\partial x^2 \partial y}\right] + \left(B_{12} + 2B_{66}\right)\left[\frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2}\right] + B_{26}\left[\frac{\partial^3 u_0}{\partial y^3}\right]$$
$$+B_{16}\left[\frac{\partial^3 v_0}{\partial x^3}\right] + \left(2B_{66} + B_{12}\right)\left[\frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y}\right] + 3B_{26}\left[\frac{\partial^3 v_0}{\partial x \partial y^2}\right] + B_{22}\left[\frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3}\right]$$
$$-D_{11}\left[\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4}\right] - 4D_{16}\left[\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^3 \partial y}\right] - 2\left(D_{12} + 2D_{66}\right)\left[\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2}\right] - 4D_{26}\left[\frac{\partial^4 w_0}{\partial x \partial y^3}\right] - D_{22}\left[\frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4}\right] = -q$$

Genel bir kompozit tabakalı plak için elde edilen bu üç denge denkleminde tabaka dizilişine bağlı olarak bazı A_{ij}, B_{ij} ve D_{ij} rijitlikleri sıfır alınarak özelleştirilebilir. Bu şekliyle de kompozit tabakalı plak çözümlerinde kullanılmaktadır (Reddy, 2003).

3.2.2. Birinci derece kayma deformasyon teorisi (BDKDT)

KTKPT'nin yetersiz kaldığı durumlar için geliştirilen bu teori, Mindlin ve Reissner tarafından önerilmiştir. BDKDT, plak kalınlığı boyunca sabit kayma gerinimi kabul eder ve bu nedenle kesme düzlemlerinin plak orta yüzeyine dik kalmadığını varsayar. Ancak doğru sonuçlar elde edebilmek için kayma düzeltme katsayısı uygulanması gerekir. BDKDT, kalın ve orta kalınlıktaki plaklarda KTKPT'ye göre daha iyi performans gösterir (Khandan vd., 2012).

3.2.3. Yüksek dereceli kayma deformasyon teorileri (YDKDT)

KTKPT ve BDKDT'nin sınırlamalarını aşmak amacıyla geliştirilmiş yüksek dereceli teoriler, plak kalınlığı boyunca gerçekçi kayma şekil değiştirmesi dağılımı tanımlar. Bu teorilerde, yer değiştirme alanları genellikle ikinci veya üçüncü dereceden polinomlarla tanımlanır. Özellikle Reddy'nin Üçüncü Derece Kayma Deformasyon Teorisi, dış yüzeylerde kayma şekil değiştirmesi sıfır olacak şekilde tanımlanır ve KTKPT ile BDKDT'ye göre daha doğru sonuçlar üretir. Ancak bu teoriler, artan denklem sayısı nedeniyle daha karmaşık ve hesaplama açısından daha maliyetlidir (Khandan vd., 2012).

3.3. Klasik Kompozit Tabakalı Plak Teorisine Göre Burkulma Analizi

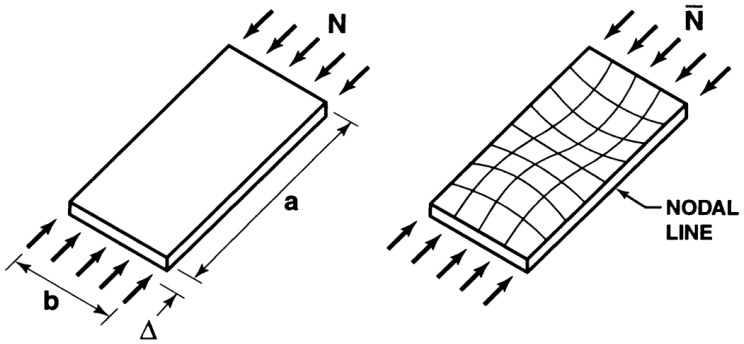
Burkulma ve eğilme, yapı elemanlarının dış kuvvetler altında gösterdiği temel mekanik tepkilerdir. Yapısal mühendislik ve malzeme bilimi açısından, bu iki davranışın anlaşılması, stabil ve dayanıklı yapıların tasarlanması için büyük önem taşır (Ansari ve Sahmani, 2011).

Burkulma, ince ve uzun yapı elemanlarının eksenel yük altında stabilitesini kaybederek ani bir şekil değişikliğine uğramasıdır. Özellikle, kolon ve plak gibi elemanlar kritik bir yük eşiğini aştığında burkulmaya uğrar. Burkulma yükü, malzemenin elastisite modülü, kesit geometrisi ve sınır koşullarına bağlı olarak değişir. Eğilme ve burkulma davranışları, yapı elemanlarının dayanıklılığını belirleyen temel mekanik prensiplerdir. Eğilme, bir elemanın dış kuvvetlere verdiği tepkiyi tanımlarken, burkulma, elemanın stabilitesini kaybettiği kritik bir durumu ifade eder. Yapı mühendisliği ve malzeme bilimi

alanında bu iki davranışın dikkatlice analiz edilmesi, güvenli ve verimli yapı sistemlerinin tasarlanmasında kritik rol oynar.

Eğilme, bir yapı elemanına uygulanan yükler nedeniyle eksenel doğrultuda meydana gelen şekil değişimidir. Kirişler, plaklar ve kolonlar gibi elemanlar eğilme kuvvetlerine maruz kaldığında, malzemenin üst yüzeyi basınca, alt yüzeyi ise çekmeye maruz kalır. Eğilme direnci, malzemenin elastisite modülü, kesit alanının geometrik özellikleri ve yükleme koşullarına bağlı olarak değişir. Eğilme teorileri, yapısal elemanların gerilme ve deformasyonlarını belirlemek için çeşitli matematiksel modellerle geliştirilmiştir. Klasik eğilme teorilerinden biri Euler-Bernoulli kiriş teorisidir, bu teori ince ve uzun kirişlerin deformasyonlarını analiz etmek için kullanılır. Ancak, kalın kirişler veya yüksek gerilme altında çalışan yapı elemanları için Timoshenko kiriş teorisi gibi kayma deformasyonlarını da dikkate alan daha gelişmiş modeller gereklidir. Bu teorilerin plak elemanlardaki karşılığı Kirchhoff – Love ve Mindlin - Reissner plak teorileridir (Ansari ve Sahmani, 2011).

Burkulma yükü altındaki bir plak düzlem dışı yönde deforme olur. Genellikle bu deformasyona burkulma modu denilir ve sinüs dalgası şeklindedir. Burkulma modu yarım sinüs dalgası veya katları şeklindedir (Jones, 1999).



Şekil 3.4. Basit mesnetli plak burkulma modu (Jones, 1999)

Şekil 3.4. te plağın burkulması görülmektedir. Şekilde N etki eden düzlem içi yayılı basınç yükü, $\bar{N}$ ise burkulma anındaki kritik burkulma yüküdür. Plakta burkulma davranışı kararsızdır ve etki eden basınç yükü yönünde deforme olur. (Cömert, 2022)

Burkulma yükü altındaki dört kenarından basit mesnetli kompozit tabakalı plak için yönetici denklem şu şekildedir (Reddy, 2003)

$$-D_{11}\left[\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4}\right]-4D_{16}\left[\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^3\partial y}\right]-2\left(D_{12}+2D_{66}\right)\left[\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2\partial y^2}\right]-4D_{26}\left[\frac{\partial^4 w_0}{\partial x\partial y^3}\right]-D_{22}\left[\frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4}\right]-\bar{N}_{xx}\left[\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}\right]-\bar{N}_{yy}\left[\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}\right]=0 \quad (3.15)$$

Basit mesnetli sınır şartlarına göre dört kenar z ekseni yönünde hareket etmeyecektir. Momentin türevi dönmeyi vereceğinden x eksenine paralel olan kenarlarda ve y eksenine paralel olan kenarlarda ilgili dönmeler sıfır olacaktır. Bu şartlar şu şekilde ifade edilebilir (Reddy, 2003)

$$\begin{array}{cccc} w_0(x,0)=0 & w_0(x,b)=0 & w_0(0,y)=0 & w_0(a,y)=0 \\ M_{xx}(0,y)=0 & M_{xx}(a,y)=0 & M_{yy}(x,0)=0 & M_{yy}(x,b)=0 \end{array} \quad (3.16)$$

Denklem 3.16. daki moment ifadeleri düşey çökmeler cinsinden şu şekildedir:

$$\begin{aligned} M_{xx} &= -D_{11}\left[\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}\right]-D_{12}\left[\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}\right] \\ M_{yy} &= -D_{12}\left[\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}\right]-D_{22}\left[\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}\right] \end{aligned} \quad (3.17)$$

Denklem 3.15. tek eksende veya iki eksende ilgili yüklemeye göre oluşturularak en kritik burkulma yükü elde edilerek plak burkulma problemi çözülmüş olur.

3.4. Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Çözüm Adımları

Bu bölümde sonlu elemanlar programı ANSYS kullanılarak oluşturulan modellere ait, kullanılan malzeme özellikleri ile analizlerde esas alınan model geometrisi, yükleme ve sınır koşulları belirtilmiş; sonlu elemanlar modellemesine geçilerek ağ yapısı, mesh kalitesi ve eleman tanımlamaları aktarılmıştır. Son olarak, çözüm yöntemi, yazılım kullanımı ve otomasyon süreci anlatılarak analiz süreci bütüncül biçimde açıklanmıştır.



Şekil 3.5. Çözüm yöntemi ve sayısal süreç diyagramı

3.4.1. Kullanılan malzemeler

Bu çalışmada kullanılan malzeme, epoksi matris içerisine yerleştirilmiş cam liflerden oluşan bir kompozit yapıdır. Epoksi, burada matris fazını temsil ederken; cam lifler, yapıya mekanik dayanım kazandıran takviye elemanları olarak görev yapmaktadır. Matris fazı olan epoksi, lifleri birbirine bağlayarak bütüncül bir yapı oluşmasını sağlar ve uygulanan dış yüklerin lifler arasında etkin bir şekilde dağılmasına yardımcı olur. Böylece, kompozit malzeme yalnızca matris veya yalnızca liften oluşan bir yapıya göre çok daha üstün mekanik özellikler gösterir (Reddy, 2003; Jones 1999).

Kompozit malzemeler, temel olarak farklı özelliklere sahip iki veya daha fazla malzemenin bir araya gelmesiyle oluşur. Bu çalışmada kullanılan cam-epoksi kompozit yapı da, polimer esaslı bir matris ile cam esaslı liflerin birleşiminden oluşmuş bir kompozit malzemedir. Cam lifleri yüksek çekme dayanımı ve rijitlikleri ile bilinirken, epoksi reçine ise düşük viskozitesi, yüksek yapışma kabiliyeti ve kimyasal direnç özellikleri ile öne çıkmaktadır. Bu iki fazın bir araya gelmesiyle oluşan yapı hem dayanıklı hem de hafif bir kompozit sistem oluşturmuştur.

Cam lifler, epoksi matris içinde belirli yönelimlerle düzenlenmiş ve tabaka yapıları oluşturulmuştur. Liflerin belirli açılarla yerleştirilmesi, malzemenin farklı yönlerdeki mekanik özelliklerini ayarlamaya imkân tanımıştır. Bu yönüyle kullanılan kompozit malzeme, ortotrop karakter göstermekte olup, farklı yönlerde farklı elastik ve kayma modüllerine sahiptir. Liflerin yönelimi ve tabaka düzeni değiştirilerek malzemenin burkulma davranışında önemli değişiklikler sağlanmıştır.

Cam-epoksi kompozit malzemeler, yüksek dayanım/ağırlık oranları, iyi darbe dayanımları ve korozyon dirençleri sayesinde birçok endüstriyel uygulamada yaygın olarak kullanılmaktadır. Havacılık, otomotiv, inşaat ve denizcilik gibi sektörlerde sıklıkla tercih edilmelerinin temel nedeni, sundukları bu üstün mekanik özelliklerdir. Özellikle epoksi matris sisteminin cam liflerle güçlü bir bağ kurması, kompozitin mekanik performansını artırmakta ve malzemenin dayanıklılığını önemli ölçüde geliştirmektedir.

Bu çalışmada kullanılan cam-epoksi tabakalı kompozitin özellikleri, literatürde geniş kabul görmüş değerler esas alınarak belirlenmiştir. Malzemenin elastik ve kayma modülleri arasındaki oranlar, liflerin yönlenme açıları ve yoğunluk gibi temel parametreler, analizin doğruluğunu sağlamak amacıyla dikkatle seçilmiş ve modellemelere aktarılmıştır. Çalışmanın güvenilirliği açısından, kullanılan malzemenin yapısal karakteristiklerinin doğru bir şekilde tanımlanması kritik öneme sahiptir. Bu doğrultuda, lif-matris birleşim özellikleri, yön bağımlı mekanik davranış ve yük taşıma kabiliyeti gibi temel özellikler göz önünde bulundurulmuş, analizlerde bu özelliklere sadık kalınmıştır.

Sonuç olarak, bu çalışmada kullanılan epoksi matrisli cam lif takviyeli kompozit malzeme, sahip olduğu yüksek mekanik performansı ve yönlendirilmiş özellikleri ile burkulma davranışının anlaşılması açısından ideal bir model teşkil etmektedir. Matris ve lif fazlarının bir araya gelişi, kompozitin tüm mekanik özelliklerini belirleyerek çalışmanın ana eksenini oluşturmuştur. Malzeme tanımlamaları, kodda define_material fonksiyonu aracılığıyla gerçekleştirilmiştir ve aşağıdaki değerler kullanılmıştır.

E_1 = 25 GPa: Lif yönündeki elastisite modülü

$E_2 = E_3$ = 1 GPa: Lif dik yönlerindeki elastisite modülleri

$G_{12} = G_{13}$ = 0,5 GPa, G_{23} = 0,2 GPa: Kayma modülleri

$\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23}$ = 0,25: Poisson oranları

ρ = 1g/cm^3 : Yoğunluk (normalize edilmiştir)

Bu değerler, cam lif takviyeli epoksi kompozitlerin literatürde yaygın olarak kabul gören temsil edici mekanik özelliklerine karşılık gelmektedir. Ayrıca, bu malzeme modeli, tabaka yönlenmesi ve sayısındaki değişimlere bağlı olarak plak davranışlarının karşılaştırmalı incelenmesine olanak sağlamaktadır.

Çalışma kapsamında simetrik ve antisimetrik olmak üzere çeşitli tabaka dizilimleri kullanılmış ve her bir yapı için kritik burkulma yükleri farklı yükleme durumlarında hesaplanmıştır. Böylece, malzemenin yapısal davranışına hem lif oryantasyonunun hem de tabaka sayısının etkisi detaylı biçimde değerlendirilmiştir (Reddy, 2003; Jones 1999).

3.4.2. Model geometrisi

Bu çalışmada analiz edilen yapı, kenar uzunlukları eşit olan kare biçimli simetrik kompozit plaklardan oluşmaktadır. Plak geometrisi, sonlu elemanlar analizinde sıkça kullanılan standart boyutlara uygun şekilde tanımlanmış ve aşağıdaki geometrik değerlere göre modellenmiştir:

Plak uzunluğu (a): 1000 mm

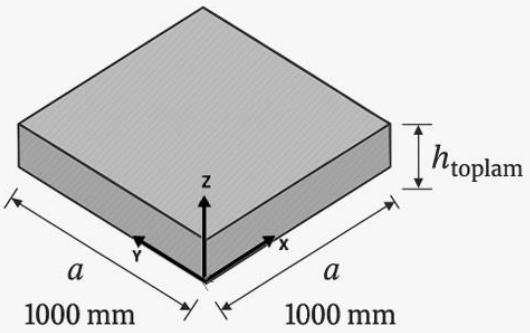
Plak genişliği (b): 1000 mm

Toplam kalınlık (h_{toplam}): 100 mm

Her modelde kullanılan tabaka sayısına göre, her bir tabakanın kalınlığı eşit olarak dağıtılmıştır. Örneğin, üç tabakalı bir modelde her tabaka 33.33 mm, dört tabakalı bir modelde ise 25 mm kalınlığa sahiptir.

Plakların yapısı, cam lif takviyeli epoksi matrisli ortotrop kompozit malzeme ile tanımlanmıştır. Kullanılan malzeme, yönlenmeye bağlı olarak farklı mekanik özellikler

sergileyen bir yapıya sahiptir ve her bir tabaka için aynı fiziksel özellikler korunmuş, sadece lif oryantasyonları değiştirilerek analizler gerçekleştirilmiştir.



Şekil 3.6. Model Geometrisi

3.4.3. Sonlu elemanlarda modelleme ve sonlu eleman ağı analizi

Bu çalışmada, cam/epoksi tabakalı kompozit plakların burkulma davranışı, sonlu elemanlar metodu (SEM) kullanılarak analiz edilmiştir. Analizler, ANSYS Mechanical APDL ortamında Python üzerinden geliştirilen bir komut dosyası aracılığıyla otomatikleştirilmiş ve her model için parametrik olarak oluşturulan ağ yapısı ve malzeme tanımlamaları, analiz doğruluğu açısından dikkatle yapılandırılmıştır.

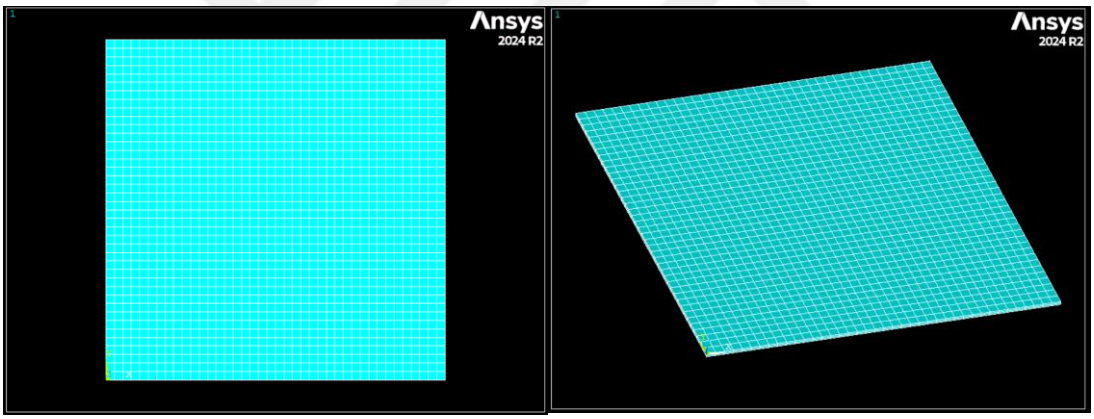
3.4.3.1. Geometri ve eleman tanımı

Modellenen yapı, kenar uzunlukları 1000 mm olan kare bir kompozit plak olarak tanımlanmıştır. Plaklar, belirli kalınlıklarda üst üste yerleştirilmiş ortotrop tabakalardan oluşmaktadır. Her bir tabaka, aynı malzeme özelliklerine sahip olup yalnızca lif oryantasyonları farklılık göstermektedir. Kod içerisinde tanımlanan tabaka sayısı ve yönlenmeleri, analizlerde karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir.

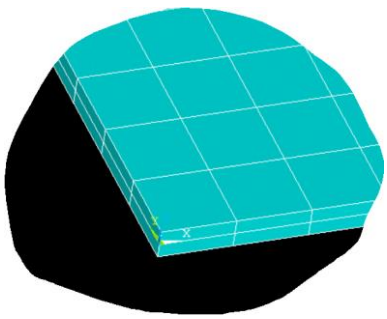
Sonlu elemanlar modellemesinde SHELL181 tipi kabuk elemanları kullanılmıştır. Bu eleman türü, tabakalı kompozit malzemeler için özel olarak geliştirilmiş, dört düğüm noktasına sahip ve her düğümde 6 serbestlik derecesi bulunan bir elemandır. SHELL181 elemanları hem ince hem de kalın plak davranışlarını modellemek için uygundur ve burkulma analizi gibi geometrik stabilite incelemelerinde güvenilir sonuçlar sunar.

3.4.3.2. Ağ yapısının oluşturulması

Modelleme sürecinde, analiz doğruluğunu etkileyen temel faktörlerden biri sonlu eleman ağı yoğunluğudur. Kodda, plak her iki yönde 20 birime bölünmüş ve toplamda 400 adet dörtgen sonlu eleman oluşturulmuştur. Bu yapılandırma, hem hesaplama süresini makul düzeyde tutmakta hem de sonuçların stabil ve güvenilir olmasını sağlamaktadır. Her eleman, ilgili tabakanın yönelimini temsil edecek şekilde tanımlanmıştır.



Şekil 3.7. ANSYS ara yüzünde mesh yapısı gösterimi



Şekil 3.8. ANSYS arayüzünde mesh tabakalanma gösterimi

Ağ oluşturulurken aşağıdaki hususlara dikkat edilmiştir:

- Simetrik bölünme: Plak, x ve y yönlerinde eşit sayıda elemana bölünerek düzgün bir ağ yapısı sağlanmıştır.

- Serbestlik derecesi tanımı: Her düğüm noktasına, UX, UY, UZ (yer değiştirmeler) ve ROTX, ROTY, ROTZ (dönmeler) serbestlik dereceleri atanmıştır.

- Tabaka yönelimi: Kodda tanımlanan et, real, r, sectype, secdata gibi komutlar aracılığıyla tabaka bilgileri (kalınlık, açı, malzeme) elemanlara uygun şekilde atanmıştır.

- Materyal numaralandırması: Her lif oryantasyonu için ayrı bir malzeme tanımı yapılmış ve bu tanımlara farklı malzeme numaraları verilmiştir. Böylece her tabakanın kendi yönüne göre mekanik özellikleri modele doğru şekilde aktarılmıştır.

3.4.3.3. Mesh kalitesinin değerlendirilmesi

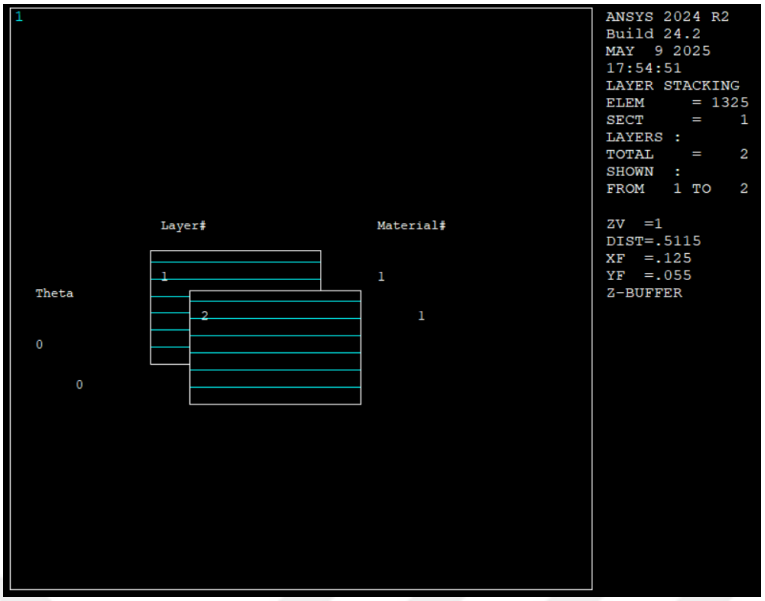
Sonlu eleman analizinde çözüm doğruluğunu artırmak için ağ yoğunluğunun yeterli olması kadar, mesh düzenliliği ve kalitesi de kritik rol oynar. Kodda oluşturulan elemanlar eşit boyutludur ve kare geometriye sahiptir. Böylece çözümde sayısal sapma ve eleman bozulması en aza indirilmiştir. Mesh yapısının kalite kontrolü için aşağıdaki kriterler göz önünde bulundurulmuştur:

- Elemanlar arasında şekil bozukluğu yoktur.

- Eleman köşe açıları homojendir.

- Elemanların yüzey alanları eşittir.

- Lif oryantasyonu her tabaka için doğru şekilde aktarılmıştır.



Şekil 3.9. (0/0) ortotrop plak için lif oryantasyonu gösterimi

Sonlu elemanlar yöntemi ile oluşturulan model hem burkulma hem de eğilme davranışlarını hassas şekilde incelemeye olanak tanımaktadır. SHELL181 elemanlarının kullanımı ve optimize edilmiş ağ yapısı sayesinde, malzeme yönelimi ve tabaka sayısına bağlı olarak kritik burkulma yüklerinin doğru şekilde tahmini mümkün hale gelmiştir. Bu bölümde oluşturulan sonlu eleman modeli, sonraki bölümlerde sunulan burkulma analizlerinin temelini oluşturmaktadır.

3.4.4. Yükleme koşulları ve sınır şartları

Bu çalışmada, cam/epoksi tabakalı kompozit plakların burkulma davranışı, farklı yükleme senaryoları altında incelenmiştir. Yüklemeler ve sınır koşulları, sonlu elemanlar modeli aracılığıyla ANSYS MAPDL ortamında uygulanmıştır. Gerçekleştirilen analizlerde hem tek eksenli (uniaxial) hem de çift eksenli (biaxial) basınç yüklemeleri ele alınmış; bu yükleme türlerinin plakların burkulma davranışı üzerindeki etkileri karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir.

3.4.4.1 Yükleme koşulları

Kompozit plakların yapısal davranışlarını etkileyen en önemli faktörlerden biri, uygulanan dış yüklemenin türü ve yönüdür. Farklı yükleme koşulları, plağın iç gerilme dağılımını, şekil değiştirme davranışını ve kritik burkulma yükünü önemli ölçüde değiştirebilmektedir. Özellikle anizotrop yapıya sahip tabakalı kompozit sistemlerde, yüklemenin yönü ve dağılımı, lif oryantasyonları ile birlikte değerlendirilmelidir. Bu bağlamda, bu çalışmada ele alınan analizlerde iki temel yükleme senaryosu dikkate alınmıştır: tek eksenli yükleme ve çift eksenli yükleme.

Tek eksenli yüklemede yalnızca iki karşılıklı kenara (sağ ve sol kenarlara) eksenel doğrultuda basınç yükü uygulanmıştır. Bu yükleme tipi, plak üzerinde doğrusal basınç gerilmeleri oluşturur ve antisimetrik deformasyonlara neden olabilir. MAPDL ortamında bu koşul, ilgili kenarlara eşit büyüklükte yüzey basıncı uygulanarak modellenmiştir.

İki eksenli yüklemede plak tüm kenarlarından aynı büyüklükte basınca maruz bırakılmıştır. Böylece yapıda daha homojen bir gerilme dağılımı elde edilmiştir. Bu yükleme, özellikle simetrik tabaka dizilimlerinde genel burkulma modlarının belirginliğini artırmaktadır. Kodda dört kenarın tamamına yüzey basıncı tanımlanarak uygulanmıştır.

Tüm yüklemelerde basınç değeri 1 birim olarak alınmış; elde edilen kritik burkulma katsayıları ile çarpılarak son kritik burkulma yükü hesaplanmıştır. Bu yaklaşım, sonuçların normalize edilmesine ve farklı geometri ya da malzeme değişikliklerine kıyasla karşılaştırılabilir hale getirilmesine olanak tanımıştır.

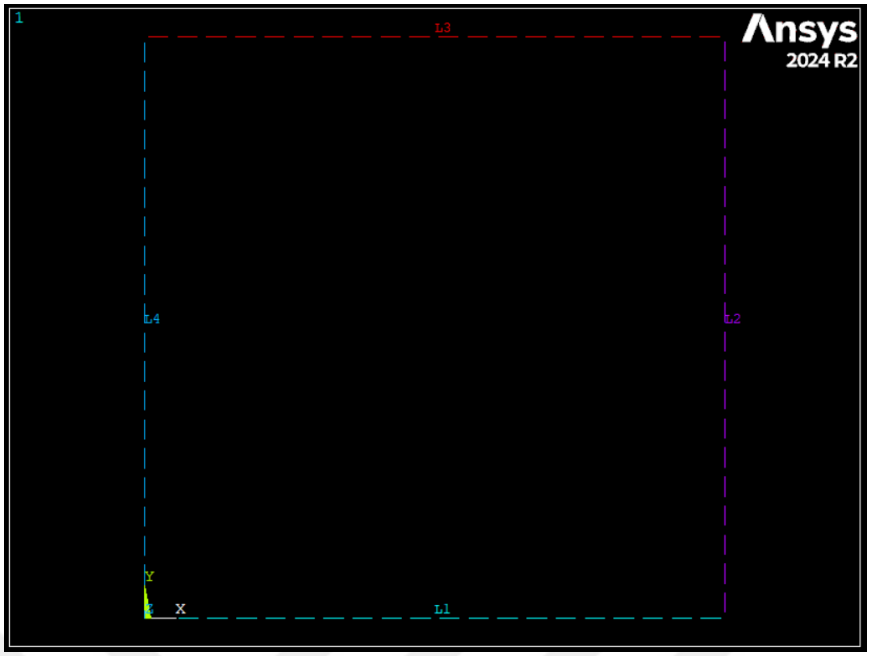


(a) (b)

Şekil 3.10. Tek eksenli yükleme (a), iki eksenli yükleme (b)

3.4.4.2. Sınır şartları

Plaklar, dört kenarından da basit mesnetli kabul edilmiştir. Bu sınır şartı, plak kenarlarının düşey yönde yer değiştirmesini engellemekte ancak yatay yönde serbest bırakmaktadır. Böylece hem yapısal gerçekçiliği koruyarak hem de klasik burkulma teorileriyle karşılaştırılabilir bir model oluşturulmuştur. MAPDL ortamında plakta Şekil 3.8. de gösterilen kenar numaralarına bağlı olarak sınır koşulları aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:



Şekil 3.11. Plakta kenar numaraları

Tüm kenarlara düşey yönde (UZ) yer değiştirme engeli uygulanmıştır.
Kenarlara özel olarak dönme kısıtlamaları atanmıştır:
1 ve 3 numaralı kenarlarda dönme serbestliği X ekseninde engellenmiştir (ROTX),
2 ve 4 numaralı kenarlarda ise Y ekseninde dönme engellenmiştir (ROTY).

Plak ortasındaki bazı noktalara ilave yer değiştirme kısıtları verilerek sayısal kararlılık artırılmıştır. Bu sınır şartları sayesinde plak, teorik olarak dört kenarı basit mesnetli ideal bir model şeklinde davranmaktadır. Gerçekleştirilen analizlerde bu sınır koşullarının doğruluğu çeşitli test modelleri ile doğrulanmıştır.

Uygulanan yükleme türü ve sınır şartları hem burkulma modlarını hem de elde edilen kritik yükleri önemli ölçüde etkilemektedir. Tek eksenli yüklemede burkulma, genellikle sadece yük uygulanan doğrultuda ve daha düzenli bir biçimde meydana gelir. Buna karşılık, çift eksenli yüklemede tüm kenarlardan basınç uygulandığı için burkulma farklı yönlerde aynı anda gelişebilir ve daha karmaşık şekiller ortaya çıkabilir. Ancak bu durum, yapının genel davranışında daha dengeli bir burkulma biçimi oluşmasına da katkı sağlar. Bu nedenle çalışmada, farklı tabaka dizilimlerinin bu iki yükleme senaryosu altında nasıl tepki verdiği detaylı olarak analiz edilmiş ve sayısal sonuçlar üzerinden kıyaslamalar yapılmıştır.

3.5. Analiz ve Çözüm Yöntemleri

Bu çalışmada, cam/epoksi tabakalı kompozit plakların burkulma davranışı, sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiş lineer burkulma analizleri ile değerlendirilmiştir. Uygulanan analiz ve çözüm süreçleri, ANSYS MAPDL ortamında Python tabanlı bir otomasyon aracılığıyla yürütülmüş; tüm analizler, parametrik modelleme yaklaşımı ile sistematik olarak gerçekleştirilmiştir.

Kodda, her analiz için yükleme senaryosu ve tabaka yönelimleri parametrik olarak tanımlanmış, her konfigürasyon için otomatik modelleme ve çözüm döngüsü kurulmuştur. Uygulanan çözüm adımları şu şekilde özetlenebilir:

Model oluşturma: Her tabaka yönelimi için plak geometri ve malzeme bilgileri tanımlanır.

Ağ oluşturma: Kare elemanlardan oluşan sonlu eleman ağı, her analiz için aynı yoğunlukta oluşturulur.

Yükleme ve sınır koşulları tanımlama: Tek eksenli ve çift eksenli yükleme durumlarına göre gerekli sınır koşulları atanır.

Statik analiz: Önce statik analiz yapılarak plak öz ağırlığından dolayı çökme deformasyonları elde edilir. Daha sonra burkulma analizi yapılır.

Burkulma çözümü: ANSYS MAPDL'de BUCKLE komutu kullanılarak özdeğer analizi gerçekleştirilir.

Sonuçların alınması: En küçük özdeğer (burkulma katsayısı) okunur ve analizlerde plağa etki ettirilen yük ile çarpılarak kritik burkulma yükü hesaplanır.

Sonuçların kaydedilmesi: Elde edilen değerler, her analiz senaryosu için sıralanarak karşılaştırmalı olarak değerlendirilmek üzere kaydedilir.

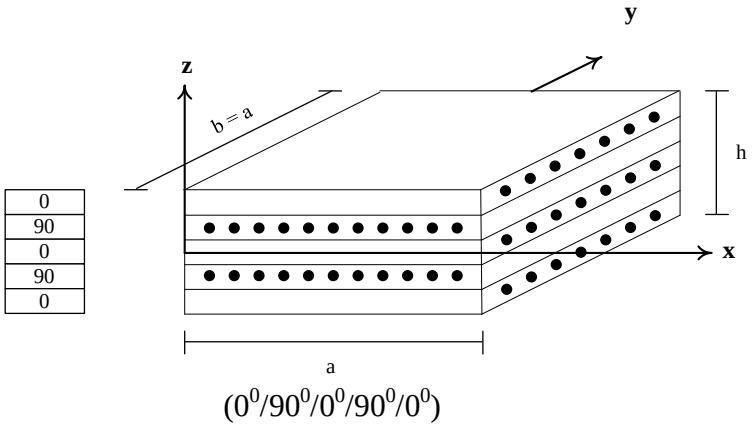
4. ÖRNEK PROBLEM ANALİZ VE HESAPLAMALARI

Bu bölümde, tez kapsamında geliştirilen sonlu eleman modelinin doğruluğunu değerlendirmek amacıyla seçilmiş bir örnek problem üzerinden gerçekleştirilen analiz ve hesaplamalar sunulmaktadır. Bu amaçla, Sayyad vd. (2016) tarafından literatürde sunulmuş bir çalışma referans alınmış ve benzer geometri, malzeme özellikleri, sınır koşulları ve yükleme durumları esas alınarak sonlu eleman modeli oluşturulmuştur. Elde edilen sayısal sonuçlar, ilgili çalışmadaki verilerle karşılaştırılmış ve modelin geçerliliği ortaya konmuştur. Bu doğrulama süreci, tezde ilerleyen bölümlerde yapılacak parametrik analizler açısından güvenilir bir temel sağlamaktadır.

4.1. Doğrulama ve Ağ Yakınsama Analizi

Dört kenarından basit mesnetli kompozit tabakalı kare plağın burkulma probleminin doğrulaması ve sonlu elemanlar ağ boyutunun tespiti için literatürden seçilen örnek bir problem kullanılmıştır (Sayyad vd., 2016).

Tek eksende burkulma yüküne maruz kompozit tabakalı kare plak için kritik burkulma yükleri farklı sonlu eleman ağ yapısı için hesaplanmıştır. Örnek problem, (0/90/0/90/0) tabaka dizilimine sahip beş tabakalı simetrik çapraz tabakalı kompozit plaktır. Tabakalı plak boyutları a = b = 1000 mm ve toplam kalınlık h = 100 mm olarak alınmıştır. Kullanılan örnek problemin geometrisi Şekil 4.1. de gösterilmektedir.



$(0^0/90^0/0^0/90^0/0^0)$

Şekil 4.1. Doğrulama için kullanılan örnek problemin geometrisi

Referansta kritik burkulma yükleri aşağıdaki denklem kullanılarak boyutsuz duruma getirilmiştir.

$$N_{cr} = N_0 \frac{a^2}{E_2 h^3} \qquad (4.1)$$

Bu denklemde N_{cr} boyutsuz kritik burkulma yükü katsayısını, N_0 birim uzunluktaki kuvvet (N/mm) şeklindeki kritik burkulma yükünü, a kare plağın bir kenarının boyutunu, E_2 elastisite modülünü ve h plak toplam kalınlığını belirtmektedir.

Doğrulama probleminde malzeme özellikleri referansta belirtildiği gibi $E_1/E_2 = 20$, $G_{12} = G_{13} = 0.6E_2$, $G_{23} = 0.5E_2$ ve $\nu_{12} = 0.25$ olarak alınmıştır (Sayyad vd., 2016). Bu problem için boyutsuz kritik burkulma yükü katsayısı referansta 15.653 olarak verilmiştir. Bu verilere göre kritik burkulma yükü aşağıdaki şekilde hesaplandığında, boyutsuz kritik burkulma yükü katsayısı ile aynıdır

$$N_{cr} = N_0 \frac{a^2}{E_2 h^3} \quad \Rightarrow \quad N_{cr} = N_0 \frac{(1000)^2}{(1)(100)^3} \quad \Rightarrow \quad N_{cr} = N_0 = 15.653$$

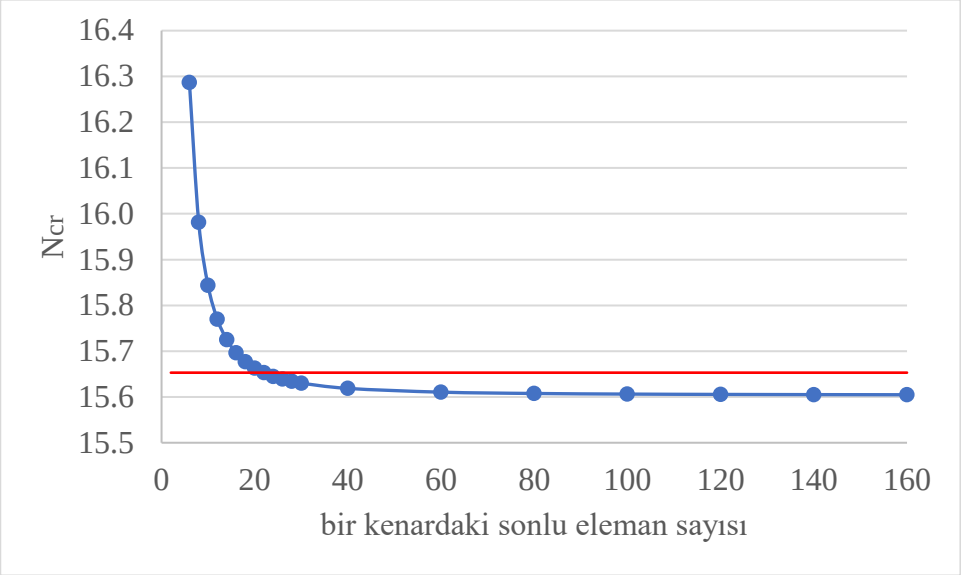
Sonlu elemanlar yönteminde eleman boyutu ne kadar az olursa çözüm de o kadar hassas olacaktır ve elde edilen sonuç gerçek sonuca o kadar yaklaşacaktır. Bu durumda

problemdeki eleman sayısı artacak ve kurulan denklem takımının boyutu artacaktır. Bu da işlem süresini ve hacmini etkileyecektir. Sonlu eleman boyutunu tespit etmek kare plak probleminde plağın bir kenarı eşit olarak bölünerek farklı eleman boyutlarına göre problem tekrarlı olarak çözülür. Bölüm sayısı arttıkça sonlu eleman boyutu azalacaktır. Seçilen her bölüm sayısı için hesaplanan kritik burkulma yükü sonuçları incelendiğinde değişimin belirli bir sonlu eleman boyutundan sonra önemli miktarda olmadığı görülür. İşte bu yakınsama analizi sonuçları referans problem için PyMAPDL yardımı ile elde edilmiş ve Çizelge 4.1. de verilmiştir.

Çizelge 4.1 Sonlu elemanlar ağı yakınsama analizi sonuçları

Plağın bir kenarındaki eleman sayısı	N_{cr}	Problemdeki düğüm sayısı	Problemdeki Eleman sayısı
6	16.2867765	49	36
8	15.9814132	81	64
10	15.8436174	121	100
12	15.7696789	169	144
14	15.7254026	225	196
16	15.6967879	289	256
18	15.6772251	361	324
20	15.6632595	441	400
22	15.6529413	529	484
24	15.6451018	625	576
26	15.6390058	729	676
28	15.6341720	841	784
30	15.6302743	961	900
40	15.6187597	1681	1600
60	15.6105445	3721	3600
80	15.6076711	6561	6400
100	15.6063415	10201	10000
120	15.6056192	14641	14400
140	15.6051838	19881	19600
160	15.6049012	25921	25600

Sistematik olarak çözülen bu problemler sonucunda Şekil 4.2. den de görüldüğü gibi plak bir kenarı 20 elemana bölündüğünde elde edilen hesap sonucu ile kesin sonuç arasındaki farkın çok olmadığı belirlenmiştir. Bu durumda plak toplam 400 adet sonlu elemana bölünerek ağ yapısı oluşturulur. Bu tez çalışmasında tüm plaklar bir kenarı 50 mm uzunluğundaki sonlu elemanlara bölünerek hesaplamalar yapılmıştır. Şekil 4.2. de kırmızı yatay olarak gösterilen değer referansta verilen kesin değerdir.



Şekil 4.2. Sonlu eleman sayısı ile kritik burkulma yükünün değişimi

Çizelge 4.2. de referansta verilen sonuçlar ile bu çalışmada hesaplanan değer kesin çözüm ile kıyaslanmıştır. Buna göre bir kenarı 50 mm uzunluğundaki sonlu elemanlara bölünerek elde edilen sonucun diğer çalışmalara göre kesin değere çok daha yakın olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.2. Tek eksende yüklenmiş (0/90/0/90/0) çapraz tabakalı simetrik plakta kritik burkulma yükleri

Kaynak	N_{cr}	%fark
Bu çalışma	15.663	0.06
SFVPT (Sayyad vd.,2016)	16.234	3.71
SSNDT (Sayyad ve Ghugal, 2014)	15.828	1.12
HSDT (Reddy, 1984)	15.783	0.83
FSDT (Mindlin, 1951)	15.736	0.53
CPT (Kirchhoff, 1850)	19.712	25.93
Kesin çözüm (Noor, 1975)	15.653	0.00

4.2. Örnek Bir Problem Çözüm Adımları

Bu bölümde örnek olarak referanstan (Sayyad vd., 2016) alınan tek eksende burkulma yüküne maruz, problemin geometrisi Şekil 4.1. de verilen, (0/90/0/90/0) tabaka dizilimine sahip beş tabakalı simetrik çapraz tabakalı kompozit plak için kritik burkulma yükünün ANSYS MAPDL programında hesaplanması detaylandırılacaktır. Tetkik edilen problemin özellikleri Çizelge 4.3. te özetlenmiştir.

Çizelge 4.3. Örnek problem verileri

Büyüklük	Değer
Sonlu eleman	SHELL181
E_1	20
E_2	1
E_3	1
G_{12}	0.6
G_{13}	0.6
G_{23}	0.5
NU_{12}	0.25
NU_{13}	0.25
NU_{23}	0.25
Yoğunluk	1
a	1000
b	1000
h	100
Tabaka dizilimi	(0/90/0/90/0)
Bir kenardaki sonlu eleman sayısı	20
Yük	1

ANSYS MAPDL sonlu elemanlar paket programında problem çözüm adımları diğer sonlu elemanlar programlarına benzer olarak problemin tanımlanması (Preprocessor), analiz yapılması (Solution) ve sonuçların alınması (General Postprocessor) olarak üç aşamadan oluşmaktadır.

4.2.1. Problemin tanımlanması

Problemin tanımlanması aşamasında ilk olarak ANSYS kütüphanesinden problem için uygun olan SHELL181 elemanının seçilmesi ile başlanır. Daha sonra Çizelge 4.3. te belirtilen 9 adet malzeme sabiti ortotrop malzeme özelliklerinden tanımlanır. Aynı bölümden yoğunluk değeri de programa girilir. Malzeme tanımı yapıldıktan sonra her birisinin kalınlığı 20 mm olan 5 adet tabaka için kalınlık ve oryantasyon açısı değerleri ile kompozit tabakalı plak için kesit tanımlanır. Kesiti tanımlanan plak için xy düzlemindeki boyutları ile plak orta düzlemi alan olarak çizilir. Çizilen 1000 mm x 1000 mm kare alanın elemanlara bölünerek sonlu elemanlar ağ yapısının oluşması için tanımlanan malzemeden oluşturulmuş kesite sahip sonlu elemanlar plak bir kenarında 20 adet olmak üzere oluşturulur. Böylece 20 x 20 = 400 adet sonlu eleman 21 x 21 = 441 düğüm noktası ile problem tanımlanmış olur.

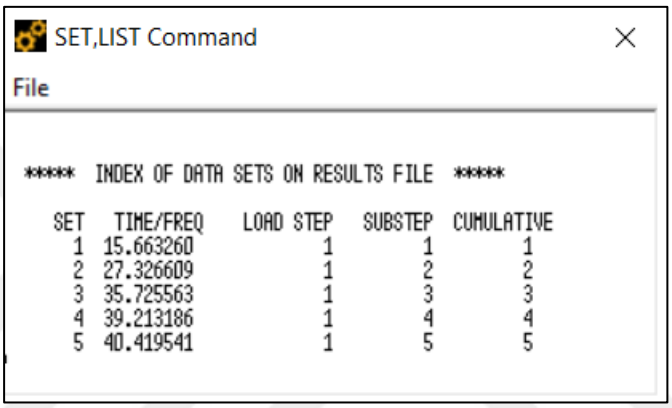
4.2.2. Problemin analizi

Tanımlanan problemin analiz edilmesinden önce sınır şartlarının ve yüklerin girilmesi gerekir. Sınır şartları olarak kare plağın dört kenarına basit mesnet tanımı yapılır. Plak x eksenine paralel olan 1. Kenar y = 0 ve 3. Kenar y = b = a da UZ = 0 ve ROTY = 0, y eksenine paralel olan 4. Kenar x = 0 ve 2. Kenar x = a da UZ = 0 ve ROTX = 0 tanımlanır. Bu dört kenarda sınır şartı girmek plak burkulması için stabilite açısından yeterli olmamaktadır. Bundan dolayı bu sınır şartlarına ek olarak (x, y, z) = (0, 0, 0) ve (a, 0, 0) düğüm noktalarına UZ = 0 ve UY = 0 sınır şartı; (a/2, 0, 0) düğüm noktasına UX = 0 ve UZ = 0 sınır şartı tanımlanır. Sınır şartları tanımlandıktan sonra tek eksenli burkulma yükü için 2. kenara -x yönünde, 4. kenara +x yönünde düzlem içi yayılı yük tanımlanır. Burkulma analizi için ilk olarak statik analiz, daha sonra burkulma analizi gerçekleştirilir. Statik analiz yapıldıktan sonra burkulma analizi için analiz seçeneklerinden kaç mod için hesap yapılacağı

düzenlenebilir. Kritik burkulma yükü en kritik olan 1. modda elde edilmektedir. Örnek olarak 4 mod için hesaplamalar yapılmış ve değerlendirmeler kısmında sunulmuştur.

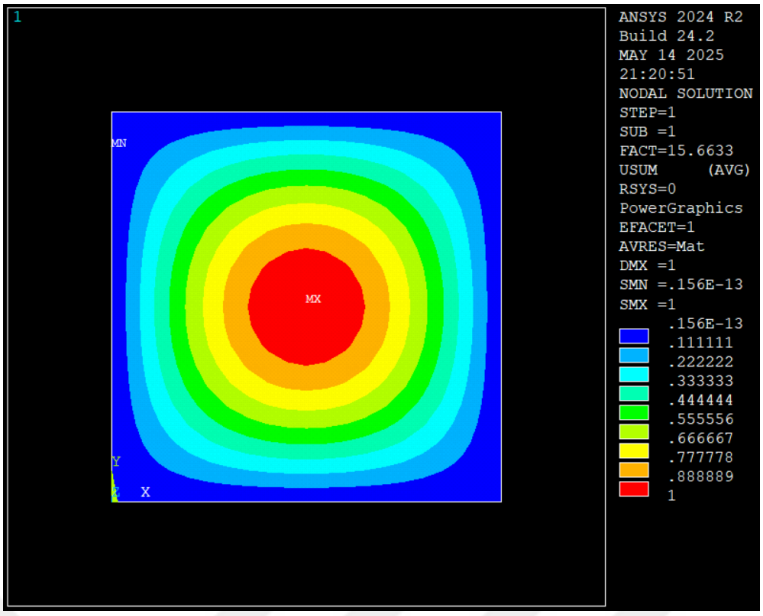
4.2.3. Problemin değerlendirilmesi

Problemin değerlendirilebilmesi için programdan çeşitli tablo grafikler alınabilmektedir. Hesaplanan 5 modun frekans değerleri tablo olarak Şekil 4.3. te verilmektedir.



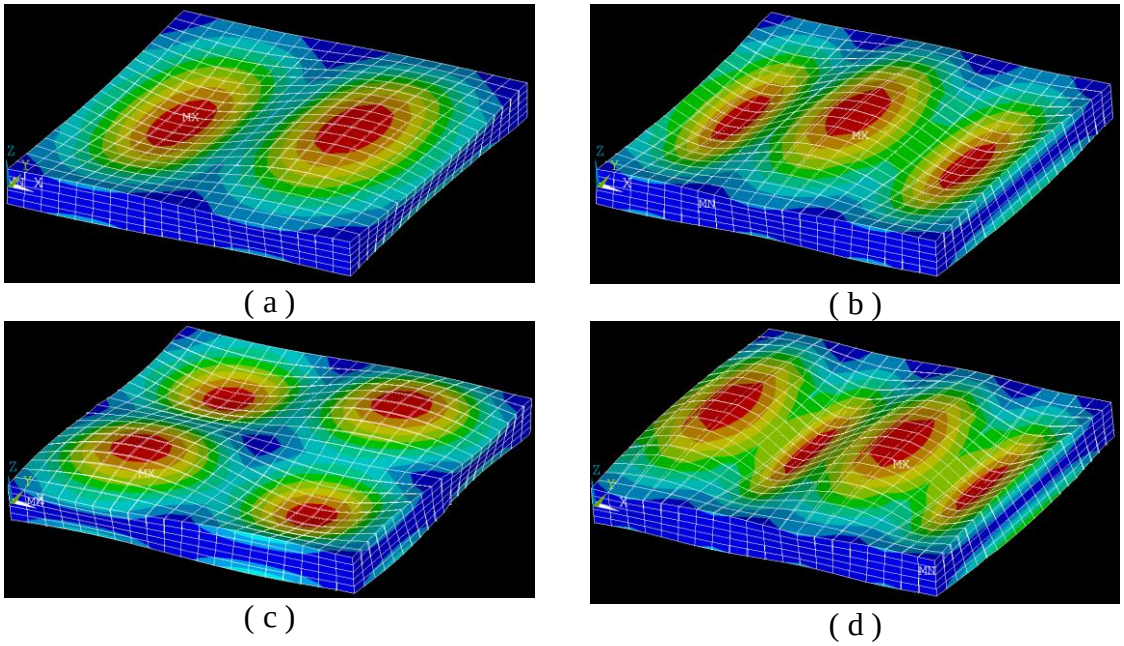
Şekil 4.3. Çözülen problem için sonuçlar özeti tablosu

Kritik olan birinci mod için toplam deformasyon kontur grafiği Şekil 4.4. te verilmiştir. Tek eksende yükleme için elde edilen kritik burkulma yükü değeri şekilde çarpan şeklinde 15.6633 olarak görülmektedir.



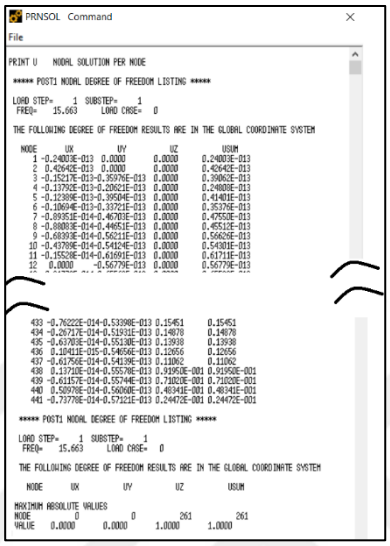
Şekil 4.4. Birinci mod için toplam deformasyon

Hesaplanmış olan diğer dört mod için kontur grafikleri Şekil 4.5. te verilmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi 5 tabakalı örnek kare plakta her mod için şekil değiştirmeler farklıdır.



Şekil 4.5. Toplam deformasyon için kontur grafikleri (a) İkinci mod (b) Üçüncü mod (c) Dördüncü mod (d) Beşinci mod

Her bir düğüm noktasının ilgili mod için deplasmanları tablo olarak da alınabilmektedir. Tablo sonunda mutlak değerce en büyük değerler ve hangi düğüm noktasına ait olduğu bilgisi de verilmektedir (Şekil 4.6.).



Şekil 4.6. Birinci mod için toplam deformasyon değerleri tablosu

4.3. Yazılım Kullanımı ve Otomasyon

Analiz süreci, Python diliyle yazılmış kodlar aracılığıyla ANSYS MAPDL ortamında yürütülmüştür. Bu yaklaşım, insan hatalarını minimize ederek yüksek sayıda model varyasyonu için tekrarlanabilir ve karşılaştırılabilir analizler yapılmasına olanak sağlamıştır. Ayrıca, analiz çıktılarını doğrudan işleyerek grafiksel ve sayısal olarak kullanılabilecek şekilde düzenleyen bir çıktı modülü de kod yapısına entegre edilmiştir.

5. BULGULAR VE TARTIŞMALAR

Bu bölümde, bir önceki bölümde tanımlanan modelleme yaklaşımları doğrultusunda elde edilen sayısal bulgular sunulmakta ve farklı parametrelerin burkulma davranışı üzerindeki etkileri karşılaştırmalı olarak değerlendirilmektedir. Farklı lif oryantasyonlarına ve tabaka dizilimlerine sahip kompozit plaklar için tek eksenli ve çift eksenli yükleme durumlarında kritik burkulma yükleri hesaplanmış, elde edilen sonuçlar tablo ve grafikler yardımıyla sistematik olarak yorumlanmıştır. Ayrıca sınır koşullarının ve tabaka kalınlığı dağılımının burkulma yükü üzerindeki etkileri analiz edilerek genel eğilimler ortaya konulmuştur. Bu bölümde sunulan veriler, modelin doğruluğunu, parametrik etkinliğini ve tasarım açısından dikkate alınması gereken temel yapısal davranışları ortaya koymaktadır. Analizler, ANSYS MAPDL ortamında sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiş ve Python diliyle geliştirilen bir kod yardımıyla otomatikleştirilmiştir. Tüm modeller kare plak geometrisine sahip olup, dört kenarı basit mesnetlidir. Lif oryantasyonları ortotrop, simetrik ve antisimetrik olacak şekilde düzenlenmiş, tek eksenli ve çift eksenli yükleme durumları altında burkulma davranışları incelenmiştir.

5.1. Ortotrop Tabakalı Plaklar

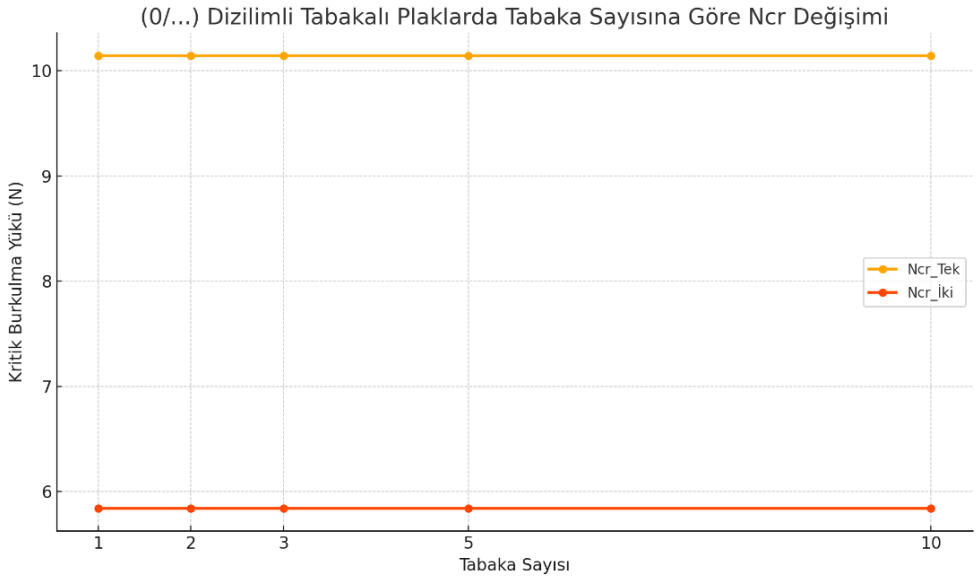
Farklı tabaka dizilimlerinin ve lif oryantasyonlarının kompozit plakların burkulma davranışı üzerindeki etkilerini değerlendirebilmek için çeşitli konfigürasyonlar altında sayısal analizler gerçekleştirilmiştir. Bu analizler, sistematik bir biçimde artan tabaka sayısı, değişen oryantasyon açıları ve yükleme türleri dikkate alınarak yürütülmüştür. İlk aşamada, tüm tabakaların aynı lif yönüne sahip olduğu, yani yapının yalnızca tek bir mekanik eksende rijitlik gösterdiği ortotrop dizilimler incelenmiştir. Bu basit ancak temel yapı, farklı dizilimlerin etkisini anlayabilmek için referans bir zemin oluşturmakta; diğer konfigürasyonlarla karşılaştırmalı analizler yapılmasına olanak tanımaktadır.

Tüm tabakalar (0) oryantasyon açısına sahiptir. Örnek olarak 1, 2, 3, 5 ve 10 tabakalı ortotrop plak incelenmiştir. Tüm problemlerde aynı sonuçlar elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.1.‘de verilmiştir.

Çizelge 5.1. (0/0/…) Oryantasyon açısına sahip ortotrop plak

Tabaka sayısı	Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
1	(0)	10.1444306	5.84194997
2	(0/0)	10.1444306	5.84194997
3	(0/0/0)	10.1444306	5.84194997
5	(0/0/0/0/0)	10.1444306	5.84194997
10	(0/0/0/0/0/0/0/0/0/0)	10.1444306	5.84194997

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde tabaka sayısı fark etmeksizin tüm lif açıları 0 derece olduğunda tek eksenli ve iki eksenli yüklemede kendi içlerinde Şekil 5.1.'de görüldüğü üzere aynı değerler okunmuştur.



Şekil 5.1. (0/…) Dizilimli tabakalı plaklarda tabaka sayısına göre N_{cr} değişimi

5.2. Simetrik Tabakalı Plaklar

Bu bölümde, tüm analizler boyunca kullanılan tabaka dizilimlerinden simetrik yerleşime sahip olanlar değerlendirilmiştir. Lif oryantasyonları, plağın orta düzlemi etrafında simetrik olacak şekilde seçilmiş ve analizler bu düzenlemeye göre yürütülmüştür. Her bir simetrik dizilim için hem tek eksenli hem de çift eksenli yükleme durumlarında sayısal burkulma analizleri gerçekleştirilmiş, elde edilen kritik burkulma yükleri karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

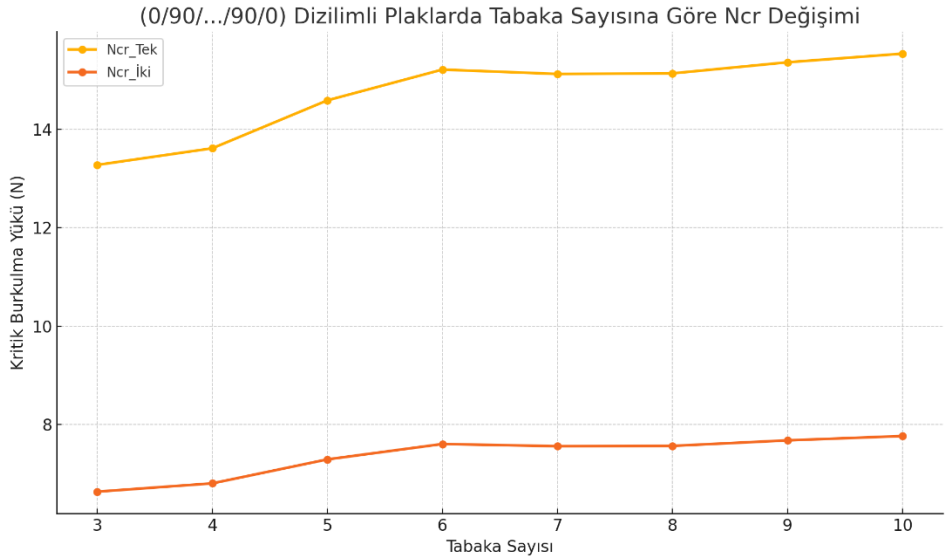
5.2.1. Simetrik çapraz tabakalı plaklar

Tabaka dizilişi simetrik olan, lif oryantasyon açıları sadece (0) ve (90) olan tabakalı plaklardır. Örnek olarak 3 tabakadan 10 tabakaya kadar sekiz örnek iki grup simetrik çapraz tabakalı plaklar için incelenmiştir. Lif oryantasyon açıları (0) ve (90) ile başlayan iki grup için hesaplanan sonuçlar Çizelge 5.2. ve Çizelge 5.3.'te verilmiştir.

Çizelge 5.2. (0/90/…) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka sayısı	Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
3	(0/90/0)	13.27434130	6.63717064
4	(0/90/90/0)	13.61213010	6.80606503
5	(0/90/0/90/0)	14.58558880	7.29294402
6	(0/90/0/0/90/0)	15.21101150	7.60550575
7	(0/90/0/90/0/90/0)	15.12174230	7.56087113
8	(0/90/0/90/90/0/90/0)	15.13382580	7.56691289
9	(0/90/0/90/0/90/0/90/0)	15.35894790	7.67947395
10	(0/90/0/90/0/0/90/0/90/0)	15.53452810	7.76726404

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 3 tabakadan 10 tabakaya kadar 0 dereceden başlayan lif açılarına sahip örnekler incelenmiş ve Çizelge 5.2.'de görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.2.'de görüldüğü gibi en yüksek değerler 10 tabakalı problemde elde edilmiştir.

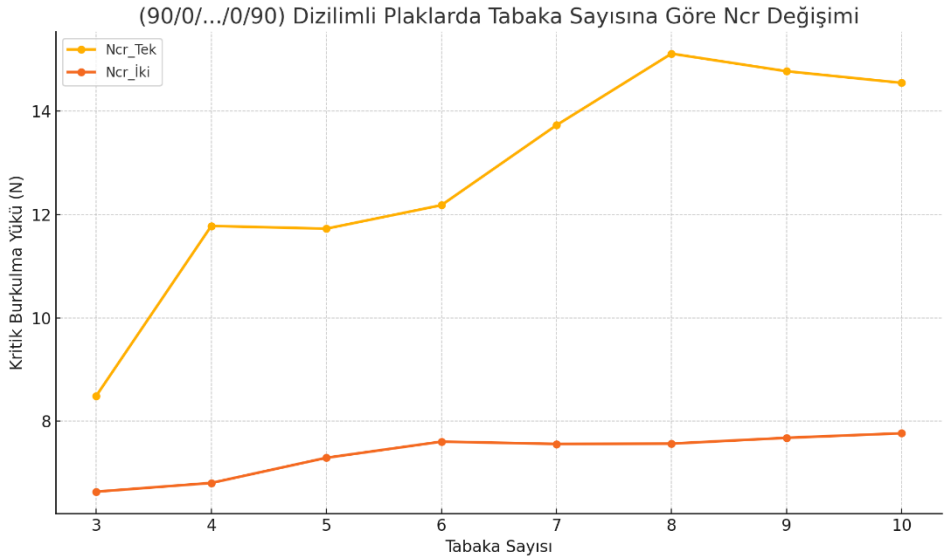


Şekil 5.2. (0/90/…/90/0) Dizilimli plaklarda tabaka sayısına göre N_{cr} değişimi

Çizelge 5.3. (90/0/…) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka sayısı	Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
3	(90/0/90)	8.49088297	6.63717064
4	(90/0/0/90)	11.77954540	6.80606503
5	(90/0/90/0/90)	11.72666610	7.29294402
6	(90/0/90/90/0/90)	12.18144510	7.60550575
7	(90/0/90/0/90/0/90)	13.72905930	7.56087113
8	(90/0/90/0/0/90/0/90)	15.11380490	7.56691289
9	(90/0/90/0/90/0/90/0/90)	14.77341660	7.67947395
10	(90/0/90/0/90/90/0/90/0/90)	14.54853140	7.76726404

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 3 tabakadan 10 tabakaya kadar 90 dereceden başlayan lif açılarına sahip örnekler incelenmiş ve Çizelge 5.3.'te görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.3.'te görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede 8 tabakalı, iki eksenli yüklemede 10 tabakalı problemde elde edilmiştir.



Şekil 5.3. (90/0/…/0/90) Dizilimli plaklarda tabaka sayısına göre N_{cr} değişimi

5.2.2. Simetrik açılı tabakalı plaklar

Tabaka dizilişi simetrik olan, lif oryantasyon açıları (-90) ile (90) arasında olan tabakalı plaklardır. Bu tez çalışmasında tabaka sayısı 3 'ten 10 'a kadar simetrik açılı tabakalı plaklar incelenmiştir. Lif oryantasyon açıları (-90), (-60), (-45), (-30), (0), (30), (45), (60), (90) olarak seçilmiş ve farklı düzenlemeler için sonuçlar incelenmiştir.

Elde edilen hesaplama sonuçları neticesinde negatif oryantasyon açılı tabakalı plakta ve pozitif oryantasyon açılı tabakalı plakta kritik burkulma yükleri aynıdır. Bu sebepten grafiklerde sadece pozitif oryantasyon açıları kullanılmıştır. Bu durum üç tabakalı simetrik açılı tabakalı plakta detaylandırılmıştır.

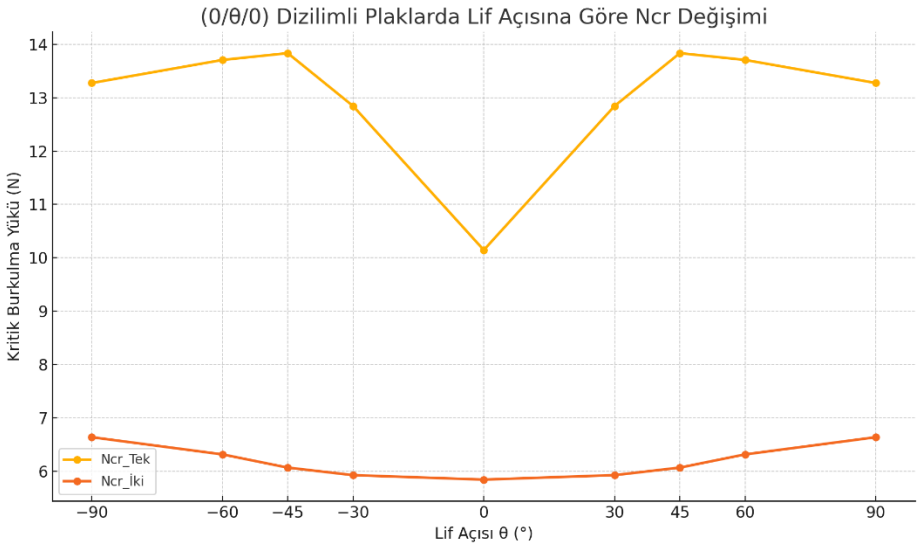
5.2.2.1. Üç tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklar

Üç tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklarda dış cidar tabakaları aynı, orta kısımda bulunan çekirdek tabakaları değişen oryantasyon açılarına sahip olan plaklar incelenmiştir. Bir diğer grup da bu dizilişin tersi olarak dış cidar tabakaları farklı, orta kısımda bulunan çekirdek tabakaları aynı oryantasyon açılarına sahip olan plaklar ele alınmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.4. ve Çizelge 5.5.'te verilmiştir.

Çizelge 5.4. (0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(0/-90/0)	13.2743413	6.63717064
(0/-60/0)	13.7063778	6.31481644
(0/-45/0)	13.8341045	6.06684302
(0/-30/0)	12.8423601	5.92564916
(0/0/0)	10.1444306	5.84194997
(0/30/0)	12.8423601	5.92564916
(0/45/0)	13.8341045	6.06684302
(0/60/0)	13.7063778	6.31481644
(0/90/0)	13.2743413	6.63717064

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 3 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.4.'te görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.4.'te görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (0/45/0) ve (0/-45/0) dizilime sahip, iki eksenli yüklemede (0/90/0) ve (0/-90/0) problemlerinde elde edilmiştir.

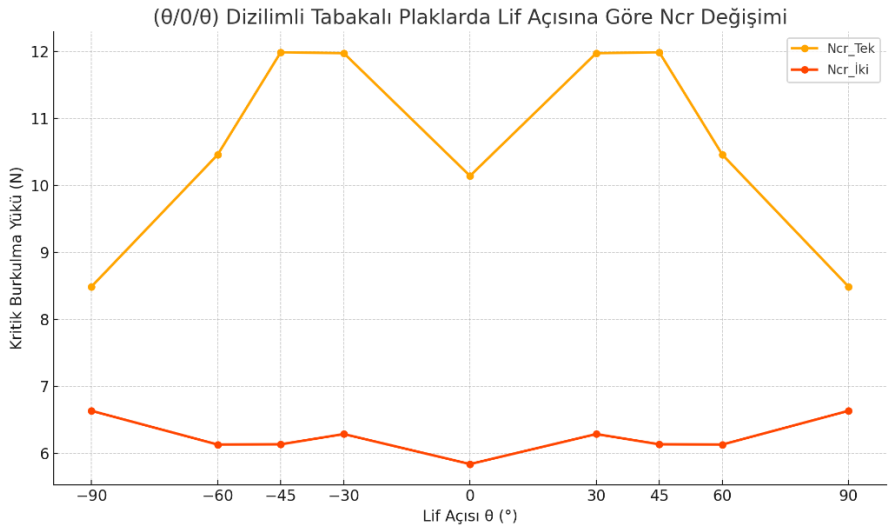


Şekil 5.4. (0/θ/0) Dizilimli plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

Çizelge 5.5. (θ/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(-90/0/-90)	8.49088297	6.63717064
(-60/0/-60)	10.4608387	6.13352409
(-45/0/-45)	11.9905052	6.13723954
(-30/0/-30)	11.9765410	6.28960592
(0/0/0)	10.1444306	5.84194997
(30/0/30)	11.9765410	6.28960592
(45/0/45)	11.9905052	6.13723954
(60/0/60)	10.4608387	6.13352409
(90/0/90)	8.49088297	6.63717064

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 3 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.5.'te görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.5.'te görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (45/0/45) ve (-45/0/-45) dizilime sahip, iki eksenli yüklemede (90/0/0) ve (-90/0/-90) problemlerinde elde edilmiştir.



Şekil 5.5. (θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

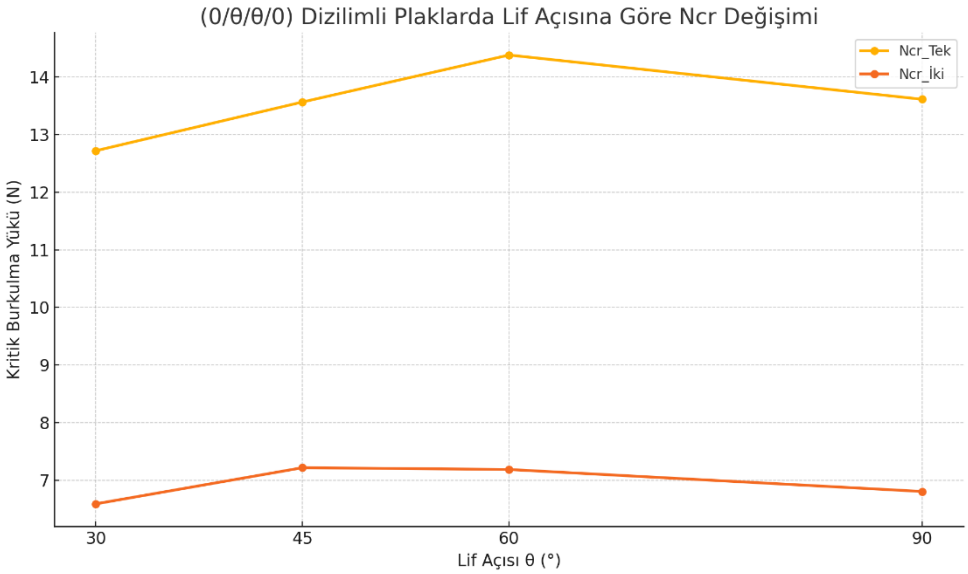
5.2.2.2. Dört tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklar

Dört tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklarda dış cidar tabakaları aynı, orta kısımda bulunan ve plak kalınlığının yarısı kadar olan iki tabakası değişen oryantasyon açılarına sahip olan plaklar incelenmiştir. Bir diğer grup da bu dizilişin tersi olarak dış cidar tabakaları farklı, orta kısımda bulunan ve plak kalınlığının yarısı kadar olan iki tabakası aynı oryantasyon açılarına sahip olan plaklar ele alınmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.6 ve Çizelge 5.7'de verilmiştir.

Çizelge 5.6. (0/θ/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(0/90/90/0)	13.6121301	6.80606503
(0/60/60/0)	14.3802958	7.18756915
(0/45/45/0)	13.5648018	7.21811744
(0/30/30/0)	12.7190672	6.59080776

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 4 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.6.'da görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.6.'da görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (0/60/60/0) dizilime, iki eksenli yüklemede (0/45/45/0) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.

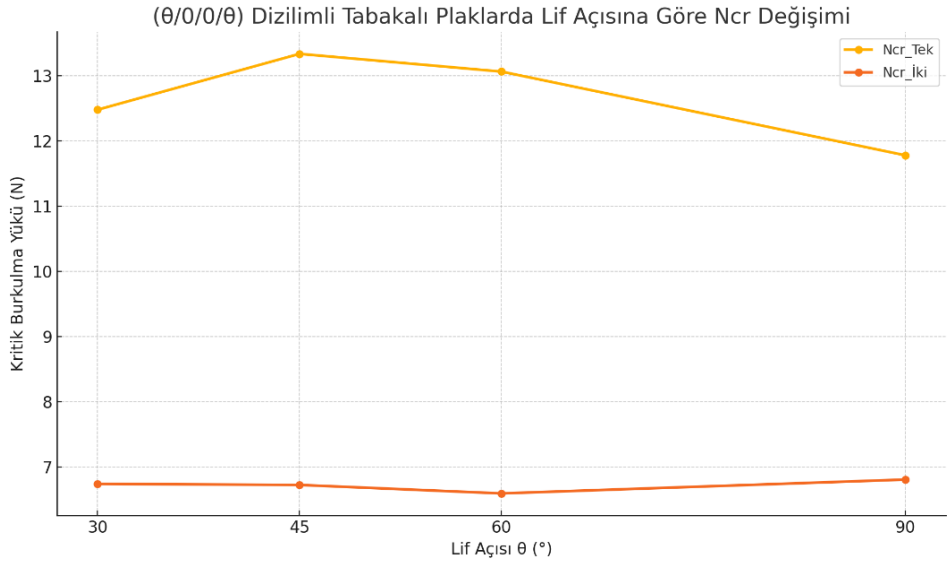


Şekil 5.6. (0/θ/θ/0) Dizilimli plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

Çizelge 5.7. (θ/0/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(90/0/0/90)	11.7795454	6.80606503
(60/0/0/60)	13.0641371	6.59356225
(45/0/0/45)	13.3364746	6.72397192
(30/0/0/30)	12.4791179	6.73953385

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 4 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.7.'de görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.7.'de görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (45/0/0/45) dizilime, iki eksenli yüklemede (90/0/0/90) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.



Şekil 5.7. (θ/0/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

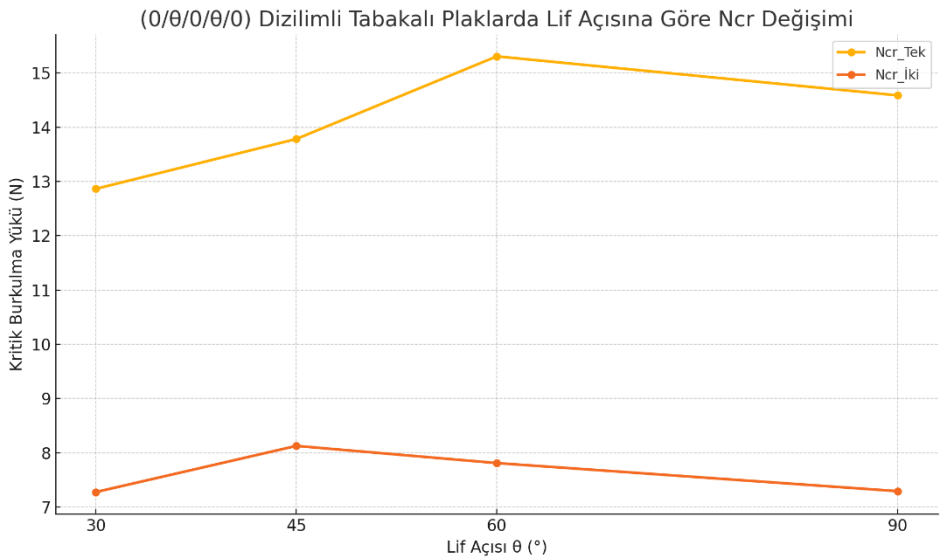
5.2.2.3. Beş tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklar

Beş tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklarda dış ve orta tabakası (0), diğer iki tabakası değişen oryantasyon açılarına sahip olan plaklar incelenmiştir. Bir diğer grup da bu dizilişin tersi olarak dış ve orta tabakası değişen, diğer iki tabakası (0) oryantasyon açılarına sahip olan plaklar ele alınmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.8. ve Çizelge 5.9.'da verilmiştir.

Çizelge 5.8. (0/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(0/90/0/90/0)	14.5855888	7.29294402
(0/60/0/60/0)	15.3051890	7.81078168
(0/45/0/45/0)	13.7825913	8.12706085
(0/30/0/30/0)	12.8636119	7.27647321

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 5 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.8.'de görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.8.'de görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (0/60/0/60/0) dizilime, iki eksenli yüklemede (0/45/0/45/0) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.

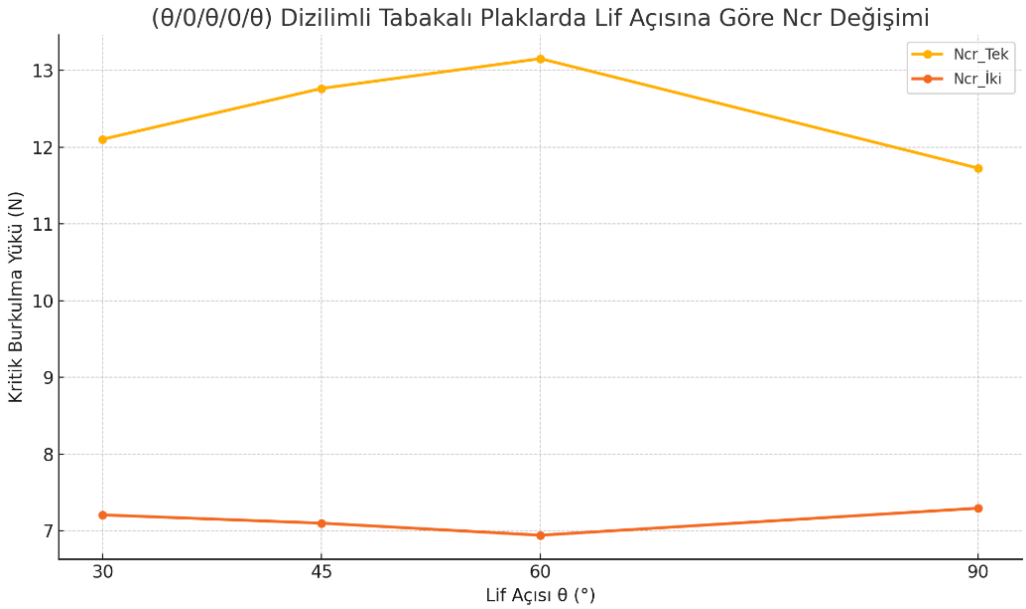


Şekil 5.8. (0/θ/0/θ/0) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

Çizelge 5.9. (θ/0/θ/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(30/0/30/0/30)	12.1039029	7.20515091
(45/0/45/0/45)	12.7668222	7.09759564
(60/0/60/0/60)	13.1555416	6.94021476
(90/0/90/0/90)	11.7266661	7.29294402

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 5 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.9.'da görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.9.'da görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (60/0/60/0/60) dizilime, iki eksenli yüklemede (90/0/90/0/90) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.



Şekil 5.9. (θ/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

5.2.2.4. Altı tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklar

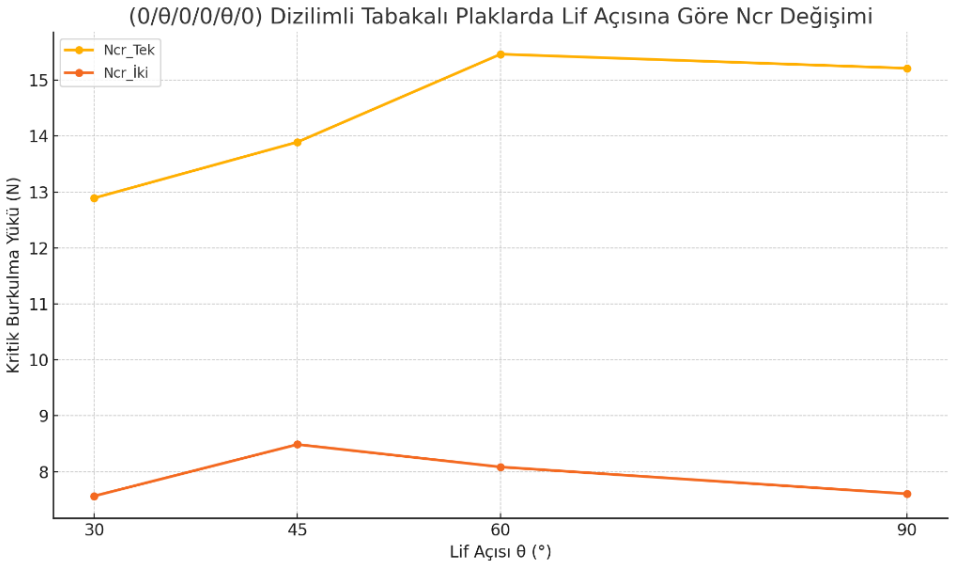
Altı tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklarda da beş tabakalı plaklara benzer olarak dış ve ortadaki iki tabakası (0), diğer iki tabakası değişen oryantasyon açılarına sahip olan plaklar incelenmiştir. Bir diğer grup da bu dizilişin tersi olarak dış ve ortadaki iki tabakası değişen, diğer iki tabakası (0) oryantasyon açılarına sahip olan plaklar ele alınmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.10. ve Çizelge 5.11.'de verilmiştir.

Çizelge 5.10. (0/θ/0/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(0/30/0/0/30/0)	12.8916451	7.56592316
(0/45/0/0/45/0)	13.8914420	8.48750719
(0/60/0/0/60/0)	15.4632924	8.08511739
(0/90/0/0/90/0)	15.2110115	7.60550575

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 6 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.10.'da görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.10.'da görüldüğü gibi en yüksek değerler

tek eksenli yüklemede (0/60/0/0/60/0) dizilime, iki eksenli yüklemede (0/45/0/0/45/0) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.

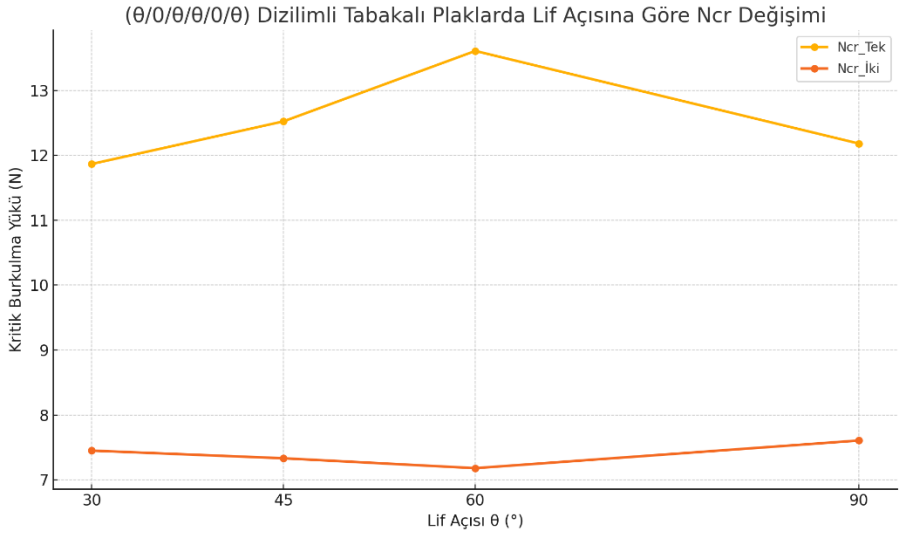


Şekil 5.10. (0/θ/0/0/θ/0) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

Çizelge 5.11. (θ/0/θ/θ/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(30/0/30/30/0/30)	11.8666479	7.44972900
(45/0/45/45/0/45)	12.5234959	7.33164028
(60/0/60/60/0/60)	13.6086879	7.17936623
(90/0/90/90/0/90)	12.1814451	7.60550575

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 6 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.11.'de görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.11.'de görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (60/0/60/60/0/60) dizilime, iki eksenli yüklemede (90/0/90/90/0/90) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.



Şekil 5.11. (θ/0/θ/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

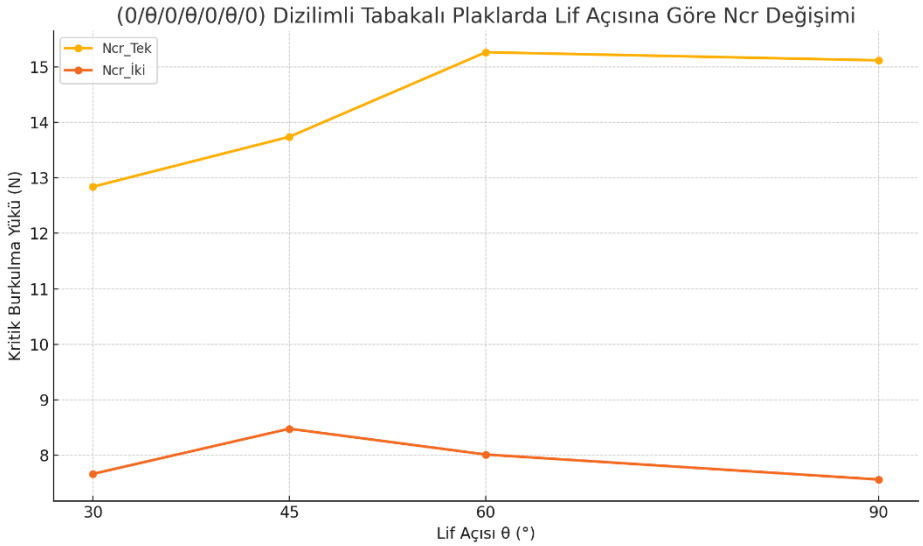
5.2.2.5. Yedi tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklar

Yedi tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklarda dış cidar tabakaları (0) oryantasyon açısına sahip ve değişen oryantasyon açısına sahip olan iki farklı grup tabakalı plak incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.12. ve Çizelge 5.13.'de verilmiştir.

Çizelge 5.12. (0/θ/0/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(0/30/0/30/0/30/0)	12.8418429	7.66175389
(0/45/0/45/0/45/0)	13.7423521	8.47642418
(0/60/0/60/0/60/0)	15.2675770	8.01091854
(0/90/0/90/0/90/0)	15.1217423	7.56087113

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 7 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.12.'de görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.12.'de görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (0/60/0/60/0/60/0) dizilime, iki eksenli yüklemede (0/45/0/45/0/45/0) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.

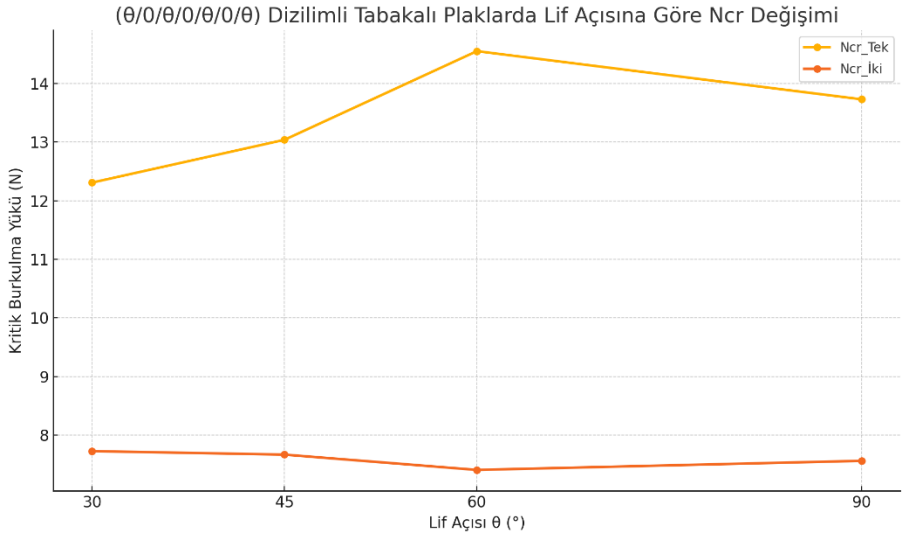


Şekil 5.12. (0/θ/0/θ/0/θ/0) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

Çizelge 5.13. (θ/0/θ/0/θ/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(30/0/30/0/30/0/30)	12.3080486	7.72619760
(45/0/45/0/45/0/45)	13.0383478	7.66681520
(60/0/60/0/60/0/60)	14.5513357	7.40591091
(90/0/90/0/90/0/90)	13.7290593	7.56087113

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 7 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.13.'te görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.13.'te görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (60/0/60/0/60/0/60) dizilime, iki eksenli yüklemede (30/0/30/0/30/0/30) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.



Şekil 5.13. (θ/0/θ/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

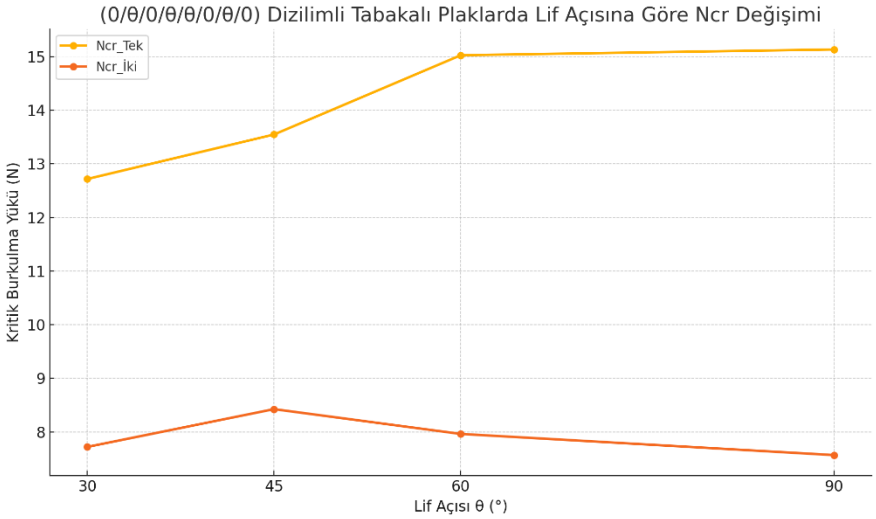
5.2.2.6. Sekiz tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklar

Sekiz tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklarda dış cidar tabakaları (0) oryantasyon açısına sahip ve değişen oryantasyon açısına sahip olan iki farklı grup tabakalı plak incelenmiştir. Bu iki grupta da ortada bulunan iki tabaka aynı oryantasyon açısına sahiptir. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.14. ve Çizelge 5.15.'de verilmiştir.

Çizelge 5.14. (0/θ/0/θ/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(0/30/0/30/30/0/30/0)	12.7172435	7.71934696
(0/45/0/45/45/0/45/0)	13.5470907	8.42445504
(0/60/0/60/60/0/60/0)	15.0256433	7.96177957
(0/90/0/90/90/0/90/0)	15.1338258	7.56691289

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 8 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.14.'te görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.14.'te görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (0/90/0/90/90/0/90/0) dizilime, iki eksenli yüklemede (0/45/0/45/45/0/45/0) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.

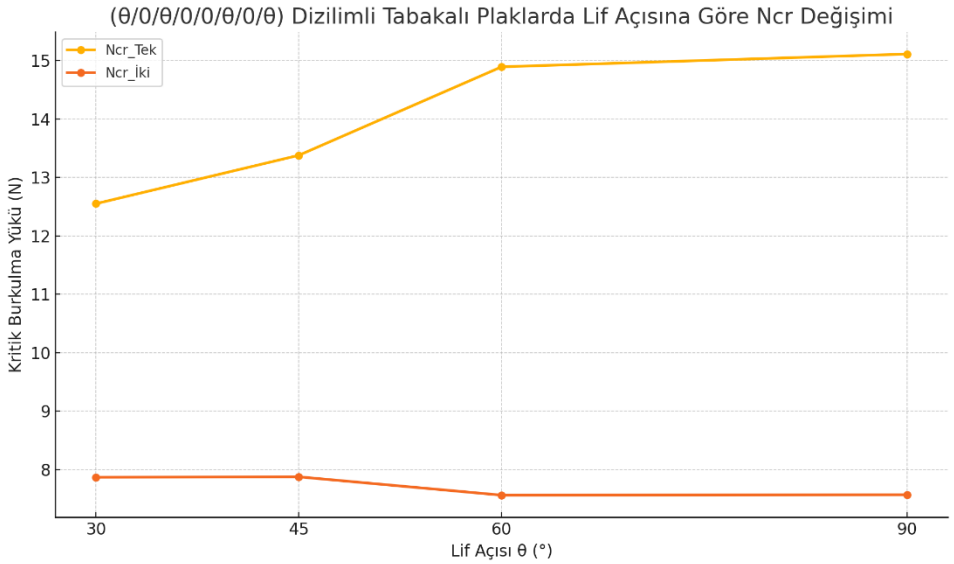


Şekil 5.14. (0/θ/0/θ/θ/0/θ/0) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

Çizelge 5.15. (θ/0/θ/0/0/θ/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(30/0/30/0/0/30/0/30)	12.5512674	7.86644936
(45/0/45/0/0/45/0/45)	13.3794970	7.87367274
(60/0/60/0/0/60/0/60)	14.8947838	7.55994293
(90/0/90/0/0/90/0/90)	15.1138049	7.56691289

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 8 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.15.'te görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.15.'te görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (90/0/90/0/0/90/0/90) dizilime, iki eksenli yüklemede (45/0/45/0/0/45/0/45) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.



Şekil 5.15. (θ/0/θ/0/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

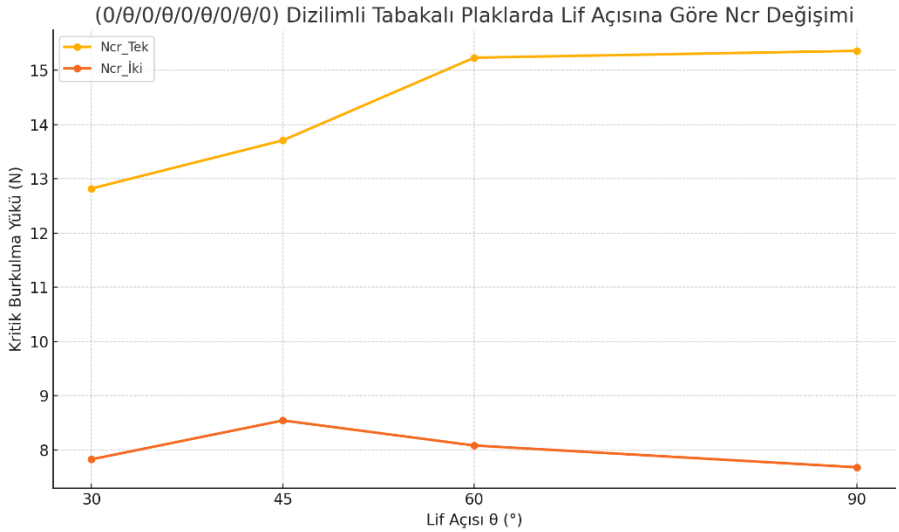
5.2.2.7. Dokuz tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklar

Dokuz tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklarda dış cidar tabakaları (0) oryantasyon açısına sahip ve değişen oryantasyon açısına sahip olan iki farklı grup tabakalı plak incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.16. ve Çizelge 5.17.'de verilmiştir.

Çizelge 5.16. (0/θ/0/θ/0/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(0/30/0/30/0/30/0/30/0)	12.8196049	7.82652605
(0/45/0/45/0/45/0/45/0)	13.7089384	8.54298574
(0/60/0/60/0/60/0/60/0)	15.2333775	8.08127893
(0/90/0/90/0/90/0/90/0)	15.3589479	7.67947395

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 9 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.16.'da görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.16.'da görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (0/90/0/90/0/90/0/90/0) dizilime, iki eksenli yüklemede (0/45/0/45/0/45/0/45/0) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.

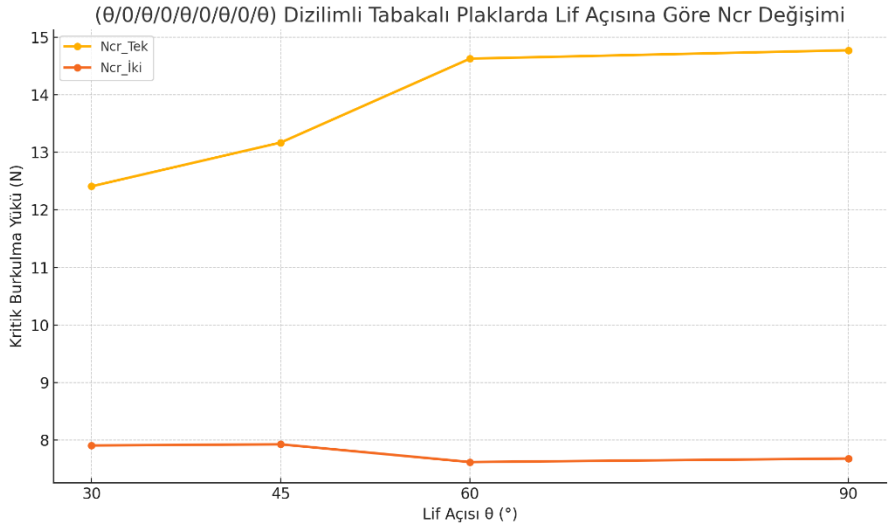


Şekil 5.16. (0/θ/0/θ/0/θ/0/θ/0) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

Çizelge 5.17. (θ/0/θ/0/θ/0/θ/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(30/0/30/0/30/0/30/0/30)	12.4086933	7.90682282
(45/0/45/0/45/0/45/0/45)	13.1697632	7.92626150
(60/0/60/0/60/0/60/0/60)	14.6277445	7.61796745
(90/0/90/0/90/0/90/0/90)	14.7734166	7.67947395

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 9 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.17.'da görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.17.'de görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (90/0/90/0/90/0/90/0/90) dizilime, iki eksenli yüklemede (45/0/45/0/45/0/45/0/45) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.



Şekil 5.17. (θ/0/θ/0/θ/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

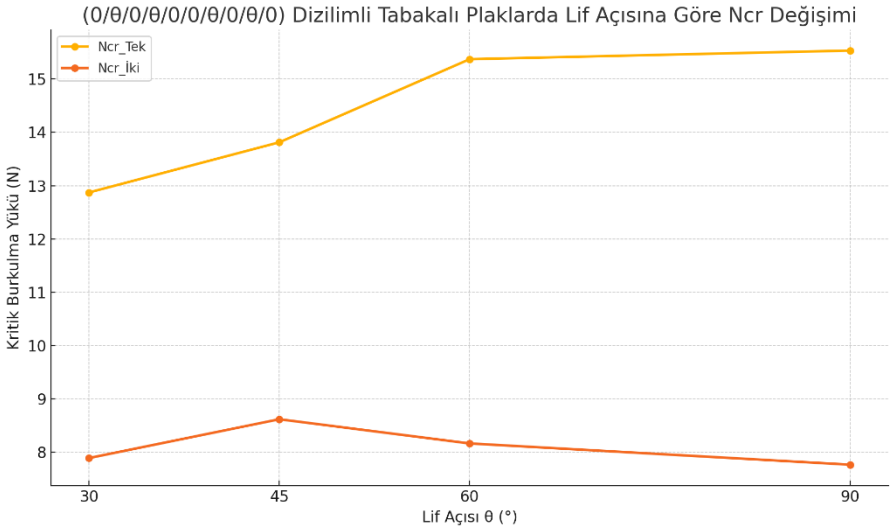
5.2.2.8. On tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklar

On tabakalı simetrik açılı tabakalı plaklarda dış cidar tabakaları (0) oryantasyon açısına sahip ve değişen oryantasyon açısına sahip olan iki farklı grup tabakalı plak incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.18. ve Çizelge 5.19.'da verilmiştir.

Çizelge 5.18. (0/θ/0/θ/0/0/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(0/30/0/30/0/0/30/0/30/0)	12.8728292	7.89143879
(0/45/0/45/0/0/45/0/45/0)	13.8136570	8.61951327
(0/60/0/60/0/0/60/0/60/0)	15.3725473	8.16551737
(0/90/0/90/0/0/90/0/90/0)	15.5345281	7.76726404

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 10 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.18.'de görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.18.'de görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (0/90/0/90/0/0/90/0/90/0) dizilime, iki eksenli yüklemede (0/45/0/45/0/0/45/0/45/0) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.

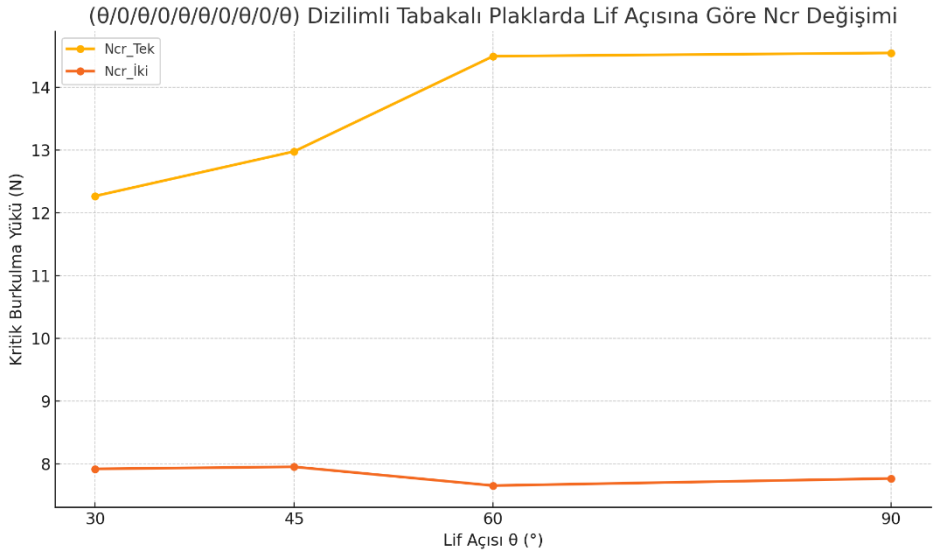


Şekil 5.18. (0/θ/0/θ/0/0/θ/0/θ/0) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

Çizelge 5.19. (θ/0/θ/0/θ/θ/0/θ/0/θ) Oryantasyon açısına sahip simetrik plak

Tabaka dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(30/0/30/0/30/30/0/30/0/30)	12.2680023	7.91998461
(45/0/45/0/45/45/0/45/0/45)	12.9789565	7.95269527
(60/0/60/0/60/60/0/60/0/60)	14.4965810	7.65385419
(90/0/90/0/90/90/0/90/0/90)	14.5485314	7.76726404

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 10 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.19.'da görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.19.'da görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (90/0/90/0/90/90/0/90/0/90) dizilime, iki eksenli yüklemede (45/0/45/0/45/45/0/45/0/45) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.



Şekil 5.19. (θ/0/θ/0/θ/θ/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

5.3. Antisimetrik Tabakalı Plaklar

Antisimetrik dizilime sahip tabakalı plaklarda (θ/0/θ/…) ve (0/θ/0/…) tabaka dizilimine sahip plakların kritik burkulma yükü değerleri aynıdır. Bu nedenle bu tür tabakalı plakların sonuçları için sadece bir çizelge ve grafik çizilerek anlatımlar yapılmıştır.

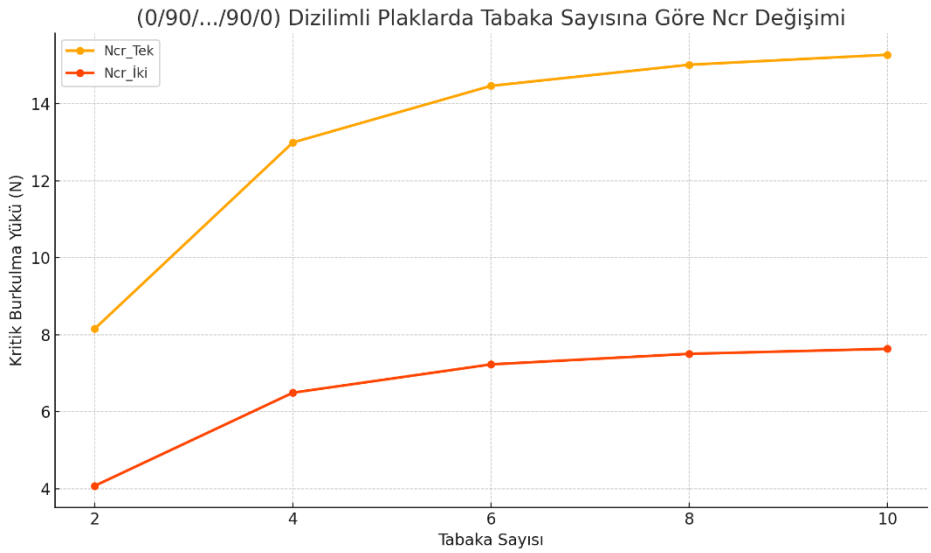
5.3.1. Antisimetrik çapraz tabakalı plaklar

Tabaka dizilişi antisimetrik olan, lif oryantasyon açıları sadece (0) ve (90) olan tabakalı plaklardır. Örnek olarak 2, 4, 6, 8 ve 10 tabakalı antisimetrik çapraz tabakalı plaklar için iki grup problem incelenmiştir. Lif oryantasyon açıları (0) ve (90) ile başlayan iki grup için hesaplanan sonuçlar Çizelge 5.20.‘de verilmiştir.

Çizelge 5.20. (0/90/…) Oryantasyon açısına sahip antisimetrik plak

Tabaka sayısı	Tabaka dizilişi		N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
2	(0/90)	(90/0)	8.15631065	4.07841910
4	(0/90/0/90)	(90/0/90/0)	12.99261010	6.49639210
6	(0/90/0/90/0/90)	(90/0/90/0/90/0)	14.46267200	7.23138224
8	(0/90/0 /90/0/90/0/90)	(90/0/90 /0/90/0/90/0)	15.01052550	7.50529065
10	(0/90/0/90/0 /90/0/90/0/90)	(90/0/90/0/90 /0/90/0/90/0)	15.27014120	7.63508908

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 2 tabakadan 10 tabakaya kadar 0 dereceden başlayan lif açılarına sahip örnekler incelenmiş ve Çizelge 5.20.'de görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.20.'de görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli ve iki eksenli yüklemede 10 tabakalı problemde elde edilmiştir.



Şekil 5.20. (0/90…/90/0) Dizilimli plaklarda tabaka sayısına göre N_{cr} değişimi

5.3.2. Antisimetrik açılı tabakalı plaklar

Tabaka dizilişi antisimetrik olan, lif oryantasyon açıları (-90) ile (90) arasında olan tabakalı plaklardır. Bu tez çalışmasında tabaka sayısı 2, 4, 6, 8 ve 10 olan antisimetrik açılı tabakalı plaklar incelenmiştir. Lif oryantasyon açıları (-90), (-60), (-45), (-30), (0), (30), (45), (60), (90) olarak seçilmiş ve farklı düzenlemeler için sonuçlar incelenmiştir.

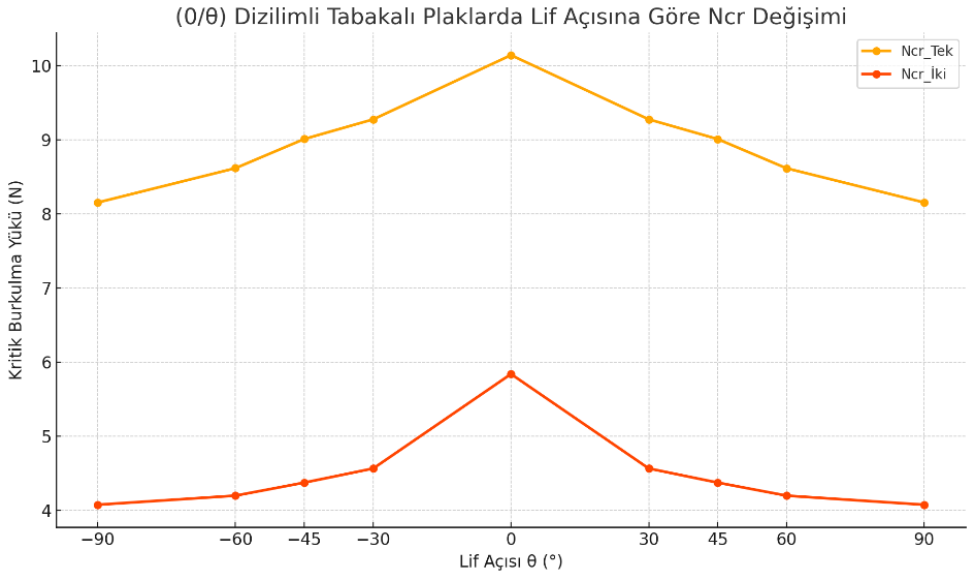
5.3.2.1. İki tabakalı antisimetrik açılı tabakalı plaklar

İki tabakalı antisimetrik açılı tabakalı plaklarda bir tabakası sabit, diğer tabaksı değişen oryantasyon açılarına sahip olan plaklar ele alınmıştır. Hesaplarda sabit olan oryantasyon açılarının pozitif ve negatif olanları aynı değerleri verdiğinden sadece pozitif olanlar dikkate alınmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.21.'de verilmiştir.

Çizelge 5.21. (0/θ) ve (θ/0) Oryantasyon açısına sahip antisimetrik plaklar

Tabaka dizilişi	Tabaka Dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(0/-90)	(-90/0)	8.1563107	4.0784191
(0/-60)	(-60/0)	8.6193598	4.2009558
(0/-45)	(-45/0)	9.0130064	4.3772151
(0/-30)	(-30/0)	9.2780986	4.5676982
(0/0)	(0/0)	10.1444306	5.8419500
(0/30)	(30/0)	9.2780347	4.5676992
(0/45)	(45/0)	9.0122838	4.3772212
(0/60)	(60/0)	8.6179139	4.2009001
(0/90)	(90/0)	8.1563107	4.0784191

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 2 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.21.'de görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.21.'de görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli ve iki eksenli yüklemede (0/0) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.



Şekil 5.21. (0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

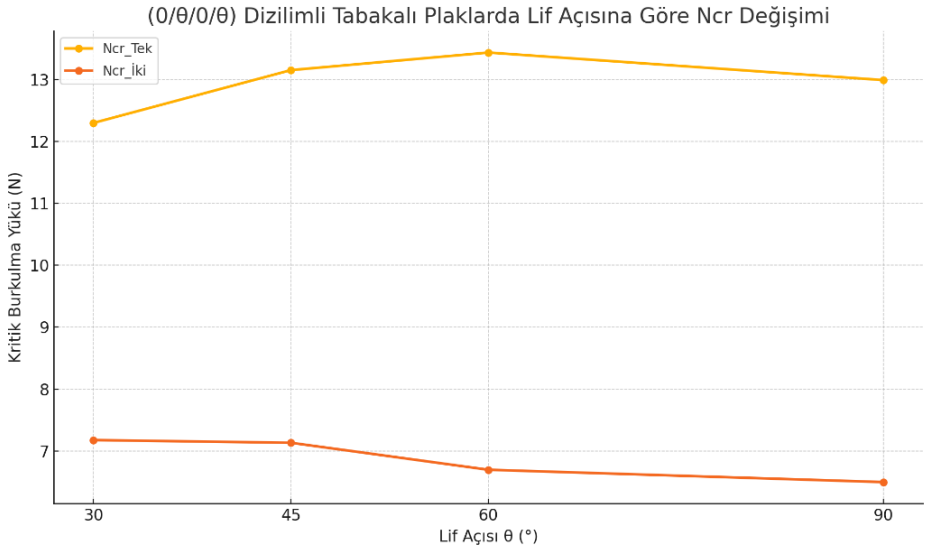
5.3.2.2. Dört tabakalı antisimetrik açılı tabakalı plaklar

Dört tabakalı antisimetrik açılı tabakalı plaklarda (0/θ/0/θ) ve (θ/0/θ/0) tabaka dizilişine sahip olanlar aynı sonuçları verdiğinden sadece bir takım dikkate alınmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.22.'de verilmiştir.

Çizelge 5.22. (0/θ/0/θ) ve (θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip antisimetrik plaklar

Tabaka Dizilişi	Tabaka Dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(0/30/0/30)	(30/0/30/0)	12.3002134	7.1755201
(0/45/0/45)	(45/0/45/0)	13.1538915	7.1318095
(0/60/0/60)	(60/0/60/0)	13.4377444	6.6956807
(0/90/0/90)	(90/0/90/0)	12.9926101	6.4963921

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 4 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.22.'de görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.22.'de görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (0/60/0/60) dizilime, iki eksenli yüklemede (0/30/0/30) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.



Şekil 5.22. (0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

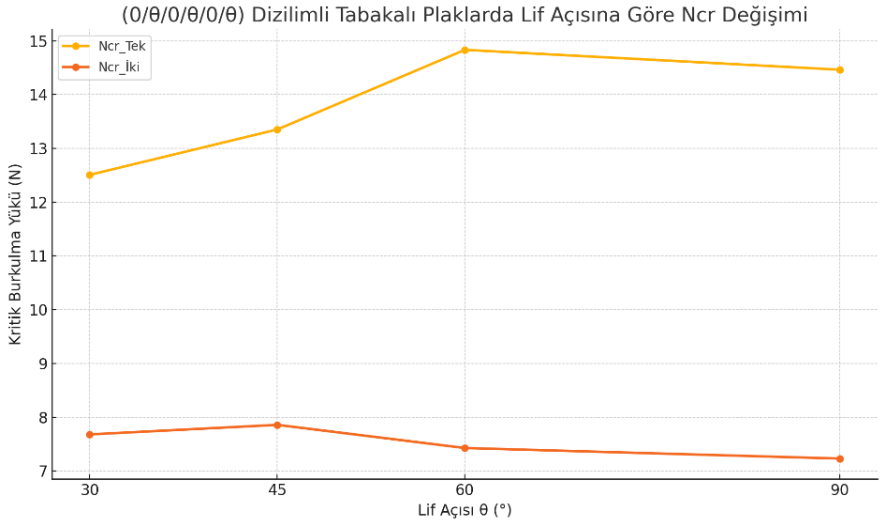
5.3.2.3. Altı tabakalı antisimetrik açılı tabakalı plaklar

Altı tabakalı antisimetrik açılı tabakalı plaklarda (0/θ/0/θ/0/θ) ve (θ/0/θ/0/θ/0) tabaka dizilişine sahip olanlar aynı sonuçları verdiğinden sadece bir takım dikkate alınmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.23.'de verilmiştir.

Çizelge 5.23. (0/θ/0/θ/0/θ) ve (θ/0/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip antisimetrik plaklar

Tabaka Dizilişi	Tabaka Dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(0/30/0/30/0/30)	(30/0/30/0/30/0)	12.5076535	7.6810789
(0/45/0/45/0/45)	(45/0/45/0/45/0)	13.3513729	7.8585228
(0/60/0/60/0/60)	(60/0/60/0/60/0)	14.8324027	7.4280333
(0/90/0/90/0/90)	(90/0/90/0/90/0)	14.4626720	7.2313822

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 6 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.23.'te görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.23.'te görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (0/60/0/60/0/60) dizilime, iki eksenli yüklemede (0/45/0/45/0/45) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.



Şekil 5.23. (0/θ/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

5.3.2.4. Sekiz tabakalı antisimetrik açılı tabakalı plaklar

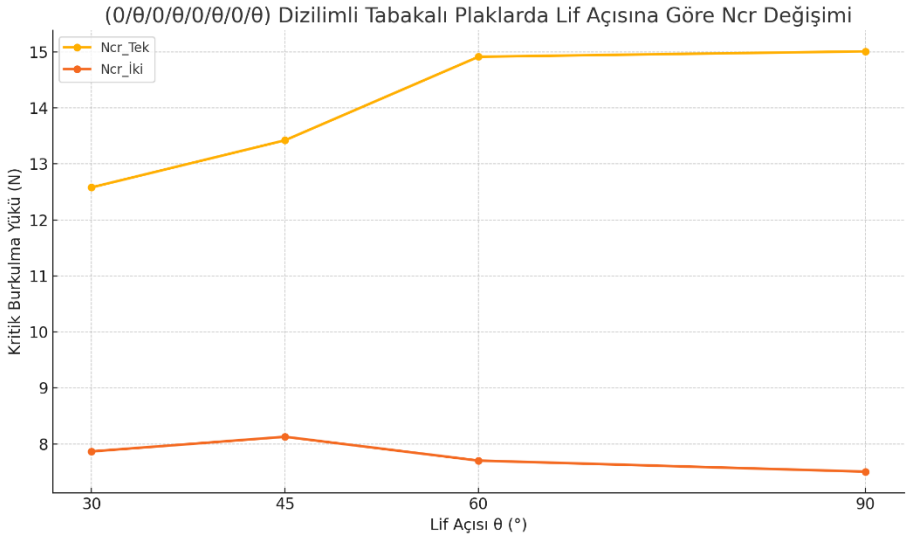
Sekiz tabakalı antisimetrik açılı tabakalı plaklarda (0/θ/0/θ/0/θ/0/θ) ve (θ/0/θ/0/θ/0/θ/0) tabaka dizilişine sahip olanlar aynı sonuçları verdiğinden sadece bir takım dikkate alınmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.24.'te verilmiştir.

Çizelge 5.24. (0/θ/0/θ/0/θ/0/θ) ve (θ/0/θ/0/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip antisimetrik plaklar

Tabaka Dizilişi	Tabaka Dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(0/30/0/30/ 0/30/0/30)	(30/0/30/0/ 30/0/30/0)	12.5807359	7.8663787
(0/45/0/45/ 0/45/0/45)	(45/0/45/0/ 45/0/45/0)	13.4223245	8.1278269
(0/60/0/60/ 0/60/0/60)	(60/0/60/0/ 60/0/60/0)	14.9139876	7.7025076
(0/90/0/90/ 0/90/0/90)	(90/0/90/0/ 90/0/90/0)	15.0105255	7.5052907

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 8 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.24.'te görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.24.'te görüldüğü gibi en yüksek değerler

tek eksenli yüklemede (0/90/0/90/0/90/0/90) dizilime, iki eksenli yüklemede (0/45/0/45/0/45/0/45) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.



Şekil 5.24. (0/θ/0/θ/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

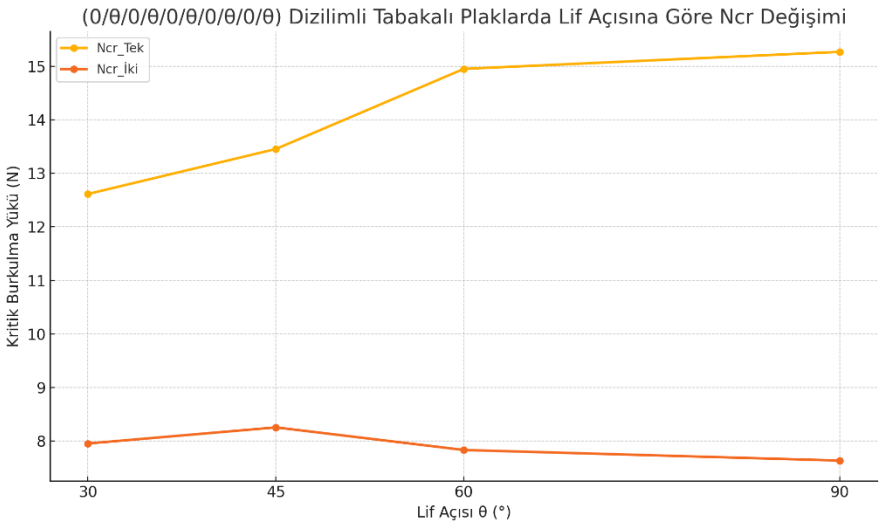
5.3.2.5. On tabakalı antisimetrik açılı tabakalı plaklar

On tabakalı antisimetrik açılı tabakalı plaklarda (0/θ/0/θ/0/θ/0/θ/0/θ) ve (θ/0/θ/0/θ/0/θ/0/θ/0) tabaka dizilişine sahip olanlar aynı sonuçları verdiğinden sadece bir takım dikkate alınmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.25.'te verilmiştir.

Çizelge 5.25. (0/θ/0/θ/0/θ/0/θ/0/θ) ve (θ/0/θ/0/θ/0/θ/0/θ/0) Oryantasyon açısına sahip antisimetrik plaklar

Tabaka Dizilişi	Tabaka Dizilişi	N_{cr}_tek	N_{cr}_iki
(0/30/0/30/ 0/30/0/30/0/30)	(30/0/30/0/ 30/0/30/0/30/0)	12.6146978	7.9536496
(0/45/0/45/ 0/45/0/45/0/45)	(45/0/45/0/ 45/0/45/0/45/0)	13.4555260	8.2551929
(0/60/0/60/ 0/60/0/60/0/60)	(60/0/60/0/ 60/0/60/0/60/0)	14.9523113	7.8328764
(0/90/0/90/ 0/90/0/90/0/90)	(90/0/90/0/ 90/0/90/0/90/0)	15.2701412	7.6350891

Bu diziliş ve tabakalanma örneğinde 8 tabakalı örnekler incelenmiştir ve Çizelge 5.25.'te görülen sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 5.25.'te görüldüğü gibi en yüksek değerler tek eksenli yüklemede (0/90/0/90/0/90/0/90/0/90) dizilime, iki eksenli yüklemede (0/45/0/45/0/45/0/45/0/45) dizilime sahip problemlerde elde edilmiştir.



Şekil 5.25. (0/θ/0/θ/0/θ/0/θ/0/θ) Dizilimli tabakalı plaklarda lif açısına göre N_{cr} değişimi

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışma kapsamında, cam/epoksi esaslı tabakalı kompozit plakların burkulma davranışları, farklı tabaka dizilimleri, lif oryantasyon açıları, yükleme türleri ve tabaka sayıları dikkate alınarak kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Hesapları yapılan tüm örnekler dört kenarından basit mesnetli kompozit tabakalı kare plaklardır. Geliştirilen Python tabanlı otomasyon kodu ile ANSYS MAPDL yazılımı entegre edilerek, farklı yapı kombinasyonlarının kritik burkulma yüklerinin sistematik olarak analiz edilmesi sağlanmıştır. Böylece hem yüksek sayıda varyasyon için tekrar edilebilir sonuçlar elde edilmiş hem de zamandan tasarruf edilerek mühendislik uygulamalarında kullanılabilecek pratik bir analiz yöntemi oluşturulmuştur.

Burkulma davranışını incelemek amacıyla rastgele seçilen 5 ortotrop, 90 simetrik ve 60 antisimetrik dizilimlerde toplam 155 örnek tek eksende ve iki eksende yüklenerek hesaplamalar yapılmıştır. Simetrik ve antisimetrik örnekler arasında kıyas amacıyla ortotrop örnekler de bulunabilmektedir. Aynı şekilde oryantasyon açısı yalnızca 0 ve 90 olabilen çapraz tabakalı plaklar da örnekler arasında tekrar edebilmektedir.

Analizler sonucunda, ortotrop olarak tanımlanan ve tüm tabakaları aynı lif oryantasyonuna sahip plaklarda tabaka sayısının artırılmasının burkulma yükü üzerinde herhangi bir etkisinin olmadığı gözlemlenmiştir. Bu tür plaklar, diğer tabaka düzenleriyle karşılaştırma yapılabilmesi açısından referans olarak değerlendirilmiştir. Simetrik dizilimli plakların, özellikle açılı lif oryantasyonlarına sahip olanlarının, burkulma dayanımı açısından belirgin bir avantaj sunduğu tespit edilmiştir. Lif oryantasyonu 45° ve 60° gibi orta açılarda olan simetrik yapılar hem tek eksenli hem de çift eksenli yükleme durumlarında daha yüksek kritik burkulma yükü üretmiş, böylece yapıdaki iç gerilme dağılımının daha dengeli hale geldiği sonucuna varılmıştır. Antisimetrik tabaka düzenleri ise düşük tabaka sayılarında simetriye kıyasla daha zayıf performans sergilemiş, ancak tabaka sayısı artırıldığında bu fark azalarak bazı durumlarda simetrik yapılara yaklaşan sonuçlar üretmiştir.

Simetrik dizilimli tabakalı plaklar için incelenen 90 örnek içerisinde hesaplanan en büyük kritik burkulma yükü tek eksenli yükleme için 10 tabakalı simetrik çapraz tabakalı kompozit plakta (90/0/90/0/90/90/0/90/0/90) diziliminde 15.5345281 olarak elde edilirken iki eksenli yükleme için 10 tabakalı simetrik açılı tabakalı kompozit plakta (0/45/0/45/0/0/45/0/45/0) diziliminde 8.61951327 olarak elde edilmiştir. Oryantasyon açısı 0 ile başlayan simetrik tabakalı plaklarda tabaka sayısı 4 ile 7 arasında tek eksenli yükleme için oryantasyon açısı 60 ile başlayanlarda, iki eksenli yüklemede ise 45 ile başlayanlarda en büyük değerler hesaplanmıştır. En fazla tabaka sayısına sahip 8, 9 ve 10 tabakalı simetrik plaklarda en büyük değerler tek eksenli yüklemede 90, iki eksenli yüklemede 45 açısına sahip plaklar için hesaplanmıştır. Ayrıca bu değerler, incelenen toplam 155 örnekten elde edilen kritik burkulma yükleri arasındaki en büyük değerlerdir.

Antisimetrik dizilimli tabakalı plaklarda oryantasyon açısı 0 ile başlayanlar ve açı ile başlayanların rijitlikleri değişmemektedir. Bundan dolayı her iki durum için de hesaplanan kritik burkulma yükü sonuçları aynıdır. Böylece hesaplanan toplam 60 örnek sonucundan 30 sonucun değerlendirilmesi yeterli olacaktır. Kompozit tabakalı antisimetrik plaklar için incelenen örnek problem sonuçları içerisinde hesaplanan en büyük kritik burkulma yükü tek eksenli yükleme için 10 tabakalı antisimetrik çapraz tabakalı kompozit plakta (0/90/0/90/0/90/0/90/0/90) veya (90/0/90/0/90/0/90/0/90/0) diziliminde 15.2701412 olarak elde edilirken iki eksenli yükleme için 10 tabakalı antisimetrik açılı tabakalı kompozit plakta (0/45/0/45/0/45/0/45/0/45) veya (45/0/45/0/45/0/45/0/45/0) diziliminde 8.2551929 olarak elde edilmiştir. Tabaka sayısı arttıkça 8 ve 10 tabakalı plaklarda tek eksenli yükleme için en büyük kritik burkulma yükü, oryantasyon açısı 90 için hesaplanırken iki eksenli yükleme durumu için oryantasyon açısı 45 olanlarda elde edilmiştir.

Lif oryantasyon açısının artırılmasının, özellikle ±45° ve ±60° gibi açılarda, yapı üzerinde oluşan iç kuvvetlerin lif doğrultusundaki taşınabilirliğini artırarak burkulma dayanımını olumlu yönde etkilediği görülmüştür. Bu durum, yapıdaki rijitlik dağılımının yönsel olarak optimize edilmesiyle açıklanabilir. Bununla birlikte, yükleme türünün de burkulma davranışı üzerinde önemli etkileri olduğu ortaya konmuştur. Tek eksenli yükleme altında daha düzenli ve yönlü bir burkulma davranışı gözlenirken, çift eksenli yüklemelerde daha karmaşık ancak yapının genel rijitliğini daha fazla zorlayan bir davranış ortaya

çıkmıştır. Bu durum, çift eksenli yüklemenin lif yerleşimiyle daha kuvvetli bir etkileşim oluşturduğunu göstermektedir.

Tabaka sayısının artırılması bazı konfigürasyonlarda burkulma yükünü yükseltmiş, ancak bu artışın her zaman doğrusal olmadığı görülmüştür. Özellikle belirli dizilim türlerinde, tabaka sayısının belirli bir seviyeye ulaştıktan sonra burkulma dayanımı üzerindeki etkisinin doygunluğa ulaştığı tespit edilmiştir. Bu nedenle, yalnızca daha fazla tabaka kullanmak yerine, uygun dizilim stratejilerinin seçilmesinin daha etkin bir tasarım yaklaşımı sunduğu söylenebilir. Bu analiz sonuçları, mühendislik tasarımında hem performans hem de malzeme verimliliği açısından kritik karar noktaları oluşturmakta ve gelecekte yapılacak çalışmalara yön vermektedir.

Bu bağlamda, gelecekte gerçekleştirilecek benzer çalışmaların farklı geometri türlerinde (örneğin dikdörtgen, dairesel plaklar) ve farklı sınır koşulları altında tekrar edilmesi faydalı olacaktır. Ayrıca, karbon veya aramid esaslı alternatif kompozit sistemlerin de bu tür analizlere dahil edilmesi, malzeme-mekanik etkileşiminin daha kapsamlı bir şekilde değerlendirilmesine katkı sağlayacaktır. Bununla birlikte, burkulma öncesi ve sonrası davranışların birlikte ele alındığı doğrusal olmayan analizlerin gerçekleştirilmesi, yapıların güvenliğini daha gerçekçi biçimde irdeleyebilmek açısından önem arz etmektedir. Geliştirilen Python–ANSYS entegrasyonunun yapay zekâ destekli optimizasyon algoritmalarıyla birlikte kullanılması da hem analiz süresini kısaltacak hem de en uygun tabaka diziliminin bulunmasına yönelik çalışmalar için verimli bir temel sunacaktır.

Sonuç olarak bu tez çalışması, farklı tabaka dizilimlerinin, lif oryantasyon açılarının ve yükleme türlerinin tabakalı kompozit plakların burkulma davranışı üzerindeki etkilerini sistematik biçimde ortaya koymuş ve hem sayısal hem de yapısal tasarım açısından mühendislik uygulamalarına ışık tutacak nitelikte önemli çıktılar üretmiştir. Elde edilen bulgular hem akademik araştırmalarda hem de pratik mühendislik tasarımlarında burkulma dayanımını artırmaya yönelik kararlar alınmasında güvenilir bir referans olarak değerlendirilebilir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Adali, S. (1995). Lay-up optimization of laminated plates under buckling loads. In G. J. Turvey & I. H. Marshall (Eds.), *Buckling and postbuckling of composite plates* (pp. 329–365). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-011-1228-4_10

Ansari, R., & Sahmani, S. (2011). Bending behavior and buckling of nanobeams including surface stress effects corresponding to different beam theories. *International Journal of Engineering Science, 49*(11), 1244–1255. https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2011.01.007

Arman, Y., Aktaş, M., Ataş, C., & İçten, B. M. (2007). Tabakalı kompozit plaklarda eliptik süreksizlik bölgesinin kritik burkulma yükü üzerine etkisi. *XV. Ulusal Mekanik Kongresi Bildiriler Kitabı*, 107–116.

Ataş, A., Arslan, N., & Sen, F. (2009). Failure analysis of laminated composite plates with two parallel pin-loaded holes. *Journal of Reinforced Plastics and Composites, 28*(10), 1265–1276. https://doi.org/10.1177/0731684408089493

Aymerich, F., & Serra, M. (2008). Optimization of laminate stacking sequence for maximum buckling load using the ant colony optimization (ACO) metaheuristic. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 39*(2), 262–272. https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2007.10.011

Bazli, M., Ashrafi, H., Jafari, A., Zhao, X. L., Singh Raman, R. K., & Bai, Y. (2019). Effect of fibers configuration and thickness on tensile behavior of GFRP laminates exposed to harsh environment. *Polymers, 11*(9), Article 1401. https://doi.org/10.3390/polym11091401

Cömert, U. K. (2022). Investigation of buckling, post-buckling behaviour of variable stiffness composite plates [Yüksek lisans tezi, Middle East Technical University]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Çıraklı, D., Albayrak, U., & Saraçoğlu, M. H. (2023). Investigation of bending behavior of foam core sandwich plates with different face and core materials at different layer thicknesses. *Journal of Scientific Reports-A, 55*, 80–92. https://doi.org/10.31590/ejosat.1012879

Elmardi, O. M., & Khayal, S. (2019). Effect of boundary conditions on buckling load for laminated composite decks plates. *Global Journal of Engineering Sciences, 2*(1). Erişim adresi: https://doi.org/10.13140/RG.2.2.31314.20165

Günyar, A., Öztürk, H., & Sabuncu, M. (2012). Kompozit eğri çubukların doğal frekans ve burkulma yükü analizi. *DEÜ Mühendislik Fakültesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, 14*(42), 33–42.

Jalali, M. B., & Doğan, A. (2023). Farklı sınır şartları ve farklı tabakalanma açıları için tabakalı kompozit bal peteği sandviç plağın serbest titreşim frekanslarının karşılaştırılması. *Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi, 28*(1), 293–306. https://doi.org/10.17482/uumfd.1150777

Jones, R. M. (1999). *Mechanics of composite materials* (2nd ed.). Taylor & Francis.

Khandan, R., Noroozi, S., Sewell, P., & Vinney, J. (2012). The development of laminated composite plate theories: A review. *Journal of Materials Science, 47*(16), 5901–5910. https://doi.org/10.1007/s10853-012-6329-y

Khdeir, A. A. (1989). Comparison between shear deformable and Kirchhoff theories for bending, buckling and vibration of antisymmetric angle-ply laminated plates. *Composite Structures, 13*(2), 159–172. https://doi.org/10.1016/0263-8223(89)90038-3

KAYNAKLAR DİZİNİ

Kirchhoff, G. R. (1850). Über das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen Scheibe. *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik (Crelle's Journal), 40*, 51–88.

Le Riche, R., & Haftka, R. T. (1993). Optimization of laminate stacking sequence for buckling load maximization by genetic algorithm. *AIAA Journal, 31*(5), 951–956. https://doi.org/10.2514/3.11710

Mindlin, R. D. (1951). Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. *ASME Journal of Applied Mechanics, 18*, 31–38.

Nikhil, K. M., Indrajeet, S. B., & Utkarsh, C. D. (2018). Modal analysis of hybrid laminated composite sandwich plate. *Materials Today: Proceedings, 5*. Erişim adresi: https://www.sciencedirect.com/science/journal/22147853

Niyogi, S. B., Wankhade, R. L., & Gajbhiye, P. D. (2020). Buckling analysis of laminated composites considering the effect of orthotropic material. *Journal of Physics: Conference Series, 1706*, 012188. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1706/1/012188

Noor, A. K. (1975). Stability of multilayered composite plates. *Fibre Science and Technology, 8*(2), 81–89.

Osman, M. Y., Mohammed, O., Suleiman, E., & State, K. (2017). Buckling analysis of thin laminated composite plates using finite element method. *International Journal of Engineering Research and Advanced Technology, 3*. Erişim adresi: https://www.sretechjournal.org

Önder, F. C., & Albayrak, U. (2025). Effect of plate thickness configuration on the buckling behavior of composite plates. In *Proceedings of the 7th International Science and Art Congress (ISARC)* (pp. 592–602).

KAYNAKLAR DİZİNİ

Öndürücü, A., & Karacan, A. (2018). Tabakalı cam elyaf/epoksi kompozitlerin darbe davranışının deneysel olarak incelenmesi. *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi, 6*(3), 435–447. https://doi.org/10.21923/jesd.363292

Özben, T. (2009). Analysis of critical buckling load of laminated composites plate with different boundary conditions using FEM and analytical methods. *Computational Materials Science, 45*(4), 1006–1015. https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2009.01.003

Reddy, J. N. (1984). A simple higher order theory for laminated composite plates. *ASME Journal of Applied Mechanics, 51*, 745–752.

Reddy, J. N. (2003). *Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and analysis* (2nd ed.). CRC Press.

Reddy, J. N., & Khdeir, A. A. (1989). Buckling and vibration of laminated composite plates using various plate theories. *AIAA Journal, 27*(12), 1808–1817. https://doi.org/10.2514/3.10338

Saraçoğlu, M. H., & Özçelikörs, Y. (2011). Tabakalı kompozit plakların sonlu farklar yöntemi ile statik analizi. *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, 17*(1), 51–62.

Sayyad, A. S., & Ghugal, Y. M. (2014). On the buckling of isotropic, transversely isotropic and laminated composite rectangular plates. *International Journal of Structural Stability and Dynamics, 14*, 1–32. https://doi.org/10.1142/S0219455414500497

Sayyad, A. S., Shinde, B. M., & Ghugal, Y. M. (2016). Bending, vibration and buckling of laminated composite plates using a simple four variable plate theory. *Latin American Journal of Solids and Structures, 13*(3), 516–535. https://doi.org/10.1590/1679-78252241

KAYNAKLAR DİZİNİ

Solmaz, M. Y., & Kaman, O. K. (2010). The effect on the critical buckling load of foam filling on the honeycomb sandwich structures. *E-Journal of New World Sciences Academy, 5*(1).

Şen, F. (2006). $[60°/-60°]_s$ ve $[60°/-60°]_2$ oryantasyona sahip delikli ve tabakalı termoplastik kompozit plaklarda uniform sıcaklık altında meydana gelen ısıl gerilmelerin analizi. *Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 10*(2), 249–254.

Tsouvalis, N. G., & Papazoglou, V. J. (2004). Design buckling curves for clamped orthotropic laminated plates. *Advanced Composites Letters, 13*(5).

Turan, F., Ulu, S., & Ünal, Y. (2023). Yüksek mertebe kayma deformasyon teorisine dayalı poroz ortotropik tabakalı plakların burkulma analizi. *Konya Mühendislik Bilimleri Dergisi, 11*(2), 408–422. https://doi.org/10.36306/konjes.1173503

Uslu, F., Saraçoğlu, M. H., & Albayrak, U. (2022). Buckling of square and circular perforated square plates under uniaxial loading. *Journal of Innovations in Civil Engineering and Technology, 4*(2), 61–75.

Vasiliev, V. V., & Morozov, E. V. (2013). Laminated composite plates. In *Advanced mechanics of composite materials* (pp. 487–583). Elsevier. https://doi.org/10.1016/b978-0-08-098231-1.00009-1

Vinson, J. R. (2005). Plates and panels of composite materials. In *Plate and panel structures of isotropic, composite and piezoelectric materials, including sandwich construction*. Springer. https://doi.org/10.1007/1-4020-3111-4_11

Wankhade, R. L., & Niyogi, S. B. (2020). Buckling analysis of symmetric laminated composite plates for various thickness ratios and modes. *Innovative Infrastructure Solutions, 5*, 65. https://doi.org/10.1007/s41062-020-00317-8

KAYNAKLAR DİZİNİ

Yanen, C., Tanıı, M. C., & Solmaz, M. Y. (2021). Eğrisel yüzeyli tabakalı kompozit plakların kritik burkulma yüklerine etki eden parametrelerin belirlenmesi. *European Journal of Science and Technology*. https://doi.org/10.31590/ejosat.1012879

Yüksel, Y. Z., & Akbaş, Ş. D. (2019). Buckling analysis of a fiber reinforced laminated composite plate with porosity. *Journal of Computational Applied Mechanics, 50*(2), 375–380. https://doi.org/10.22059/jcamech.2019.291967.448