SÜPERİLETKENLİK TEORİLERİ

Bekir ORUNCAK

Yüksek Lisans Tezi

Fizik Anabilim Dalı

Katıhal Bilim Dalı

1998

ESKİŞEHİR

78509

SÜPERİLETKENLİK TEORİLERİ

Bekir ORUNCAK

Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Fizik Anabilim Dalı
Katıhal Bilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman : Yrd. Doç. Dr. Şadan KORKMAZ

Ağustos 1998

Bekir ORUNCAK'ın YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırladığı "SÜPERİLETKENLİK TEORİLERİ" adlı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

.../.../1998

Üye : Yrd. Doç. Dr. Saban KORKMAZ

Üye : Prof. M. Selami KILIÇKAYA

Üye : Yrd. Doç. Dr. Ömer ÖZBAŞ

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 27-10-1998 **gün ve** 98-163 **sayılı kararıyla onaylanmıştır.**

Prof. M. Selami KILIÇKAYA

Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu çalışmada, süperiletkenlik konusu ve bu konunun gelişmesinde basamak teşkil etmiş teoriler incelenmiştir.

Bazı metaller ve onların alaşımları T_c gibi, malzemeye özgü bir sıcaklığın altında soğutulduklarında dirençleri sıfır olur. Bu duruma süperiletken durum denir. Bu durumun bir diğer özelliğide geçiş sıcaklığının altındayken dışardan uygulanan bir manyetik alanı içerisine kabul etmez ve onu tamamen dışlar; yani ideal diamanyetiktir.

Süperiletkenlik tamamen kuantum mekaniksel bir olaydır. Süperiletken hali veren olgu, metalin iletkenlik elektronlarının kristal örgüsünü oluşturan iyonlar yardımıyla birbirini çekerek çiftler oluşturmasıdır ve bu çiftlere Cooper çiftleri adı verilmektedir.

Süperiletkenliğin mikroskobik teorisi 1957 yılında, Bardeen, Cooper ve Schrieffer tarafından ileri sürülmüştür. BCS teorisi olarak bilinen bu teori birçok çalışmanın sonucu olarak ortaya çıkmıştır. Gorter ve Casimir süperiletken durumun termodinamiğini geliştirmişlerdir. London kardeşler ve Pippard elektromanyetik özellikler üzerine çalışmışlardır. Ginzburg ve Landau 1950 yılında fenamonolojik bir teori geliştirerek olaya katkıda bulunmuşlardır.

Süperiletkenlik konusunda bilim adamları, günümüzde Bednorz ve Müller'in 1986'da açtığı yoldan ilerlemektedirler. Amaçları ise oda sıcaklığında süperiletkenliği sağlayıp, bu konuyu teknolojik ürün olarak insan yaşantısına sokmaktır.

Anahtar Kelimeler : Süperiletkenlik, Süperiletkenlik Teorileri

SUMMARY

In this study, superconductivity concept and theories which constitute a step in improvement of this concept has been investigated.

When some metals and their alloys are cooled down below a certain temperature which is specific to the material their resistances become zero. This state is called superconductive state. Another characterictics of this state is that the superconductor does not accept the magnetic field inside and completely excludes it, namely it is an ideal diamagnetics.

Superconductivity is a quantum mechanical phenomenon. The fact which gives superconductive state is that the pair production of conductivity electrons of metals by attracting each other by means of ions which constitutes crystal lattice and these pairs are called Cooper pairs.

Microscopic theory of superconductivity was suggested by Bardeen, Cooper and Schrieffer in 1957. This theory, which is known as BCS theory, has appeared as a result of many studies. Gorteer and Casimir has improved the thermodynamics of superconductive phase. London brothers and Pippard has studied the electromagnetics properties. Ginzburg and Landau contributed to the phenomenon by developing a theory in 1950.

Recently, scientists have been following the way which was opened by Bednorz and Müller in 1986. Their purpose is, by obtaining the superconductivity at room temperature, to put this subject into human life as a technological product.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın gerçekleşebilmesi için yoğun iş tempomu ellerinden geldiği kadar hafifleten ve çalışma şartlarını düzenleyerek moral motivasyonlarını benden esirgemeyen, Afyon Kocatepe Üniversitesi Çay Meslek Yüksekokulu Müdürlüğüne, tez konumun belirlenmesi ve çalışmaların şekillendirilmesi hususunda yardımlarını esirgemeyen danışman hocam, Osmangazi Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Öğretim Üyesi Yrd. Doç. Dr. Şadan Korkmaz'a teşekkürlerimi bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	SAYFA
ÖZET	IV
SUMMARY	V
TEŞEKKÜR	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ	IX
ÇİZELGELER DİZİNİ	XI
SİMGELER DİZİNİ	
BÖLÜM I	
1.1 Giriş	1
1.2 Elektrik Direnci	4
1.3 Süperiletkenliğin Oluşumu	6
1.4 Süperiletkenlerin Fiziksel Özellikleri	12
1.4.1 Kritik Sıcaklık	12
1.4.2 Kritik Manyetik Alan	13
1.4.3 Özgül Isı	14
1.4.4 İzotop Etkisi	15
1.4.5 Sıfır Direnç Özelliği	16
1.4.6 Enerji Aralığı	16
1.4.7 Koherens Uzunluğu	17
1.4.8 Yüzey Enerjisi	18
1.5 Süperiletkenlerin Manyetik Özellikleri	21
1.6 Süperiletkenlerde Akımın Taşınması	22
1.7 I. ve II. Tip Süperiletkenler	24
BÖLÜM II	
2.1 Gorter-Casimir İki Akışkan Modeli	26
2.2 London Teorisi	28
2.3 Ginzburg-Landau Teorisi	33

İÇİNDEKİLER (Devam)

2.4 Bardeen, Cooper ve Schrieffer Teorisi 39

2.4.1 Cooper Çiftleri 41

2.4.2 Çekici Etkileşimin Kökeni 45

2.4.3 BCS Taban Durumu 47

2.4.4 Taban Durumu Enerjisinin Hesaplanması 52

2.4.5 İzotop Etkisi 53

2.4.6 T_c'nin Belirlenmesi 54

2.4.7 Elektron Tünellemesi 55

2.4.8 Elektrodinamik 57

2.5 Bardeen-Bogoliubov Teorisi 59

2.6 1986 Sonrası Süperiletkenlik 63

BÖLÜM III

3.1 Sonuç 66

3.2 Kaynaklar Dizini 70

ŞEKİLLER DİZİNİ

ŞEKİL		SAYFA
1.1	Süperiletkenlerin bulunuş tarihleri.	2
1.2	Civa (Hg) için özdirenç-sıcaklık değişimi.	5
1.3	Talyum (Tl), kurşun (Pb) ve kadmiyum (Cd) için özdirencin sıcaklığa bağlılığı.	7
1.4	Bir metalde direncin sıcaklığa bağlılığı.	12
1.5	Saf platin (Pt) ve saf civa (Hg) için direncin sıcaklılığa bağlılığı.	13
1.6	Bir süperiletken için kritik alan H_c'nin sıcaklığa göre değişimi.	14
1.7	Civada izotop kütlesine göre T_c'nin değişimi.	15
1.8	a) Süperiletken durumda, Fermi düzeyindeki enerji aralığı. b) Süperiletken enerji aralığının sıcaklıkla değişimi.	17
1.9	Pozitif yüzey enerjisinin orijini. a) Sınırda nüfuz derinliği ve koherens uzunluğu. b) Serbest enerjiye katkı. c) Toplam serbest enerji.	19
1.10	Negatif yüzey enerjisinin orijini. a) Sınırda nüfuz derinliği ve koherens uzunluğu b) Serbest enerjiye katkı. c) Toplam serbest enerji.	20
1.11	Meissner olayı a) $T_c < T$ Normal durum b) $T_c > T$ Süperiletken durum	21
2.1	Süperiletken durumda akı yoğunluğunun değişimi.	30
2.2	Cooper çiftlerinin oluşumu	44
2.3	Normal durumdan süperiletken duruma geçişte,elementer enerji değişiminde ξ_k'nın fonksiyonu.	56

ŞEKİL **SAYFA**

2.4 a) La_2CuO_4 68
b)$YBa_2Cu_3O_{6,5}$
c) Nd_2CuO_4 materyallerinin kristal yapıları.

ÇİZELGELER DİZİNİ

TABLO		SAYFA
1.1	Süperiletken elementler.	11
2.1	Oksit süperiletkenler.	64

SİMGELER DİZİNİ

SİMGE	AÇIKLAMA
a	yarı film kalınlığı
a_i	dalga fonksiyonu çiftlerinde, dalga fonksiyonu katsayısı
A	vektör manyetik potansiyel
B	manyetik akı yoğunluğu
B_a	uygulanan manyetik alanın akı yoğunluğu
B_c	kritik akı yoğunluğu
C_{an}	normal durumdaki özgül ısı
C_{as}	süperiletken durumdaki özgül ısı
d	plaka kalınlığı
e	elektron yükü
E	enerji veya elektrik alan büyüklüğü
E_g	süperiletkenlerde enerji aralığı
g_n	normal durumdaki gibbs serbest enerjisi
g_s	süperiletken durumda gibbs serbest enerjisi
$\hbar$	Planck sabiti
h_i	doldurulmuş çift durumların olasılığı
H	manyetik alanın büyüklüğü, hamiltonyen
H_c	kritik manyetik alan
H_0	0 ^{0}K'de kritik manyetik alanın büyüklüğü
H_c'	ince numuneler için arttırılmış kritik manyetik alan

SİMGELER DİZİNİ (Devam)

H_{c_2}	II. tip süperiletkenlerde yüksek kritik alan
i	akım
i_c	kritik akım
i_s	süperakım, elektron çiftlerinin akımı
I	manyatizasyon
j	birim uzunluktaki yüzey akım yoğunluğu
k	Boltzman sabiti
m	elektronun kütlesi
M	numunenin toplam manyetik momenti,izotop kütlesi
n	elektron yoğunluğu
n_n	normal durumdaki elektron yoğunluğu
n_s	süperiletken durumdaki elektron yoğunluğu
N	elektronların durum yoğunluğu
p	momentum
P	toplam momentum
q	fonon momentumu
R	direnç
T_c	kritik sıcaklık
U	iç (dahili) enerji
W	kinetik enerji
α	birim alanın yüzey enerji parametresi
γ	Sommerfield sabiti
Δ	yüzey enerji parametresi, enerji aralığının yarısı
$\Delta_{(0)}$	0 ^{0}K'de yarı enerji aralığı
ε	elektronların kinetik enerjisi
ε_F	Fermi enerjisi

SİMGELER DİZİNİ (Devam)

ξ	koherens (uyum) uzunluğu
ξ_0	saf süperiletkenler için koherens uzunluğu
θ	açı, debye sıcaklığı
χ	ginzburg-landau parametresi
λ	nüfuz derinliği
$\lambda_{(0)}$	0 ^{0}K'de nüfuz derinliği
λ_L	london nüfuz derinliği
μ_0	boşluğun manyetik geçirgenlik katsayısı
ν	frekans
ρ	özdirenç
σ	elektriksel geçirgenlik
Ψ	etkin dalga fonksiyonu
ϕ	faz
$\Delta\phi$	faz değişikliği
Φ	manyetik akı
k_F	fermi enerji değerine karşılık gelen dalga vektörleri
F	serbest enerji
F_S	toplam serbest enerji
F_s	süperiletken durumun serbest enerjisi
F_n	normal durumun serbest enerjisi

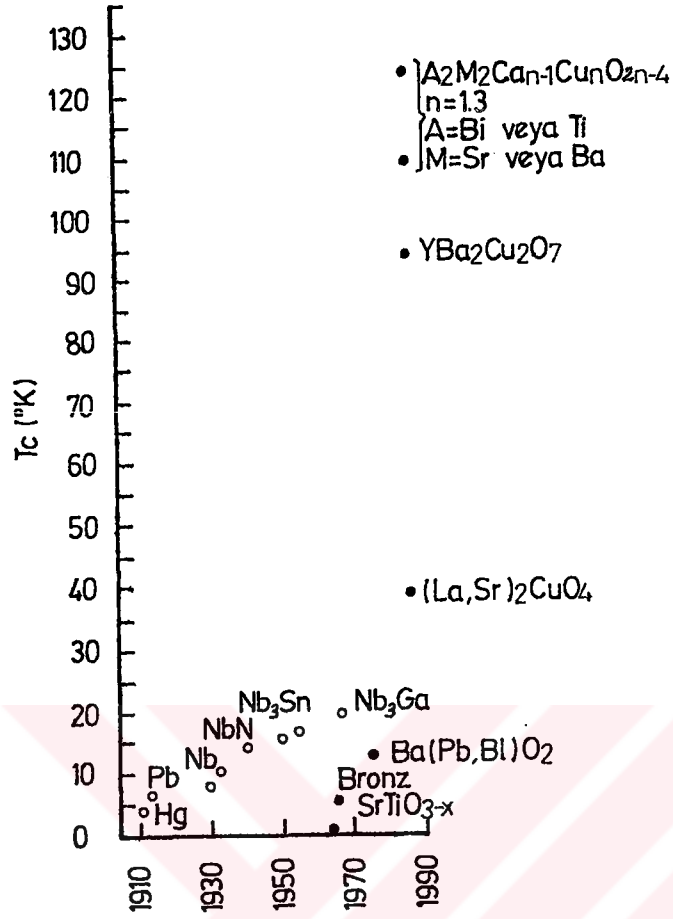
BÖLÜM I

1.1. GİRİŞ

Sıcaklığın mutlak sıfıra yakın değerlerinde, elektrik akımının geçişine hiçbir direnç göstermeyen maddelere süperiletken materyal olaya ise süperiletkenlik denir.

1908 yılında Hollandalı Kammerling Onnes o zamana kadar sıvılaştırılamayan asal gazlardan helyumu sıvılaştıracak yeni bir teknik geliştirdi. Sıvı helyumun kaynama noktası 4,2 ^{0}K' dir. Bu teknik kendisine çok düşük sıcaklıklarda çalışma olanağı sağladı. Onnes bu yeni düşük sıcaklık aralığında platin ve palladyum gibi elementlerin dirençlerinin sıcaklıkla değişimini ölçtüğünde direncin çok düşük sıcaklıklarda sıfıra gitmek yerine belli bir değerde sabit kaldığını ve bu artık direncin değerinin metalin saflığına bağlı olarak değiştiğini gördü. Daha sonra bir civa sütununun direncini aynı şekilde ölçtüğünde direncin 4,15 ^{0}K gibi bir sıcaklıkta ölçülemeyecek kadar küçük bir değere (pratikte sıfır) aniden düştüğünü gözledi. Yani civa, bu sıcaklığın altındaki sıcaklıklarda dirençsiz bir hale geçmektedir. Onnes maddenin bu dirençsiz haline süperiletkenlik adını verdi ve bu buluşu yanısıra helyumu sıvılaştırdığı için her iki olaydan ötürü Nobel ödülü kazandı. Bundan sonra periyodik tabloda bir çok metalik elementin süperiletken oldukları bulundu.

Genel olarak oda sıcaklığında orta derecede iyi iletkenlerin (kurşun,kalay,civa gibi) iyi birer süperiletken, çok iyi iletkenlerin ise (bakır,altın,gümüş gibi) süperiletken olmadıkları gözlenmiştir. Ayrıca magnetik (demir,nikel gibi) metallerinde süperiletken olmadıkları görülmüştür. Onnes bir süperiletken halkaya hapsedilen bir elektrik akımının, sıcaklığı geçiş sıcaklığının altında tutulduğu sürece bu akımın hiç bozunmadan akabileceğini göstermiştir. Burada akla ilk gelen sonuç böyle bir halka veya bir sargı içinde kayıpsız olarak akan bu akımın meydana getirdiği sabit magnetik alanın, bir enerji kaybı olmaksızın kullanılabileceğidir. Fakat o sıralarda bilinen bütün süperiletken malzemeler küçük bir magnetik alanın etkisiyle süperiletkenliklerini kaybetmekteydiler. Bu magnetik alana kritik magnetik alan denilmektedir.



Şekil 1.1 Süperiletkenlerin bulunuş tarihleri.

Süperiletkenlik 1911 yılında bulunmuştur. Ancak 1933 yılına kadar süperiletkenlerin magnetik özellikleri yalnızca onların dirençsizliğine, buna eşanlamlı olarak onların, mükemmel bir iletken oldukları fikrine dayandırılmaktaydı. Mükemmel bir iletken önce bir dış magnetik alan sıfırken kritik sıcaklık T_c ' nin altında bir sıcaklığa soğutulduğunda ve sonra magnetik alan uygulandığında, örnek içerisindeki magnetik alan sıfır olarak kalır. Eğer bu kez bir dış magnetik alan içerisinde iken soğutacak olursak, mükemmel iletkenin başlangıçta içerisinde bulunan magnetik alan, dışarıdaki alan kaldırılsa bile değişmez. 1933 yılında, Meissner ve Ochsenfeld yaptıkları ayrıntılı deneyler sonucu süperiletkenlerin bir kez kritik sıcaklığın altına soğutulduklarında, magnetik alanın uygulanış sırasından tamamen bağımsız olarak, magnetik alanı içerden

dışarıya ittikleri ve dolayısıyla magnetik alanın süperiletken içerisine giremediğini buldular. Bu tür davranış süperiletkenlerin mükemmel bir diamagnetik olduklarını göstermektedir ve buna Meissner olayı denmektedir.

Bu gelişmelerin ışığında, 1935 yılında Heinz ve Fritz London süperiletkenlerin elektromagnetik özelliklerini anlatan denklemlerini ortaya koydular. Bunun içinde denge hali termodinamiği ve Maxwell'in elektromagnetik denklemlerini kullandılar. Bu denklemler süperiletken elektrik akımını taşımakta olan taşıyıcıların hepsinin aynı makroskopik kuantum halinde olmaları gerektiğini gösterdi. Metallerde elektriği taşıyan elektronlardır ve bunların eksi yükü ve kendi ekseni etrafında dönmelerinden ileri gelen spin adını verdiğimiz bir büyüklükleri bulunmaktadır. Metaldeki elektronlar Fermi-Dirac istatistiğine uyarlar ve orada aynı iki elektronun aynı kuantum halinde bulunmaları Pauli ilkesi ile yasaklanmış bulunmaktadır. Bütün bunlar açık olarak anlaşılmakla beraber süperiletkenlik taşıyıcılarının aynı kuantum halinde olmaları gereğini ortaya koymaktadır.

Süperiletkenliğin mikroskopik teorisi 1957 yılında, John Bardeen, Leon Cooper ve Robert Schrieffer tarafından ileri sürüldü (Cooper vd. 1957). BCS teorisi olarak bilinen bu teori bir çok çalışmanın sonucu olarak ortaya çıkmıştır. Gorter ve Casimir süperiletken durumun termodinamiğini geliştirmişlerdir (Gorter ve Casimir 1934). London kardeşler ve Pippard, elektromagnetik özellikler üzerine çalıştılar (H. London-F. London 1935 ve Pippard 1950). Bardeen, Cooper ve Schrieffer'in mikroskopik teorilerinden geliştirilerek, Ginzburg ve Landau fenomenolojik bir teori öne sürmüşlerdir (Ginzburg ve Landau 1950). 1938 yılındaki önemli bir adım da helyumun süperakışkanlığının keşfi olmuştur. Helyum dar bir kesit içinde bile sürtünmesiz olarak akmaktadır. 1957'ye kadar elektron çifti oluşumunu açıklayacak tam bir teori bulunamadı. Bogoliubov farklı bir metot kullanarak BCS teorisinin sonuçlarını yeniden çıkardı (Bogoliubov 1958).

Johannes Geörg Bednorz ve Karl Alex Müller'in yüksek sıcaklık süperiletkenleri elde etmeleri ile süperiletkenlikte yeni bir alan açılmış oldu. Yüksek sıcaklık süperiletkenleri teknolojik önemlerinin yanı sıra, klasik teorilerin geçerliliği üzerinde bazı sorular ortaya çıkardı. Bu kuşkuların ana nedeni kritik sıcaklık değerinin çok yüksek oluşuydu. Bednorz ve Müller, LaBaCuO sisteminin 30 ^{0}K civarında süperiletken hale

oluşuydu. Bednorz ve Müller, LaBaCuO sisteminin 30 ^{0}K civarında süperiletken hale geçtiğini keşfettiler (Bednorz ve Müller 1986). Bu önemli keşfin ardından $YBa_2Cu_3O_7$ bileşiğinin 92 ^{0}K'de süperiletken olduğu gözlendi. Bu sıcaklık sıvı azotun kaynama noktasının üzerinde olduğundan hem ekonomik, hem de pratik açıdan süperiletkenlik konusundaki çalışmalar bu tarihten sonra hızla arttı.

1.2. ELEKTRİK DİRENCİ

İletkenlik özelliği yarı dolu bir iletkenlik bandından kaynaklanır. Bir dış elektrik alan uygulandığında en yüksek dolu düzeylerdeki elektronlar yakınlarında bulunan boş düzeylere hareket eder ve bir akım oluşur. Bu hareketli elektronlar gerçekten serbest olsalardı, giderek daha çok kinetik enerji kazanırlar ve akım durmadan artardı. Böyle olmayışının nedeni elektronların örgü atomlarıyla çarpışarak enerji kaybetmeleridir. Her çarpışmada elektron rastgele bir yönde ve farklı bir hızla saçılır ve ivmeli hareketine yeniden başlamak zorunda kalır. Böylece elektronlar sürekli bir ivmelenme ve çarpışmayla yön değiştirmeye uğrarlar. Bu hareketin ortalamasına bakıldığında elektronların uygulanan elektrik alana zıt yönde bir sürüklenme hızı ile hareket ettiği söylenilebilir. Elektrik akımı bu ortalama hızla sürüklenen elektronlardan oluşur.

Elektron örgü atomlarıyla ne kadar az çarpışıyorsa, çarpışmalar arasında kazanacağı hız da o kadar büyük olur. O halde, aynı bir dış elektrik alanda, daha az çarpışma yapan elektronlar daha büyük bir akım oluşturur; yani katının özdirenci daha az olur. Özel olarak, elektronlarla örgü arasında hiç çarpışma olmuyorsa katının özdirenci sıfır olur.

Bu klasik bakış açısı ana hatlarıyla doğrudur. Ancak, elektronları kuantum mekaniğiyle ele aldığımızda önemli bir farklılık ortaya çıkar. Direncin klasik ve kuantum açıklamaları arasındaki fark şudur: Klasik olarak direnç elektronların örgüyle çarpışmalarından kaynaklanır. Kuantum mekaniğinde ise direnç elektronların örgü kusurları ve örgü titreşimleriyle çarpışmalarından kaynaklanır. Klasik bakış açısına göre, elektronların bir kaç atom geçtikten sonra çarpışmasını bekleriz. Öte yandan alçak sıcaklıkta (titreşimleri aza indirmek için) mükemmel bir metal göz önüne aldığımızda,

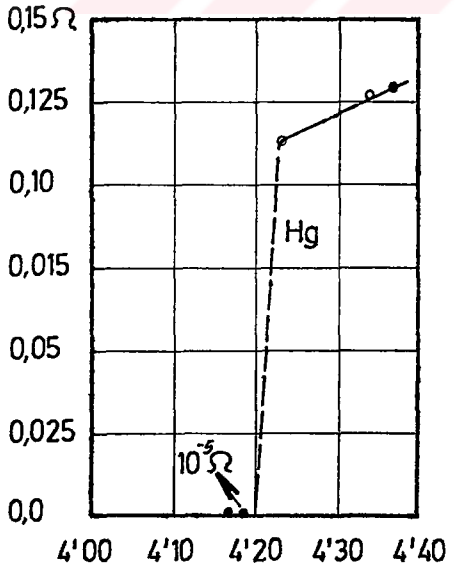
kuantum bakış açısına göre elektronlar örgü kusurlarına veya titreşimlere çarpmadıkları sürece çok uzun mesafe yol alabilirler. Buna göre, kuantum mekaniğinin öngördüğü özdirenç klasik teoriden daha küçüktür. Saf metallerin alçak sıcaklıklarda ölçülen özdirençleri kuantum bakış açısının doğru olduğunu göstermektedir (Taylor ve Zaforitis 1991).

Tüm metal ve alaşımlarının elektriksel dirençleri sıcaklık düştükçe azalır. Bir metal için özdirenç denklemi şöyledir (Jeffry 1990):

$$\rho = \rho_L + \rho_i \qquad (1.1)$$

Buna göre bir metalin özdirenci iki terimden oluşur; ρ_L örgünün ısısal hareketinden (fononlardan) kaynaklanan özdirenci, ρ_i ise elektron dalgalarının örgü kusurları veya safsızlık atomlarının saçılmaları nedeni ile oluşan direnci göstermektedir. Sıcaklık düştükçe fonon sayısı azalacağından ρ_L ve dolayısıyla da ρ azalır. Ancak kusurların varlığından dolayı özdirenç hiçbir zaman sıfır olmaz.

Ancak bazı metaller çok çarpıcı bir davranış gösterirler; soğutulduklarında ρ bilinen şekilde azalırken, belirli bir sıcaklıkta elektriksel direnç tümüyle yok olur; buna süperiletkenlik adı verilir.



Şekil 1.2 Civa (Hg) özdirencinin sıcaklıkla değişimi.

Süperiletken materyaller, sıcaklığın mutlak sıfıra yakın değerlerinde, elektrik akımının geçişine hiçbir direnç göstermeyen maddelerdir. Süperiletkenlik metallerde, iletim elektronlarının düzenli bir sıralama gösterdikleri duruma veya bazı metallerin oldukca düşük sıcaklıklara kadar soğutulduklarında ortaya çıkan elektrik ve magnetik özelliklerin tümüne verilen isim olarakta adlandırılabilir. Genellikle metalin normal durumdan süperiletken duruma geçtiği söylenir. Bu geçiş, çok fazla safsızlık atomu içeren bir metalde de gözlenebilir. Bu olay 1911'de Kammerling Onnes tarafından, helyumu sıvılaştırmayı başardıktan üç yıl sonra civa metalinde gözlenmiştir (Onnes 1911). Civa için özdirenç-sıcaklık eğrisi Şekil 1.2.'de görüldüğü gibidir.

1.3. SÜPERİLETKENLİĞİN OLUŞUMU

Metaller iyi birer iletken olup, bunlarda akım iletim elektronları tarafından taşınır. Metallerde direnç, elektronların kristalin ısıl atomik salınımları ile saçılması sonucu oluşur. Örgü deformasyonu, safsızlık atomları ve akım taşıyıcılarının sayısında veya hareketsizliğindeki azalmayla direnç etkilenmektedir.

Metaller, atomların periyodik örgü noktaları şeklinde dizildikleri bir kristal yapıya sahiptirler. Elektron dalga olarak ele alındığında, kusurlar ve safsızlık atomlarıyla yaptıkları çarpışmalar sonucunda saçılmaya uğrarlar, elektronun hem enerjisi hem de momentumu korunur. Saçılan elektron bir miktar direnç meydana getirir. Ayrıca 0 ^{0}K'nin üzerindeki sıcaklıklarda atomlar titreşirler ve denge durumundan çeşitli miktarlarda yer değişimi yaparlar. Safsızlık atomları veya rastgele dağılmış kusurlar hareket etmekte olan elektronları saçılmaya uğratarak elektriksel direncin ortaya çıkmasını sağlarlar (Kittel 1976).

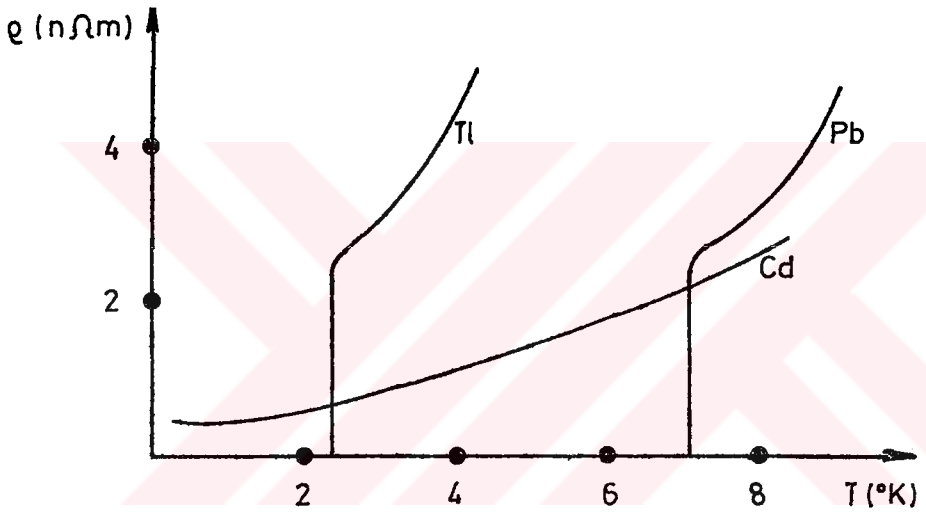
Oluşan iletkenin direnci iletkenin sıcaklığı ile değişir. Sıcaklık arttıkça iletkenin moleküllerinin ısıl hareketlerinin hızları artar. Bir yandan ısıl titreşimlere katılan ve diğer yandan alanın etkisiyle harekete geçen iletim elektronlarının moleküllerle çarpışma olasılığı artar. Çarpışma sayısının artması iletim elektronlarının momentumlarını küçülterek iletkenin direncini arttırır. İletkenin T sıcaklığındaki direnci (Durlu 1992);

$$R = R_0 (1 + \alpha (T - T_0)) \qquad (1.2)$$

olmaktadır. α, iletkenin direncinin sıcaklıkla değişim katsayısıdır. Özdirenç ise şu şekilde ifade edilir.

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha (T - T_0)) \qquad (1.3)$$

Sıvı helyum sıcaklığında (4,2 ^{0}K) yapılan deneyler sonucunda özdirencin sıcaklığa bağlılığı bazı elementler için Şekil 1.3.'de gösterilmiştir.



Şekil 1.3. Talyum (Tl), kurşun (Pb), ve kadmiyum (Cd) için özdirencin sıcaklığa bağlılığı.

Elektronların saçılma olayında kristal örgü noktalarıyla arka arkaya yaptığı iki çarpışma arasında geçen süre τ ile gösterilirse, metalin özdirenci, şu ifade ile verilir.

$$\rho = m / n e^2 \tau \qquad (1.4)$$

Sıcaklık düşürüldüğünde atomların titreşim genlikleri küçülür. Genliklerin küçülmesi örgü titreşimlerini azaltır; elektron saçılması azalır. Bu saçılma olayı sırasında

örgü modlarından birisi kuantize olur. Modun kuantize olması bir fononun soğurulduğu anlamına gelir. Fonon kuantize olmuş örgü titreşimidir.

Oluşan fonon ile etkileşen elektronlar maddenin kristal yapısını etkilemez ancak elektronların saçılmalarını azaltır. Saçılmanın azalması elektronun arka arkaya kristal örgü noktalarıyla çarpışma süresini arttırır; yani τ artar. τ'nun artması ρ'nun azalması anlamına gelir. Sıcaklık yeterince düşük ise çarpışma süresi sonsuz olur. Böylece süperiletkende akım dirençle karşılaşmadan akar. Bu olaya "sıfır direnç" denir.

Sıcaklık, kritik sıcaklığa doğru azaltıldığında elektron fonon etkileşimleri artar, çarpışma sayısı küçük olur. Elektronların bir kesri süperiletkene dönüşür. Madde biraz safsızlık ve kusurlar içerse bile bu elektronlar saçılmaya uğramazlar. Bu elektronlar süperiletkenlikten sorumludur.

Elektronun örgü noktası ile etkileşimi sırasında bir fonon oluşur. Daha sonra bu fonon elektronlar arasında bir etkileşim meydana getirir. Fröhlich'e göre elektron-örgü etkileşimi sırasında meydana gelen bu fonon başka bir elektron tarafından absorplanır (Battlog 1991). Bu absorplanma olayında elektronlar arasında zayıf bir çekim kuvveti meydana gelir.

Elektronlar arasında Coulomb itme kuvveti mevcuttur. Fononun iki elektron arasında çekim kuvveti oluşturması için bu Coulomb itme kuvvetinden büyük kuvvet meydana getirmesi gerekir (Bardeen 1990). Yani elektronlar arasında net etkileşimin çekim olması, fononun meydana getirdiği çekimin elektronlar arsındaki Coulomb itmesini aşmasına bağlıdır. Süperiletkenlik için fermi yüzeyine yakın enerjili sözde parçacıkların net etkileşiminin çekim olması gerekir. Elektron tarafından oluşturulan fononun oluşumu ve absorpsiyonu sırasında momentum korunur. Oluşum esnasında momentumun korunumu (Rose-Innes ve Froderick 1988).

$$k_1=k_2+q \qquad (1.5)$$

şeklinde ifade edilir. $\vec{k}_1$ ve $\vec{k}_1'$ saçılmadan önceki ve sonraki momentumlar , $\vec{q}$ ise fononun momentumudur. Fononun absorpsiyonundaki momentum korunumu ise,

$$\vec{k}_2 + \vec{q} = \vec{k}_2' \qquad (1.6)$$

ile ifade edilir. $\vec{k}_2$ ve $\vec{k}_2'$ absorpsiyon öncesi ve sonrası momentumlardır. Momentum korunumu yukarıdaki ifadeler baz alınarak şu şekilde verilir.

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_1' + \vec{k}_2' \qquad (1.7)$$

Bu olayda momentum korunduğu için enerjide korunmaktadır. Fakat, birinci elektron tarafından oluşturulan fononun ikinci elektron tarafından absorplanmadığı durumlaradada enerji korunmaz. Enerjinin korunmamasının nedeni ise enerji ve zaman arasındaki belirsizliktir. $(\Delta E \cdot \Delta t \cong \hbar)$

Enerji, ilk durum ile ara durum ve ara durum ile son durum arasında korunmaz. Enerjide belirsizlik ne kadar büyük ise ara durum ömrü o kadar kısa olur. Bu sürece "gerçel süreç" denir.

Fononla etkileşen elektronların zıt spinli ve eşit momentumlu olmaları gerekir. Bu esnada ortaya çıkan etkileşmeler elektronlar arasındaki elektrostatik kuvvete baskındırlar. Böylece elektronlar arasında kuvvetli bir çekim oluşarak elektron çifti oluşturulur. Bu çiftlere " Cooper çiftleri" denir. Fermi yüzeyine yakın elektronların hepsi Cooper çiftleri halinde bulunur. Toplam sabit momentumlu elektronların birleşmesi ve çiftlerin yoğunlaşması aynı sıcaklıkta olur. Çiftlerin toplam momentumunun sabit kalması ile serbest elektronların saçılmaları önlenir. Saçılmanın olmaması direncinde olmaması anlamına gelir.

Süperiletkenliğe geçiş tersinirdir. Normal durumdaki iletken soğutularak süperiletken hale geçerken, süperiletken durumdaki bir madde kritik sıcaklığa kadar ısıtıldığında normal duruma döner.

Süperiletkenliğe geçişi maddenin saf ve kusursuz yapılı olması etkiler. Fakat maddeye eklenen safsızlık atomları süperiletkenliğin oluşumunu etkilemez. Aynı koşullar altında hazırlanan saf Ga 10^{-50} ^{0}K'den daha az geçişe sahipken, katkılı bir Ga 0,1 ^{0}K veya daha fazla geçişe sahip olduğu görülmüştür.

Birçok madde ancak yüksek basınçta süperiletken olabilmektedir; örneğin Si 165 kbar basınçta 8,3 ^{0}K sıcaklığında süperiletken olur. Sıfır basınçta süperiletken olan elementlerde vardır.

Dirençleri sıfır olduğundan süperiletken içinde elektrik alan daima sıfırdır. Faraday yasasına göre magnetik alandaki bir değişmenin elektrik alan yarattığını biliyoruz. O halde, elektrik alan sıfır olduğuna göre $\vec{B}$ değişmez; yani süperiletken içinde magnetik alan sabit olmalıdır.

Süperiletkenlik, periyodik sistemdeki pek çok metalik elementin yanısıra, bazı alaşımlarda, arametal bileşiklerinde ve yarıiletkenlerde gözlenebilir. Geçiş sıcaklığı Nb_3Ge alaşımı için bulunan 23,2 ^{0}K'den, bazı yarıiletkenler için bulunan 0,01 ^{0}K'e kadar değişir. Pek çok metalde çok alçak sıcaklıklara kadar inceleme yapılmış olmasına karşın normal iletkenliğin kaybolmadığı ve süperiletkenliğe geçişin sağlanamadığı bulunmuştur.

Maddenin süperiletken özelliği gösterip göstermeyeceği yapısına bakılarak tahmin edilebilir. Kristal yapıya sahip iletken maddenin iyonları veya atomları arasında en etkili kuvvet Coulomb etkileşmesidir. Bunun sonucunda atomlar arasında oluşacak bağlar kristal yapının karakteristiğini belirler. Kristal oluşumunda bir tek atomun çevresindekiler ile yaptığı bağların sayısı maddenin süperiletkenliği hakkında bir ön bilgi verecektir (Omar 1974). Buna göre ,

1) Süperiletken özelliği gösteren bir maddenin bir atomunun bağ sayısı 2 veya 8 arasında olması gerekir. Genelde süperiletken elementler periyodik tablonun iç sütunlarında bulunurlar.
2) Atom başına bağ sayısı 3; 4.7; 6.4 olanlar süperiletkenlik gösterebilirler. Bağ sayısı 2.4 ve 4.6 olanlar süperiletken özellik göstermezler.
3) Küçük atomik kütleli veya küçük atomik hacimli atomlardan oluşan elementlerde de süperiletken oluşum görülebilmektedir.

Tablo 1.1 Süperiletken elementler.

H																	He
Li	Be *											B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg											Al 1.18K	Si *	P	S	Cl	Ar
K	Ca	Sc	Ti 0.39K	V 5.30K	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn 0.875K	Ga 1.09K	Ge *	As	Se *	Br	Kr
Rb	Sr	Y	Zr 0.65K	Nb 9.26K	Mo 0.92K	Tc 7.77K	Ru 0.49K	Rh	Pd 7.19K	Ag	Cd 0.56K	In 3.40K	Sn 3.72K	Sb *	Te *	I	Xe
Cs *	Ba *	Lu 6.09K	Hf 0.09K	Ta 4.48K	W 0.012K	Re 1.7K	Os 0.66K	Ir 0.14K	Pt	Au	Hg 4.15K	Tl 2.39K	Pb 7.19K	Bi *	Po	At	Rn
Fr	Ra																

La	Ce *	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	
Ac	Th 1.37K	Pa	U 0.68K	Np	Pu									

Süperiletkenler,

Al

Yüksek basınç altında veya ince filmlerde süperiletken,

Si *

Metalik fakat süperiletken olarak bulunamadı,

Li

Metalik olmayan elementler,

B

Manyetik mertebeli elementler,

Fe

1.4. SÜPERİLETKENLERİN FİZİKSEL ÖZELLİKLERİ

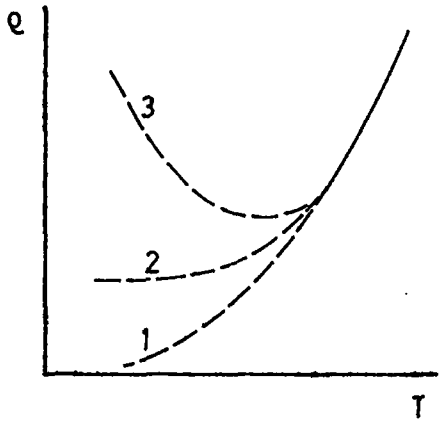
1.4.1. Kritik Sıcaklık (T_c) :

Metallerin sıcaklıkları arttırılırsa, elektriksel dirençleri de artar. Bir metalden elektrik akımı geçirildiğinde iletim elektronlarının kristal örgü ile atomik boyutlarda esnek olmayan çarpışmaları sonucu ısı meydana gelir. Bir metal kristali bir noktadan ısıtılırsa, serbest elektronlar ısı enerjisini sıcak kısımdan soğuk kısma taşımada önemli rol oynarlar. Bu şekilde taşıma sırasında, serbest elektronların taşıdığı enerji, atomların taşıdığından fazla ise, metalin ısı ve elektrik iletimi arasında bir ilişki Wiedaman-Franz yasası olarak,

$$K/\sigma = a\,T \qquad (1.8)$$

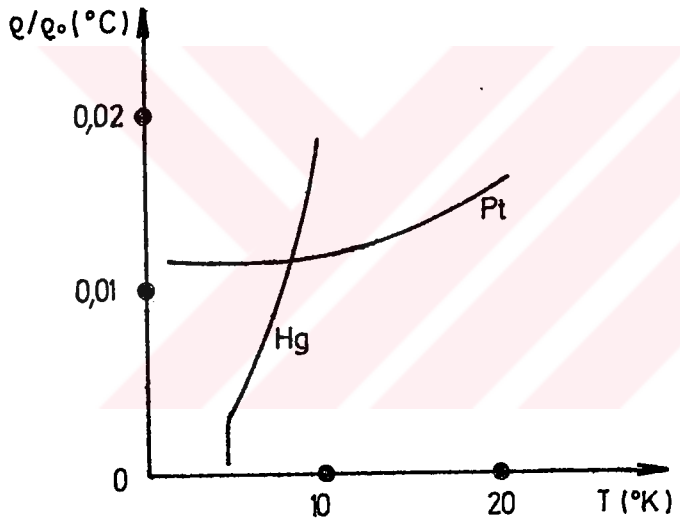
şeklinde verilir. Burada K ısısal iletim, σ elektriksel iletim ve a sabittir.

Metallerde direnç, kristalin atomik salınımları sonucu elektronların saçılması ile oluşuyorsa, belirli bir sıcaklıkta sıfıra düşmesi beklenir. (Şekil 1.4. 1 nolu değişim) Eğer metalde, örgü bozukluğu veya katkı atomları varsa, direnç sabit bir değer gösterir.(Şekil 1.4. 2 nolu değişim) Direncin belirli bir sıcaklık değerinden sonra değişmeyen kısmına "artık direnç" denir. Akım taşıyıcıları sayısında veya hareketliliğinde bir azalma oluyorsa, bu defa eğrinin bir minimumdan geçmesi beklenir.(Sekil 1.4. 3 nolu değişim)



Şekil 1.4 Bir metalde direncin sıcaklığa bağımlılığı.

Sıvı helyum sıcaklığında yapılan deneyler, beklenilen sonuçları vermiştir. Şekil 1.5. da saf platin (Pt) ve civa (Hg) için direnç, mutlak sıfır civarında belirli bir değer alarak değişmektedir. Mümkün olduğunca saf bir kristal ile yapılan deneyler sonucunda, bu değerin aynı kaldığı gözlenmiştir. Şekil 1.5. daki diğer eğri, Kammerling Onnes tarafından (1911) saf civa için düşük sıcaklıklarda bulunan direnç değerlerini göstermektedir. Eğriden görüldüğü gibi, yaklaşık 4,2 ^{0}K'de, daha yüksek sıcaklıklarda görülen sürekli azalma birden bire düşüş şeklinde ortaya çıkmakta ve sıfıra inmektedir. Burada direncin sıfır olduğu sıcaklık değerine "kritik sıcaklık" adı verilir ve T_c ile gösterilir. T_c nin üstünde madde normal durumda, altında ise süperiletken durumda bulunur.

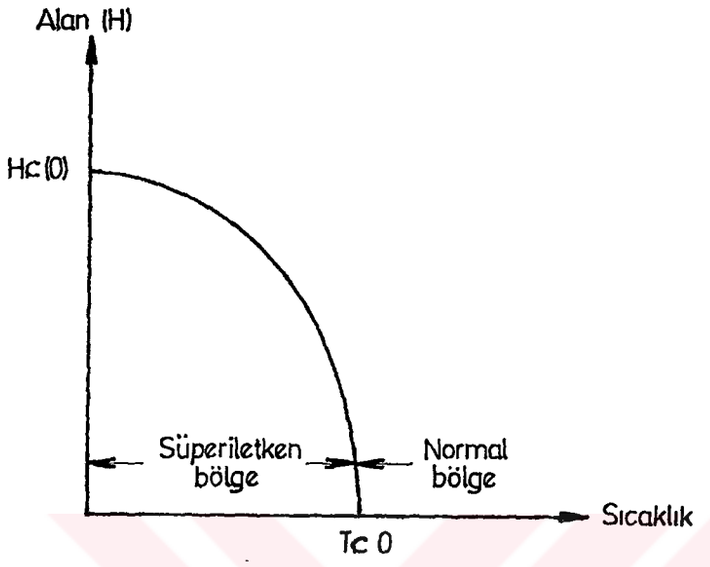


Şekil 1.5 Saf platin (Pt) ve saf civa (Hg) için direncin sıcaklığa bağımlılığı.

1.4.2. Kritik Manyetik Alan (H_c) :

Süperiletkenin bir başka temel özelliği, kritik magnetik alandır. Bir süperiletken kritik sıcaklığı T_c 'nin altında soğutulursa direnci sıfır olur. Yeteri kadar güçlü magnetik alan süperiletkenliği yok edebilir ve normal direnç tekrar ortaya çıkabilir. Kritik alanın

değeri $H_c(t)$ ile gösterilir. Bir süperiletken için kritik alanın sıcaklığının fonksiyonu olarak değişimi Şekil 1.6'da görülmektedir.



Şekil 1.6 Bir süperiletken için kritik alan H_c 'nin sıcaklığa göre değişimi.

Eğer uygulanan alan H_c'den büyük olursa süperiletken durum, normal duruma dönüşecektir. Burada kritik alan hem malzemeye hem de sıcaklığa bağlıdır. $T = T_c$ olursa $H_c = 0$ olur ve sıcaklık düştükçe alanın değeri artar. Kritik alanın sıcaklıkla değişimi aşağıdaki gibi verilir,

$$H_c(t) = H_c(0) \left(1 - \left(T / T_c \right)^2 \right) \qquad (1.9)$$

burada, $H_c(0)$ 0 ^{0}K'deki kritik alandır.

1.4.3. Özgül Isı (C_v) :

Özgül ısı, bir maddenin birim miktarının sıcaklığını 1 ^{0}C arttırmak için verilmesi gereken ısı miktarıdır. Verilen ısı maddenin elektronlarını da etkiler. Çok düşük

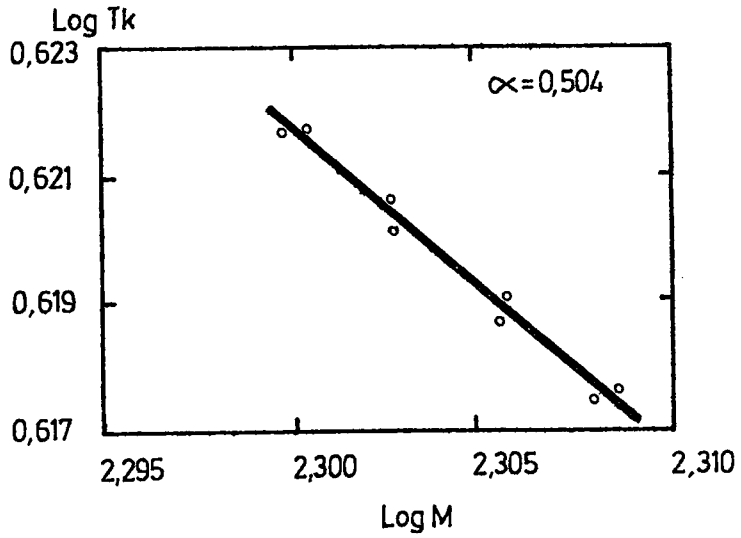
sıcaklıklarda yapılan deneyler sonucunda elektronların özgül ısılarının eksponansiyel olarak azaldığı görülmüştür,

$$Cv = a..e^{-b.(T/T_c)^2} \qquad (1.10)$$

Burada a ve b birer sabittir. Buradan anlaşılacağı gibi kritik sıcaklığın biraz altındaki sıcaklıklarda C_v arttmaktadır. Özgül ısının artışı entropide de artış gösterir (Ashcroff ve Mermin 1976). Bu da bize, elektronlarının özgül ısılarının yeterince arttırılması ile maddenin süperiletkenlik durumunun ortadan kaldırılabileceğini göstermektedir.

1.4.4. İzotop Etkisi :

İzotop etkisi; süperiletken maddenin izotoplarının maddenin kritik sıcaklığından farklı kritik sıcaklıklara sahip olmasıdır. Bu etki Reynolds ve Maxwell tarafından ortaya atılmıştır. Buna göre süperiletkenlik geçiş sıcaklığı T_c ve kritik magnetik alan H_c'nin kristal örgüyü meydana getiren iyonların kütleleriyle ilişkili olduğunu ve bu ilişkinin $T_c \alpha M^{1/2}$ ve $H_c \alpha M^{-1/2}$ şeklinde olduğunu söyler. İzotop olayı, süperiletkenliğin yalnızca bir elektronik olay olmadığını ve bunun yanısıra örgünün de önemli olduğunu ortaya koymaktadır.



Şekil 1.7 Civada izotop kütlesine göre T_c'nin değişimi.

1.4.5. Sıfır Direnç Özelliği :

Bir iletkendeki elektrik akımının şiddeti, uygulanan potansiyel farkına lineer olarak bağlıdır. Bu bağımlılık Ohm yasası olarak bilinir ve çok yüksek akım yoğunluklarında da geçerlidir. Süperiletkenlik durumunda , doğru akım için elektriksel direnç sıfırdır. Bundan dolayı, süperiletken bir halkada dolanan bir akım çok uzun süre kayıpsız akabilir. Çünkü direnç sıfır olduğundan termal bir kayıp yoktur.

1.4.6. Enerji Aralığı (Δ) :

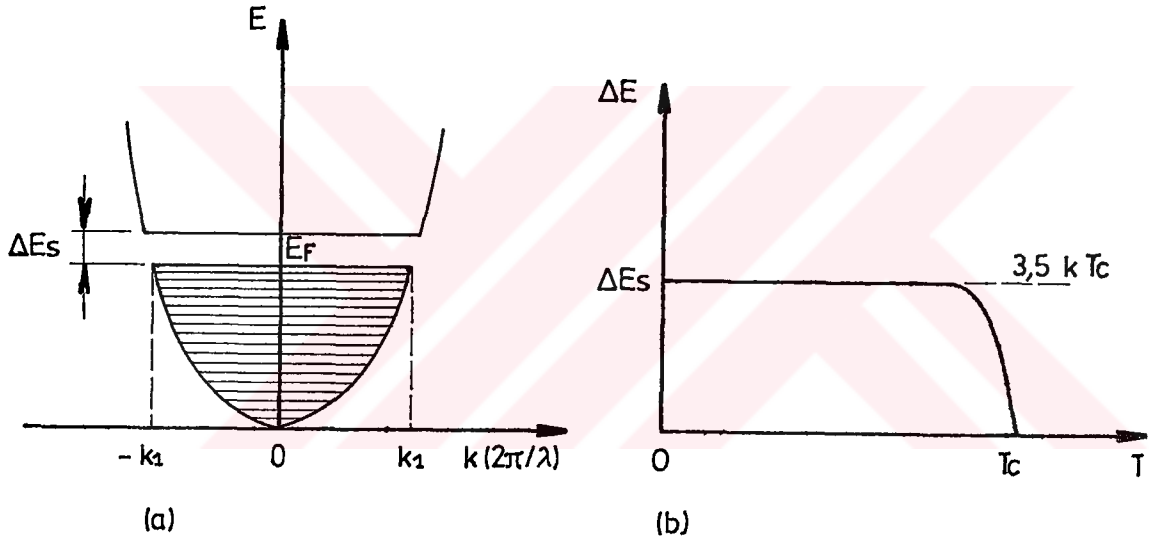
Süperiletken durumu taban durum, normal durumu da uyarılmış durum olarak kabul edersek, taban durum normal durumdan $E_g \approx 10^{-4}$ eV büyüklüğünde bir enerji aralığı ile ayrılmıştır. Enerji aralığının varlığı, bir süperiletkenin ısı sığasındaki azalmayı açıklayan üstel bağıntı ile elde edilir. Buna göre, belirli sıcaklıkta normal ve taban durumlar arasında gözlenen ısı sığalarının oranı, T_c sıcaklığına üstel bir değişimle bağlı olur. Bir süperiletkenin elektronik ısı sığasındaki üstel faktör $-2\, E_g / k_B\, T_c$ dir.

Zıt spin ve eşit momentuma sahip elektronlar etkileşerek Cooper çiftini oluştururlar. Cooper çiftinin oluşması süperiletken özellik gösteren maddenin yapısının düzgün olmayan yapıdan düzgün olan yapıya sahip olmalarını sağlar. Bu süperiletkenliğe geçişte ısı sığasında süreksizliğe neden olur. Özgül ısıdaki artış entropideki artışa neden olur. Özgül ısıdaki eksponansiyellik süperiletkenlikteki enerji aralığının varlığını göstermektedir. Süperiletken durumun karakteristik bir özelliğide enerji aralığıdır. $E_g = 2\Delta$ şeklindedir ve E_g ' nin büyüklüğü yukarıda belirtildiği gibi ortalama olarak 10^{-4} eV mertebesindedir. Süperiletken metaller için $E_g / k_B\, T_c$ değerleri hemen hemen sabit olup yaklaşık 3,5 mertebesindedir. Enerji aralığının yarısı olarak tanımlanan Δ'ya genellikle enerji aralığı parametresi yada düzen parametresi adı verilir.

Enerji aralığının varlığı fotonun absorpsiyonunu gerektirir. Çok alçak sıcaklıklarda süperiletkene gönderilen ışının frekansı yeterince yüksek ise absorplanır.

$$\hbar\upsilon \geq 2\Delta \qquad (1.11)$$

Süperiletken enerji aralığı yalıtkanlardaki enerji aralığından tümü ile farklıdır. Yalıtkanlardaki enerji aralığı örgü ile bağımlıdır.(elektron-örgü etkileşimi) Buna karşılık, süperiletkenlerde enerji aralığı fermi gazına bağımlı olarak ortaya çıkar.(elektron-elektron etkileşimi) Süperiletken bir maddede fermi gazı sınırında $\Delta \approx 3{,}5\ k\ T$ kalınlığında dar bir 'süperiletkenlik enerji aralığı' mevcuttur. Bu aralık elektron çiftleri tarafından doldurulmaktadır. Sıcaklığın artması ile, madde içindeki elektron çiftlerinin sayısı giderek azalmaktadır. Tek başına hareket eden serbest elektronların sayısı ise artmaktadır. $T = T_c$ sınırına gelindiğinde, son elektron çiftinin de bozulması ile madde süperiletken durumdan normal duruma geçecektir. İletkenin sıcaklığını T_c' ye doğru arttırdıkça enerji aralığının büyüklüğü sürekli olarak azalır ve $T = T_c$ durumunda enerji aralığı $\Delta = 0$ olur.



Şekil 1.8 a) Süperiletken durumda Fermi düzeyindeki enerji aralığı.
b) Süperiletken enerji aralığının sıcaklıkla değişimi.

1.4.7. Koherens Uzunluğu (ξ) :

Yapılan deneyler sonucu süperiletkenlerin yapısal olarak daha düzenli olduğu anlaşılmıştır. Bir süperiletken geçiş sıcaklığının altında soğutulduğu zaman, iletim elektronları arasında ek bir düzenleme meydana gelir. Bu elektronlar ikiye ayrılır. Bazı

elektronlar malzemeyi baştan başa hiçbir dirençle karşılaşmadan geçebilir. Bunlara süperelektron adı verilir. Geri kalan elektronlar malzeme içinde kolayca saçılıma uğrarlar ve normal bir metalde direncin ortaya çıkmasını sağlarlar. Bunlara normal elektronlar adı verilir. Süperiletken gazın düzenlilik derecesi numune içinde bulunan süperelektronların yoğunluğuna bağlıdır. Süperelektronlara eşlik eden dalga fonksiyonun saçılıma uğramadığı uzunluğa koherens uzunluğu adı verilir ve ξ ile gösterilir. Koherens uzunluğu maddenin karakteristik bir özelliğidir ve maddenin cinsine göre değişmektedir. Koherens uzunluğu sonuçlarına göre süperiletken bölge ile normal bölge arasındaki sınır çok keskin olmamaktadır. Süperelektronların yoğunluğu normal bölgede sıfır ve koherens uzunluğu bölgesinde maksimum değere ulaşır.

Katkılı maddeler ve alaşımlardaki koherens uzunluğu özgün koherens uzunluğu olarak tanımlanan ξ_0 'dan daha küçüktür.

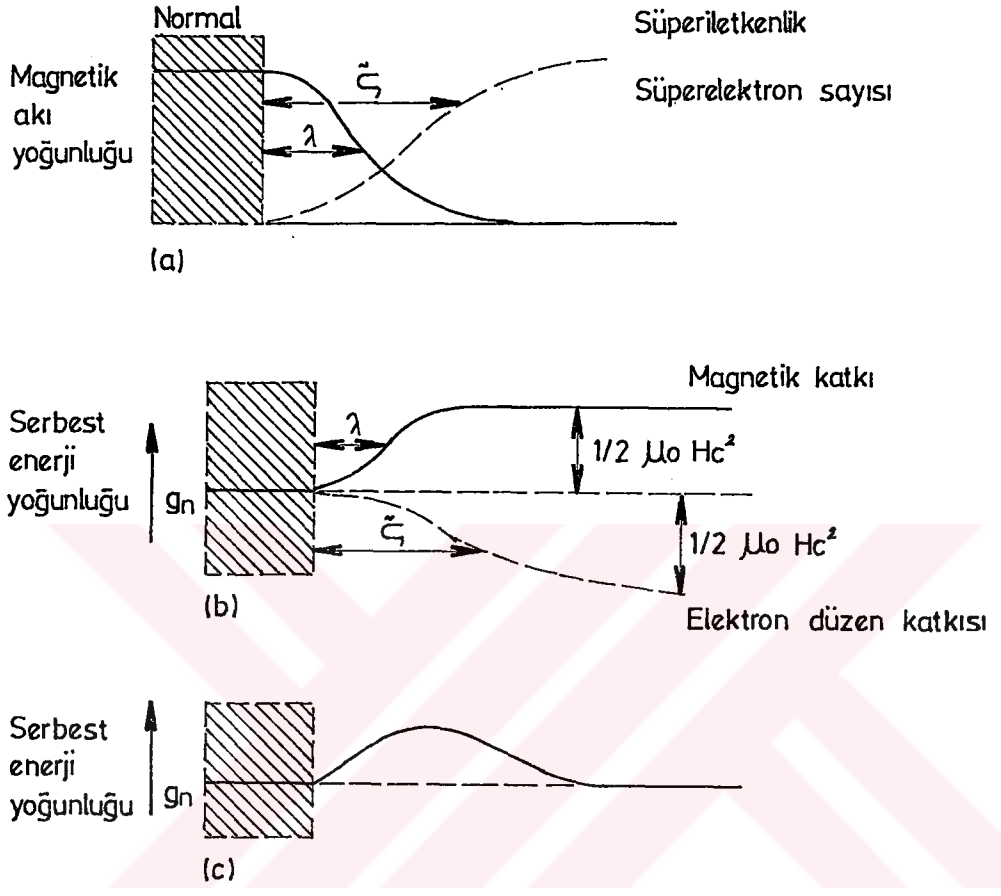
$$\xi_0 = 2\,h\,V_f / \pi E_g \qquad (1.12)$$

Burada, E_g; aralık enerjisi, V_f ; fermi yüzeyindeki elektron hızıdır. Çünkü katkılı maddelerde elektron dalga fonksiyonu zaten bir miktar deforme olmuştur. Koherens uzunluğu normal durumda ölçülen 'l' elektron ortalama serbest yolunun bir fonksiyonudur.

1.4.8. Yüzey Enerjisi :

Koherens uzunluğu kullanılarak yüzey enerjisi açıklanabilir. Normal bölge ile süperiletken bölge arasındaki sınırda, tam normal davranıştan tam süperiletken davranışa geçiş aniden olmaz. Akı yoğunluğu süperiletkene yüzeyden bir miktar girmektedir. Akının girebildiği bölgeye nüfuz derinliği denir ve λ ile gösterilir. Süperiletkenlik bölgesinde birim hacim başına düşen elektron sayısı n_s, koherens uzunluğuna eşit bir aralıkta yavaşça artar.(Şekil 1.9.a) Eğer sınır şartları değişmezse süperiletken ve normal bölgeler dengede olur. Süperiletken bölgenin serbest enerjilerini değiştirebilen iki katkı

vardır. Süperelektronların düzenli oluşundan, dolayı süperiletken halin serbest enerji yoğunluğu $g_n - g_s$ kadar düşer.



Şekil 1.9 Pozitif yüzey enerjisinin orijini.

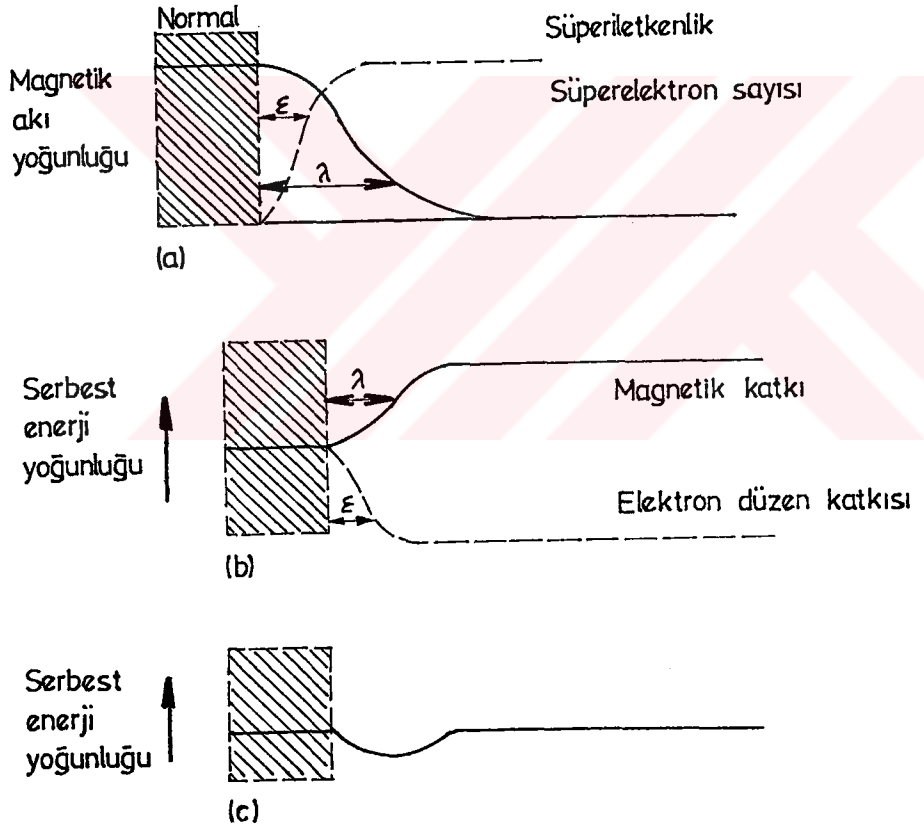
a) Sınırda nüfuz derinliği ve koherens uzunluğu.
b) Serbest enerjiye katkı.
c) Toplam serbest enerji.

Buna ek olarak süperiletken bölgede akı yoğunluğu numune içine girmesini engelleyen bir magnetizasyon durumu vardır. Bundan dolayı serbest enerji yoğunluğuna $1/2\ \mu_0 H_c^2$ kadar pozitif bir katkıda bulunur. Gibbs serbest enerjiler arasındaki fark,

$$1/2\,\mu_0 H_c^2 = g_n - g_s \qquad (1.13)$$

ile verilir. Alanın artışıyla, süperiletkenin enerjisi artar ve alan H_c'ye ulaştığında serbest enerjiler birbirine eşit olur. Çünkü H_c 'nin üstünde süperiletkenlik ortadan kalkar. Sınırda düzenliliğin derecesi koherens uzunluğuna eşit bir aralıkta artar ve bu aralıkta serbest enerji azalır.(Şekil 1.9.b) Bir başka deyişle, serbest enerjiye magnetik katkı nüfuz derinliği aralığında meydana gelir. Genelde ξ ve λ aynı değerde değildirler.

Eğer koherens uzunluğu nüfuz derinliğinden büyük olursa serbest enerji yoğunluğu sınır bölgesinde artar. Yani Şekil 1.9.c' de görüldüğü gibi pozitif yüzey enerjisine sahiptirler. Koherens uzunluğu ξ ve nüfuz derinliği λ' nın malzemeden malzemeye değişmektedir. Bazı alaşımlarda ve bir çok saf metalde koherens aralığı yeteri kadar küçüktür. Eğer koherens uzunluğu nüfuz derinliğinden küçük olursa yüzey enerjisi negatif olur.



Şekil 1.10 Negatif yüzey enerjisi orijini.

a) Sınırda nüfuz derinliği ve koherens uzunluğu.

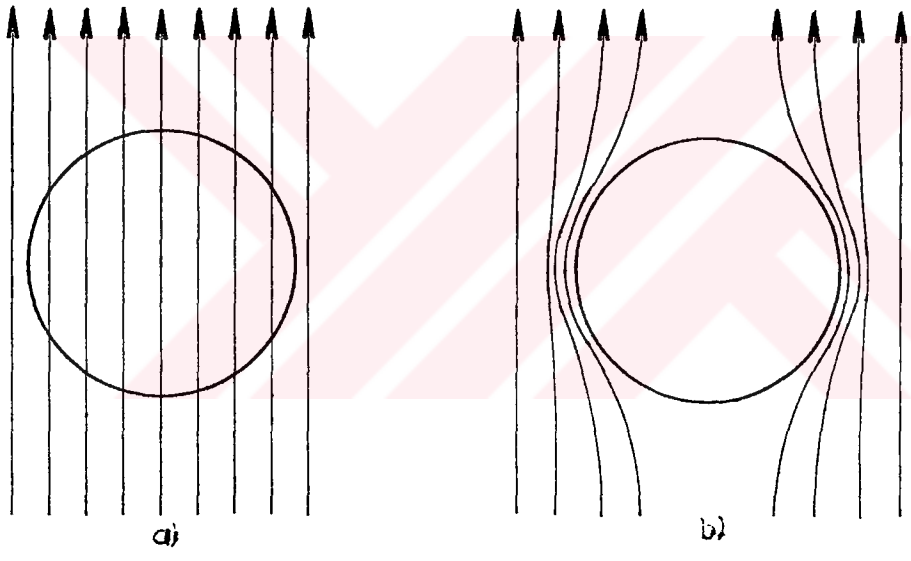
b) Serbest enerjiye katkı.

c) Toplam serbest enerji.

1.5. SÜPERİLETKENLERİN MANYETİK ÖZELLİKLERİ

Süperiletkenlerin magnetik özellikleri de elektrik özellikleri gibi alışılmadıktır. Magnetik özellikleri açıklamak için süperiletkeni, özdirenci sıfır olan normal bir iletken olarak görmek yeterli değildir.

Madde süperiletken hale dönüşürken içerisindeki atomların magnetik momentleri birbirlerini sıfırlar ve sadece yüzeydeki atomların magnetik momentleri korunur. Sonuçta süperiletken maddede yüzey akımı oluşur. Bir süperiletken madde sabit magnetik alan içerisinde soğutularak geçiş sıcaklığına getirilirse, magnetik indüksiyon çizgileri dışarı itilir. Bu nedenle süperiletken içerisinde daima $\vec{B} = 0$ olur ve ideal bir diamagnet gibi davranır. Bu olaya "Meissner Olayı" denir (Battlog 1991).



Şekil 1.11 Meissner olayı.

a) $T_c < T$ Normal durum.

b) $T_c > T$ Süperiletken durum.

Meissner olayında itmenin nasıl meydana geldiğini anlamak için elektromagnetizma nın bazı temel prensipleri bilinmelidir. Bir süperiletkenden geçen akımın meydana getirdiği magnetik alan süperiletkenlik korunduğu sürece sonsuza kadar varolduğu için, bu prensipten yararlanılarak süperiletken mıknatıslar yapıldı. Eğer

mıknatıs sabit bir iletkenin yanında hareket halindeyse o mıknatıs bir iletkende akım meydana getirebilir. Elektrik ve magnetik olayların birleşimi bir itme deneyinde görülebilir. Eğer kritik sıcaklığın altında soğutulmuş bir süperiletkene hafif fakat güçlü bir mıknatıs yaklaştırıldığında, mıknatıs süperiletken disk üzerinde havada kalacaktır. Bu durum süperiletkenlik korundukça devam edecektir.

Elektromagnetizmaya göre mıknatıs süperiletkene yaklaştırıldığı anda numunenin yüzeyinde bir akım meydana gelecektir. Bu akım mıknatıs geri çekilse bile numunenin yüzeyinde dolaşacaktır. Numune yüzeyindeki bu akıma süperakım adı verilir. Magnetik alan tarafından meydana getirilmiş bu akım dışta uygulanan magnetik alana eşit fakat zıt doğrultuda bir magnetik alan meydana getirir ve dış magnetik alanın numune içerisine girmesine izin vermez. Böylece Meissner olayı süperiletken durumun kusursuz diamagnet özelliği gösterdiğini kanıtlar.

Örneğin ince uzun bir numuneyi dış magnetik alan B_a'ya paralel eksen boyunca yerleştirilirse,

$$B = B_a + 4\pi M = 0 \qquad \text{veya} \qquad M / B_a = -1 / 4\pi \tag{1.14}$$

elde edilir. Bir süperiletken içerisinde özdirenç sıfır olacağından ($\rho = o$) ve Ohm yasasına göre $\vec{E} = \rho \vec{J}$ olduğundan, $\vec{E} = 0$ olmalıdır. Maxwell denklemlerinden üçüncüsüne göre $\partial\vec{B}/\partial t$ türevi $\vec{E}$'nin rotasyoneline orantılı olduğundan, özdirenç sıfır ise $\partial\vec{B}/\partial t = 0$ olmalıdır. Bu sonuç bize magnetik alanın zamanla değişmediğini gösterir (Kittel 1976)

1.6. SÜPERİLETKENLERDE AKIMIN TAŞINMASI

Metallerde akım iletim elektronları ile taşınır. Süperiletkenlerde ise Cooper çiftleri vasıtasıyla taşınmaktadır. Cooper çiftlerinde toplam momentum sabittir. Fakat akım taşınırken, momentum uzayında çiftlerin kütle merkezi önemlidir. Bu sebeple çiftin

$(\vec{k}_i \uparrow, -\vec{k}_i \downarrow)$ momentumlu durumu yerine kütle merkezinin hareketini esas alan $[(\vec{k}_i + \vec{K}/2)\uparrow; (-\vec{k}_i + \vec{K}/2)\downarrow]$ durumu alınır.

Bu durum momentum uzayında kütle merkezinin $\vec{K}/2$ kadar kaydırılmış olduğunu gösterir. Metallerde akım taşınırken iletim elektronları dirençle karşılaşır. Direnç iletim elektronlarının momentumundaki değişimle saçılması sonucu oluşur. Süperiletkende ise direncin sıfırdır. Çiftteki iki elektron birbirlerini sabit bir şekilde saçılmaya uğratırlar. Elektronların momentumları değişse de çiftin toplam momentumu sabit kalır (Bardeen 1990).

Süperiletkendeki Cooper çiftini oluşturan elektronlar birbirlerini sürekli olarak saçılmaya uğratırlar. Fakat bu saçılma olayında çiftin toplam momentumu değişmez. Bu nedenle akan akımda bir değişiklik olmaz. Akımın değişmesi için çiftin toplam momentumunun değişmesi gerekir. Çiftin toplam momentumunu değişmesi için çifte 2Δ kadar enerji verilmesi gerekir. Düşük akım yoğunluklarında çifte 2Δ kadarlık enerji verilemez. Böylece çiftin toplam momentumunun değişmesiyle oluşan saçılmalar engellenerek direncin oluşması engellenir.

$\vec{K}$ toplam momentumlu Cooper çiftlerinin akım yoğunluğu,

$$\vec{J} = e\, n_s\, \vec{K}/2m \qquad (1.15)$$

şeklinde verilir. n_s , süperiletken elektronların toplam sayısı, e elektron yüküdür. Momentum uzayında Cooper çifti $\vec{K}/2$ kadar yer değiştirme yapar. Akımın yoğunluğu arttıkça bu yer değiştirme sonucu çift iki sözde parçacığa ayrılır. Cooper çifti ayrılıncaya kadar elektronların hepsi çiftler halindedir.

Momentum değişikliği akım yoğunluğu ile orantılıdır. Süperiletkendeki Cooper çiftlerinde bir momentum değişikliği olmadığından saçılmayı meydana getiren bir akım yoğunluğu değeri vardır. Bu değere kritik akım yoğunluğu denir. J_c ile gösterirsek, şu şekilde ifade edebiliriz.

$$\overrightarrow{J_c} = e\, n_s\, \Delta / \overrightarrow{k_f} \qquad (1.16)$$

Kritik akım yoğunluğu üzerinde direnç meydana gelir. Mutlak sıcaklıktan farklı sıcaklıklarda, kritik akım altındaki akımlarda çiftler sözde parçacıklara ayrılırlar. Sözde parçacıklar normal elektronlar gibi davranırlar, uyarılabilirler, saçılabilirler, akım taşırlar ise direnç oluşturabilirler. Mutlak sıcaklıkta diğer çiftler elektronların özelliklerini gösterirler, 2Δ enerji miktarı mevcut olmadıkça saçılamazlar. Bu şekilde çift oluşturan bu elektronlara "süperelektron" denir. Süperiletkenlikten sorumlu olan elektronlardır ve kritik sıcaklığın altındaki sıcaklıklarda meydana gelir.

1.7. I. VE II. TİP SÜPERİLETKENLER

Bir magnetik alan içindeki davranışlarına göre süperiletkenleri I. ve II. Tip olmak üzere iki gruba ayırabiliriz. Bu iki tip süperiletkenlerde temel süperiletkenlik mekanizması, yani elektron - fonon - elektron etkileşmesi aynıdır. Sıfır magnetik alandaki süperiletken -normal durum geçiş özellikleri de benzerdir. İyi bir I. Tip Süperiletken H_c kritik magnetik alan değerine kadar tümüyle diamagnetik olup magnetik alanı dışlarlar. H_c'den büyük bir alan değerinde ise süperiletken durum aniden ve tamamı ile ortadan kalkar. İyi bir II. Tip süperiletken ise, H_{c1} alan değerine kadar benzer şekilde davranır (Bardeen 1990). Ancak H_{c1}'den büyük bir alan uygulandığında süperiletkenlik ortadan kalkmaz. H_{c1}' den büyük alanlarda magnetik alan sadece kısmen dışlanır, fakat numune elektriksel olarak süperiletken olma özelliğini sürdürür. Sadece oldukça yüksek bir H_{c2} alan değerinden ($\cong$ 100 kGauss) sonra dış akı tamamı ile numune içine girmeye başlar ve süperiletkenlik ortadan kalkar. I.Tip süperiletkenlerin kritik H_c değerleri çok düşük olduğundan süperiletken mıknatıs yapımında kullanışlı değillerdir. II. Tip süperiletkende genelikle normal durumlarında yüksek elektrik özdirencine sahip, yani elektronik ortalama serbest yolları küçük olan alaşım veya geçiş metalleridir

I. ve II. Tip süperiletkenler arasındaki önemli bir farklılıkta, normal durumda iletim elektronlarının ortalama serbest yollarının farklı olmasıdır. I. Tip süperiletkenler

için koherens uzunluğu, sızma derinliğinden büyüktür. Ortalama serbest yol küçükse, koherens uzunluğu da küçük olur, ancak sızma derinliği büyür. O zaman süperiletken II. Tip olur. Koherens uzunluğu iki süperelektronun birbirini görme uzaklığı olarak tanımlanırsa, λ_c'nin süperelektrona ait dalga fonksiyonunun uzantısını temsil ettiği kabul edilebilir. II. Tip süperiletkenlerde koherens uzunluğu, λ sızma derinliğinden küçük olması nedeniyle girdaplar oluşur; $\lambda_c < \lambda$ koşulu sağlandığında normal ve süperiletken bölgeler arasındaki ara yüzey enerjisi negatif olur; başka bir deyişle H_{c1}'den büyük alan değerlerinde numune girdaplar oluşturarak enerjisini azaltır. Bu yüzden girdap durumu, kararlı bir durumdur. II. Tip süperiletkenin H_{c1}'den H_{c2}'ye kadar olan bölge boyunca davranışı normal ve süperiletken bölgelerden oluşan karışık bir durum olup buna girdap durumu denir. Deneysel gözlemlere göre bu durumda numune, süperiletken bir hacim içinde yer alan ince çubuklar veya küçük dairesel bölgelerden oluşur. Öyle ki bunlar normal iletken durumundadır. Normal iletken durumundaki bu küçük bölgelere fluxoid adı verilir. Bunların varlıkları elektron mikroskop ile görülebilir. Girdap durumda dış magnetik alan girdap içine düzgün bir şekilde girer. Ayrıca onu çevreleyen süperiletken madde içine de λ sızma derinliğine kadar az da olsa girebilir. H_{c2} değerinin yüksek olması, yüksek magnetik alan sağlayan süperiletken magnetlerin yapılmasına olanak sağlayan süperiletken magnetler in yapılmasına olanak verdiğinden, II. Tip süperiletkenler teknolojik uygulamalarda önemlidir.

Normal durumdan süperiletken duruma geçiş bir faz dönüşümü olarak düşünülebilir Bu geçişte bir ara yüzey ortaya çıkar. Geçiş sırasında bu yüzeyde bir enerji oluşur. Yüzey enerjisinin pozitif veya negatif olması süperiletkenliğin tipini belirler. Pozitif ise I. Tip süperiletken, negatif ise II. Tip süperiletkendir.

BÖLÜM II

2.1. GORTER-CASİMİR İKİ-AKIŞKAN MODELİ

Termodinamiği süperiletken faza uygulamak için ilk girişimler Rutgers ve Ehrenferst tarafından 1933'te yapılmıştır.

Meissner etkisinin keşfi sonunda, Gorter ve Casimir'in (1934), iki tamamlayıcı varsayımla birlikte faz geçişinin standart teorisini kullanarak normalden süperiletken duruma geçişe termodinamik bir yaklaşım geliştirmesine olanak sağlamıştır:

a) Süperiletkenlik sergileyen sistem toplam enerjisi sıralı bir parametre ile tanımlanan sıralı veya yoğun bir duruma sahiptir. Bu sıra parametresi genellikle $T = T_c$ 'de sıfırdan $T = 0$ ^{0}K'de bire kadar değişir ve buradan kendini süperiletken durum içinde bulan toplam sistemin o kesrini belirtmek için alınabilir.

b) Sistemin entropisi, normal durum içindeki parçacıklar gibi davranan yoğunlaşmamış ayrı ayrı uyarılmış parçacıkların düzensizliğine bağlıdır.

İki-akışkan modeli, süperiletken durumda iletim elektronlarının bir n_s kesrinin sıralı bir fazda yoğunlaşmış 'süperiletken' elektronlar oldukları, diğer kesrin $n_n = n - n_s$ 'normal' olarak kaldığı kavramsal varsayımını yapar. Burada n; iletim elektronlarının sayısı, n_n; normal durumdaki iletim elektronlarının sayısı, n_s ise süperiletken durumdaki iletim elektronlarının sayısıdır. Buna göre süperiletkenin toplam serbest enerjisi şu şekilde verilir,

$$F_s = \frac{n'}{n} F_n + \frac{n_s}{n} F_s \qquad (2.1)$$

burada $n = n_n + n_s$, $n' = (n_n \, . \, n)^{1/2}$, F_n; normal elektronların serbest enerjisi ve F_s; süperiletken elektronların serbest enerjisidir.

Yeni değişkenler kullanılarak,

$$\chi = \frac{n_n}{n} \qquad 1 - \chi = \frac{n_s}{n} \qquad (2.2)$$

denklem (1.1) şu hale gelir:

$$F_S = \chi^{1/2} F_n + (1-\chi) F_s \qquad (2.3)$$

Sabit bir sıcaklıktaki denge durumu,

$$\left(\frac{\partial F_S}{\partial \chi}\right)_T = 0 \qquad (2.4)$$

şartından elde edilebilir ki şunu verir,

$$\chi = \frac{1}{4}\left(\frac{F_n}{F_s}\right)^2 \qquad (2.5)$$

ve serbest enerji (1.3) şu şekilde yazılabilir:

$$F_S = F_s + \frac{1}{4}\frac{F_n^2}{F_s} \qquad (2.6)$$

Bir H dış manyetik alanında, F_n ve F_s arasındaki ilişki

$$F_n - F_s = \frac{H_c^2}{2\mu_0} \qquad (2.7)$$

şeklindedir. Eğer $\chi = 1$, $F_s = F_n$ eşitlikleri kabul edilirse, bütün elektronlar normal durumdadır. Düşük sıcaklıklarda,

$$F_n = \frac{1}{2}\gamma T^2 \qquad (2.8)$$

burada γ Sommerfeld sabitidir.

$T = 0$ ^{0}K'de elektronlar ($H_c = H_{co}$)süperiletken durumundadır ve (2.8)'den $F_n(T=0) = 0$ elde edilir. Süperiletken elektronların serbest enerjisi,

$$F_s(T=0) = -\frac{H_{c0}^2}{2\mu_0} \qquad (2.9)$$

şeklindedir. (2.6) ve (2.9) kullanılarak (2.5) ile tanımlanan χ kesri şu şekli alır.

$$\chi = \frac{\mu_0^2 \gamma^2}{4H_{c0}^2} T^4 \qquad (2.10)$$

ve $T = T_c$ durumu için, χ ve γ değişkenleri şöyle ifade edilebilir.

$$\chi = \left(\frac{T}{T_c}\right)^4 \qquad \gamma = \frac{2H_{c0}^2}{\mu_0 T_o^2} \qquad (2.11)$$

Normal ve süperiletken durumlardaki metal için serbest enerjiler ise,

$$F_n = -\frac{H_{c0}^2}{\mu_0}\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \qquad F_s = -\frac{H_{c0}^2}{2\mu_0}\left(1+\frac{T^4}{T_c^4}\right) \tag{2.12}$$

halinü alır ve (2.7) ifadesinden, kritik manyetik alan H_c şu şekilde hesaplanabilir.

$$H_c(T) = H_{c0}\left(1-\frac{T^2}{T_c^2}\right) \tag{2.13}$$

Bu sonuçlarla, süperiletken ve normal durumlardaki elektronik özısılar arasındaki fark hesaplanabilir ve şu elde edilir.

$$\Delta C_c = C_{es} - C_{en} = \gamma T_c\left[3\left(\frac{T}{T_c}\right)^3 - \left(\frac{T}{T_c}\right)\right] \tag{2.14}$$

burada, ΔC_c; özısı değişimi, C_{es}; süperiletken durumdaki özısı ve C_{en}; normal durumdaki özısıdır. Eğer ΔC_c sonlu ise, C_{es} ' in sıcaklığa bağımlılığı şu şekilde yaklaşık bir değer alabilir:

$$C_{es} \cong \gamma T^3 \tag{2.15}$$

Bu model sınırlı bir uygulanabilirliğe sahiptir, çünkü eksponansiyel olarak elde edilememiştir. Meissner etkisi gibi manyetik alandaki davranış bu modelin çerçevesi içinde açıklanamaz. Son olarak bu model ile elektronların $\chi^{1/2}$ kesrinin normal fazındaki katkısı açıklanamaz.

1.2. LONDON TEORİSİ

Meissner etkisi bir süperiletkenin içinde akı yoğunluğunun sadece sabit olmadığını, aynı zamanda bu sabitin değerinin her zaman sıfır olduğunu gösterir; böylece sadece $\dot{B}$ değil, B'nin kendiside yüzeyin altında süratle yok olmalıdır. F. ve H. London süperiletken bir metalin manyetik davranışının, sadece $\dot{B}$ ne değil, B'nin kendisine de uygulanırsa doğru olarak anlatılabileceğini öne sürmüştür. Eğer,

$$\nabla^2 B = \frac{1}{\alpha} B \tag{2.16}$$

şeklindeyse, manyetik akı yoğunluğu B metalin içinde aşağıdaki ifadede olduğu gibi, $\dot{B}$ nın davranışına benzer bir şekilde yok olacaktır.

$$B_{(x)} = B_a \exp\left(-\frac{x}{\sqrt{\alpha}}\right) \qquad (2.17)$$

Burada α; $m/\mu_0 n_s e^2$ terimi için kullanılan bir sabittir. Manyetik alan ve akım yoğunluğu için ifade edilen şu iki denklem

$$B = -\frac{m}{n_s e^2} curl J_s \qquad (2.18)$$

$$\dot{J}_s = \frac{n_s e^2}{m} E \qquad (2.19)$$

ile birlikte süperakımın termodinamiğini anlatırlar ve London denklemleri olarak bilinirler. Denklem (2.19) bir süperiletkenin dirençsiz özelliğini ifade eder. Burada akım değişmedikçe metalde hiçbir elektrik alan yoktur ve (2.18) ifadesi ise diamanyetizmayı tanımlar.

Bu denklemler süperiletkenliğin temel özelliklerinden çıkarılmamışlardır ve süperiletkenliğin ortaya çıkışını açıklayamazlar. London eşitlikleri olağan elektromanyetizma eşitlikleri üzerindeki kısıtlamalardır ve bu yasalardan çıkan davranışın deneysel olarak gözlemlenenle uyumlu olduğunu ortaya koyarlar.

London denklemleri sıfir direnç için türetilen $\nabla^2 \dot{B} = \frac{1}{\alpha}\dot{B}$ ifadesini (2.16) ile değiştirmeye götürür. Bu son ifade, bir süperiletkenin içindeki manyetik akının, yüzeye paralel uygulanan akı yoğunluğu B_a 'nın üniform manyetik alanı içinde olduğundaki (Şekil 2.1) dağılımını belirlemek için kullanılırsa, (2.16) ifadesinin bir boyutlu şekli kullanılabilir;

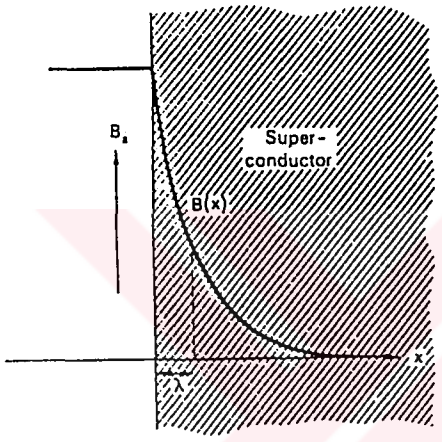
$$\frac{\partial^2 B_{(x)}}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} B_{(x)} \qquad (2.20)$$

burada $B_{(x)}$ metal içinde X mesafesindeki akı yoğunluğudur. Bu ifadenin çözümü

$$B_{(x)} = B_a \exp\left(-\frac{x}{\sqrt{\alpha}}\right) \qquad (2.21)$$

şeklindedir. Burada B_a yüzeyde uygulanan alanın akı yoğunluğudur. Denklem (2.21) akı yoğunluğunun bir süperiletkenin içinde üstel olarak düştüğünü gösterir ve $X = \sqrt{\alpha}$ mesafesinde yüzeydeki değerinin *1/e* sine düşer. Bu mesafe "London nüfuz derinliği" (λ_L) olarak adlandırılır. Başta verilen $\alpha = m/\mu_0 n_s e^2$ dikkate alınırsa, London nüfuz derinliği şu şekilde verilir.

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s e^2}} \qquad (2.22)$$



Şekil 2.1 Süperiletken durumda akı yoğunluğunun değişimi

Eğer m ve e için, elektronun kütlesinin ve yükünün olağan değerlerini yerleştirerek, n_s değeride yaklaşık $4x10^{28}$ m^{-3} alınırsa (yani metallerdeki olağan konsantrasyon; atom başına yaklaşık bir iletim elektronu), London nüfuz derinliği yaklaşık 10^{-6} cm olarak bulunur. O halde (2.21) şu biçimde yazılabilir.

$$B_{(x)} = B_a \exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right) \qquad (2.23)$$

London denklemleri bundan dolayı bir süperiletkenin yüzeyinde çok hızlı bir üstel akı yoğunluğu düşüşünü öngörür.

Süperiletkenin iki-akışkan modeline göre süperelektronların konsantrasyonu n_s nin sıcaklık arttıkça azalacağını, geçiş sıcaklığında sıfıra düşeceğini ifade eder. London

denklemi $n_s^{1/2}$ (2.22) ile ters orantılı olan bir nüfuz derinliği verir ve nüfuz derinliğinin artan sıcaklıkla artması gerektiğini, sıcaklık geçiş sıcaklığına yaklaştıkça sonsuza yükseleceğini öngörür.

Bu bilgiler altında London denklemleri şu şekilde yazılabilir.

$$curlJ_s = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} B \qquad \dot{J}_s = \frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} E \qquad (2.24)$$

London denklemleri, Maxwell denklemlerinin yerini alamaz, çünkü Maxwell denklemleri bütün akımlara ve onların ürettiği alanlara uygulanır. London denklemleri süperiletkenler tarafından uyulan ilave şartlardır.

En genel durumda toplam akım "J" bir normal akımın ve bir süperakımın toplamıdır.

$$J = J_n + J_s \qquad (2.25)$$

normal akım sadece Maxwell denklemlerine ve Ohm yasasına uyar,

$$J_n = \sigma E \qquad (2.26)$$

burada σ normal elektronlarla birleşmiş iletkenliktir. Bu ifadelerden sonra süperiletken metale uygulanan özel denklemler bir araya getirilebilir.

$$J = J_n + J_s$$

$$J_n = \sigma E$$

$$curlJ = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} B$$

$$\dot{J}_s = \left(\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2}\right) E$$

Bu denklemler ile temelde çeşitli şartlar altında süperiletken cisimlerde alanların ve akımların dağılımını incelenebilir. Statik durumda, alanlar ve akımlar zamanla değişmediğinden, tek akım süperakımdır; yani $J_n = 0$ dır ve sadece (2.24) kullanılır. Buna göre,

$$\nabla^2 B = \frac{1}{\lambda_L^2} B \qquad (2.27)$$

dir. Bir süperiletkenin içindeki manyetik akı yoğunluğunun dağılımını ifade etmek için tanımlanan (2.16) biçiminin süperiletkenlerin bilinen özelliklerine dayanan sadece bir tahmin olduğu belirtilmelidir ve bundan çıkarılan London denklemlerinin tam olarak doğru olmaları beklenilmemelidir. Gerçektende, bu denklemler sadece yaklaşıklıklardır, bununla beraber bir çok amaç için bu denklemler yeterince doğrudur. Örneğin, London denklemleri küçük bir nüfuz derinliği öngörür; küçük bir nüfuz derinliği gerçekten deneysel olarak gözlemlenir, fakat ölçülen değer London öngörüsünden iki veya daha fazla kat daha büyüktür.

London teorisi'ne dayanarak süperiletkenlik konusunda çok önemli şu üç sonuca varılmıştır.

i) Akı süperiletkenden tamamen dışarı çıkmaz, sadece hissedilebilir miktarda yüzeye yakın bir bölgede bulunur. Bu yüzeyden olan uzaklığa "London nüfuz derinliği" denir ve λ_L ile gösterilir.

ii) Nüfuz derinliği sıcaklığa bağımlıdır, $\lambda_{(0)}$ mutlak sıfırdaki nüfuz derinliği ise;

$$\lambda_{(o)} = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s e^2}} \qquad (2.28)$$

$$\lambda_{(T)} = \lambda_{(0)} \sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4} \qquad (2.29)$$

olur. Denklem (2.29)'de görüldüğü gibi, sıcaklık mutlak sıfırdan itibaren arttırılırsa nüfuz derinliği artar. Sıcaklık kritik sıcaklığa eşit olduğunda nüfuz derinliği sonsuz olur. Çünkü, madde normale dönerek manyetik akıyı içine kabul eder.

iii) Üçüncü sonuç ise yüzey akımıdır. Yüzey akımı, süperiletkenin yüzeyine yakın yerlerde elektrik akımı akısının var olmasıdır. Bu sonuç önemlidir; çünkü yüzey akımı süperiletken içerisindeki manyetik akıyı yok eder.

2.3. GINZBURG-LANDAU TEORİSİ

Bu teori London teorisine bir alternatiftir. Belirli bir yere kadar fenamanolojik bir teoridir. Doğruluğu, sıfır alanda faz geçişini doğru olarak tanımlamaları olan bu zamana kadarki var sayımları kesinliğe kavuşturmuştur. Fakat tamamen klasik olan London teorisinin aksine, magnetik alanın etkisini belirlemek için kuantum mekaniği kullanılır.

Ginzburg-Landau teorisi'nin ilk yaklaşımına göre süperiletken elektronların davranışının bir "etkin dalga fonksiyonu" ψ ile tanımlanmıştır. Ginzburg-Landau daha sonra herhangi bir sebeple dalga fonksiyonu ψ uzayda sabit değilse, fakat bir gradyente sahipse bunun orijini, m kütleli bir parçacık için Schrödinger denkleminde ortaya çıkan kinetik enerji terimi $(\hbar^2/2m)\nabla^2\psi$ 'nın ki ile aynı olan kinetik enerjiye artış verdiğini belirttir. Bunun dikkate alınması için ψ'nin karesi ile orantılı olan ilave bir terim süper iletken fazın serbest enerjisi için kullanılan ifadeye eklenir. Bir magnetik alanın etkisi, B magnetik alanı içindeki yüklü bir parçacığın hareketi üzerindeki ($q\ v \times B$) Lorentz kuvvetinin etkisinin, kinetik enerji için kullanılan ifadede her nerede meydana gelirse gelsin tamamen momentum P'nin daha karmaşık $P - q\,A$ ifadesi ile yer değiştirmesinden kaynaklanabileceğini belirten klasik mekanikteki bir teoreme başvurarak tanımlanır. Burada A , $B=curl\ A$ ile ifade edilen magnetik bir vektör potansiyelidir. Kuantum mekaniğine geçiş yapmak için P, $-i\hbar\ grad$ operatörü ile yer değiştirir. Süperiletken durumun serbest enerjisine toplam magnetik katkı böylece şu şekilde verilir.

$$\frac{\hbar^2}{2m}\int \Psi^*\left[igrad+\frac{eA}{\hbar}\right]^2 \Psi dV \qquad (2.30)$$

bu integral, numunenin bütün V hacmi üzerinden alınmıştır.

Ginzburg – Landau yaklaşımının temel problemi numunenin toplam serbest enerjisini uygun sınır şartlarına bağlı olarak minimum yapan $\psi(x,y,z)$ ve $A(x,y,z)$ fonksiyonlarını bulmaktır. Zayıf manyetik alanlar için problem kolaylıkla çözülebilir durumdadır ve London denklemleri gibi aynı biçime indirgenir. Kuvvetli bir manyetik alanda denklemler sadece sayısal araçlarla çözülebilir durumdadır. Uygulanan manyetik

alanın yüzeye paralel olduğu sonsuz kalın tabaka durumunda çözüm $|\psi|^2$ nin, tabakanın iç tarafında sabittir fakat uygulanan manyetik alanla artan bir miktarla yüzeye doğru azalır. Nüfuz derinliği, London teorisinde olduğu gibi yüzeydeki süperiletken elektronların sayısına ve dolayısı ile $|\psi|^2$ ye bağlı olduğundan, alana – bağımlı nüfuz derinliği elde edilir. İnce film durumunda, sınır şartları sebebi ile ψ'nın X ile değişimi filmin kalınlığına bağlıdır ve λ tekrar $|\psi|^2$ ye bağlı olduğundan nüfuz derinliği filmin kalınlığının bir fonksiyonudur. Buradan London teorisindeki iki kayıp eleman Ginzburg-Landau tarafından kendiliğinden sağlanmalıdır. Kritik manyetik alan süperiletken durumdaki filmin serbest enerjisinin normal durumdaki ile eşitlendiği olağan yöntemle hesaplanabilir. H_c için genel ifade karmaşıktır, fakat iki özel durumda sadeleşir.

i) $a >> \lambda$ bu durumda

$$H_c^1 = H_c\left(1+\frac{\alpha\lambda}{2a}\right) \qquad (2.31)$$

burada $2a$ filmin kalınlığıdır, λ zayıf bir manyetik alanda nüfuz derinliğidir ve α bire çok yakın bir katsayıdır. Bu London sonucu ile aynıdır.

ii) $a < \lambda$ bu durumda ψ film boyunca yaklaşık olarak sabittir ve,

$$H_c^1 = \left[\frac{V(6)\lambda}{\alpha}\right]H_c \qquad (2.32)$$

şeklindedir.

Ginzburg-Landau teorisinin şaşırtıcı bir sonucu bu durumda ψ'nin H_1 in H_c^1 ne yaklaştıkça dereceli olarak sıfıra düşmesidir. Böylece geçiş ikinci mertebe geçiştir. (Hacimsel süperiletkenlerde geçiş bir manyetik alanın yokluğunda ikinci mertebe ve böyle bir manyetik alanın varlığında birinci mertebedir.) $a \le \frac{\sqrt{(5)\lambda}}{\alpha}$ ya göre birinci veya ikinci mertebedir. Teorinin bu öngörüsü Douglass tarafından tünelleme tekniği kullanılarak yeterince doğrulanmıştır.

Ginzburg-Landau teorisi çok kalın ve çok ince filmlerin sınırlayıcı durumlarında London teorisinden çok farklı olmayan kritik manyetik alanların büyüklüklerini öngörür. Çözümlerin sayısal olarak elde edilmesi gereken orta durumda, eğer büyük numuneler üzerindeki ölçümlerden elde edilen λ değerleri kullanılırsa, Ginzburg-Landau teorisi

deneyle London teorisinden önemli derecede daha iyi uyumlu değildir. Ginzburg-Landau teorisinin büyük başarısı, azalan kalınlıkla geçişlerin birinciden, ikinci mertebeye değişimini doğru olarak öngörmesidir ki London teorisi bunu yapamaz.

Nicel öngörülerinin geliştirmek için Ginzburg-Landau teorisine çeşitli iyileştirmeler dahil edilmektedir. İnce filmlerin kritik alanların teorik anlatımına bağlı durum tatmin edici değildir.

Elektronların ψ dalga fonksiyonu şu şekilde tanımlanır.

$$\Psi_{(r)} = \left(\frac{n_s}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \exp i\theta_{(r)} \qquad (2.33)$$

ve

$$\left|\Psi_{(r)}\right|^2 = 1 \qquad (2.34)$$

bir sıra parametresi olarak ortaya çıkar.

Manyetik alanın yokluğunda, serbest enerji yoğunluğunu şu şekilde yazılabilir.

$$F_s = F_n + \alpha(T)|\Psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\Psi|^4 \qquad (2.35)$$

burada F_n normal durum için serbest enerjinin yoğunluğudur, $\alpha(T)$ ve $\beta(T)$ sıcaklığa bağımlı katsayılardır. Serbest enerji yoğunluğunun dalga fonksiyonu ile değişimi; $\frac{\partial F_s}{\partial|\Psi|} = 0$ şartından şu sonuçlara ulaşılır,

$$|\Psi|^2 = -\frac{\alpha(T)}{\beta(T)} \qquad (2.36)$$

ve

$$F_n - F_s = \frac{\alpha^2(T)}{2\beta(T)} \qquad (2.37)$$

manyetik alanın varlığında

$$F_n - F_s = \frac{H_c^2}{8\pi} \qquad (2.38)$$

ise, $\alpha(T)$ katsayısı şu şekilde yazılabilir.

$$\alpha(T) = \alpha|T_c - T| \qquad \beta(T) \cong \beta(T_c) \qquad (2.39)$$

Denklem (2.38) termodinamik kritik alanı tanımlar.

$T< T_c$ için $\alpha < 0$ ve $T > T_c$ için $\alpha > 0$ bu şartlar (2.35) 'in minimumunu temin eder. Bununla beraber süperiletkenler için, manyetik alan önemlidir ve serbest enerji yoğunluğunu manyetik alan düşüncesi hesaba katılarak ele alınabilir.

Ginzburg-Landau denklemlerini türetecek olursak; kritik sıcaklık civarında, manyetik alan içerisindeki bir süperiletkenin serbest enerjisi şu şekildedir.

$$F_{sH} = F_n + \alpha(T)|\Psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\Psi|^4 + \frac{1}{4m}|(-i\nabla - 2eA)\Psi|^2 \qquad (2.40)$$

burada A manyetik alanın potansiyel vektörüdür. (2.40) ifadesinden serbest enerji ifadesi şu şekilde yazılabilir.

$$F_{sH} = F_n + \int dV \left[\begin{array}{l} \alpha|\Psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\Psi|^4 + \frac{1}{4m}|(-i\nabla - 2eA)\Psi|^2 \\ + \frac{1}{8\pi}(\nabla \times A)^2 - H.\frac{\nabla \times A}{4\pi} \end{array} \right] \qquad (2.41)$$

ki minimum olsun. Eğer $\psi(r)$ ve $A(r)$ yi bağımsız değişkenler olarak ele alınırsa şu ifadeler elde edilir,

$$\delta_{\psi}.F_{sH} = 0 \qquad (2.42)$$

$$\delta_A F_{sH} = 0 \qquad (2.43)$$

ve (2.42) ifadesinden şu sonuç çıkarılabilir.

$$\alpha|\Psi| + \beta\psi|\Psi|^2 + \frac{1}{4m}(i\nabla + 2eA)\Psi = 0 \qquad (2.44)$$

$$(i\nabla\psi + 2eA\psi)n = 0 \qquad (2.45)$$

burada n, süperiletken yüzeye dik birim vektördür. $\delta_A F_{sH}$ 'ı hesaplanırsa, A üzerindeki değişimleri gerçekleştirerek süperiletken akım için şu ifadeyi elde edilir.

$$J_s = -\frac{i}{2m}(\Psi^*\nabla\Psi - \psi\nabla\Psi^*) - \frac{2e^2}{m}|\Psi|^2 A(r) \qquad (2.46)$$

Eğer değişkenleri şu şekilde değiştirilirse,

$$\psi(r)=\frac{\Psi(r)}{\phi_0} \qquad \phi_o^2=\frac{n_s}{2}=\frac{\alpha(T)}{\beta}$$

$$\xi^2(T)=\frac{1}{4m\alpha(T)} \qquad \lambda^2=\frac{m}{4m_s e^2}=\frac{m\beta}{8\pi e^2\alpha(T)} \qquad (2.47)$$

denklem (2.44) ve (2.46) şu şekilde yazılabilir.

$$\xi^2\left(i\nabla\psi(r)+\frac{2\pi}{\phi_0}A\right)^2\psi(r)-\psi(r)+\psi(r)|\psi(r)|^2=0 \qquad (2.48)$$

$$\nabla\times(\nabla\times A(r))=-\frac{i\phi_0}{4\pi\lambda^2}(\psi^*\nabla\psi-\psi\nabla\psi^*)-\frac{|\psi|^2}{\lambda^2}A(r) \qquad (2.49)$$

$\psi=|\psi|e^{i\theta(r)}$ yi kullanarak, denklem (2.49) şu hale gelir.

$$\nabla\times(\nabla\times A(r))=\frac{|\psi|^2}{\lambda^2}\left(\frac{\phi_0}{8\pi}\nabla\theta(r)-A(r)\right) \qquad (2.50)$$

Burada (2.45) denklemi, (2.48) için bir sınır şartıdır. (2.45)denkleminden bu şartın fiziksel olarak şu anlama sahip olduğu görülür, bir süperiletken ve bir izalatörün ayırım yüzeyinin içinden geçen süperakım sıfırdır.

Mikroskopik teori kullanılarak metal-normal süperiletken kontakta şu görülebilir.

$$\left(i\nabla+\frac{2\pi}{\phi_0}A\right)n\psi=ia\psi \qquad (2.51)$$

burada a gerçel bir sabittir.

Bu denklemlerden gözlemlenebilecek bir diğer önemli fiziksel gerçek ayar değişmezliğidir.

Öyleyse şu ifade elde edilir.

$$A=A'+\nabla\varphi(r) \qquad (2.52)$$

burada $\varphi(r)$ skaler bir fonksiyondur ve şu ifade elde edilir,

$$H=\nabla\times A=\nabla\times A' \qquad (2.53)$$

çünkü $\nabla\times\nabla\varphi(r)=0$ dır.

Eğer ψ den ψ' ne geçiş yapılırsa,

$$\psi=\psi'\exp\left[i\frac{2\pi}{\phi_0}\varphi(r)\right] \qquad (2.54)$$

(2.49) ifadesinden şu elde edilir.

$$\nabla\times\left(\nabla\times A'\right)=\frac{\left|\psi'\right|^2}{\lambda^2}\left(\frac{\phi_0}{2\pi}\nabla\theta'-A'\right) \qquad (2.55)$$

Karakteristik uzunluk; $A = 0$ ve (2.48) için ele alınırsa,

$$-\xi^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-\psi+\psi^3=0 \qquad (2.56)$$

olur. Bu bir boyutlu bir durum içindir. Süperiletkenin içinde $|\psi|=1$ dir. Yüzeyde, $\psi(x)$ şu şekilde yazılabilir.

$$\psi(x)=1-f(x) \qquad (2.57)$$

(2.56) ifadesinden şu elde edilebilir.

$$\xi^2\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}-2f(x)=0 \qquad (2.58)$$

bu ifadede şu şartlara uymak gerekir. $f(x) \to 0$, $X \to \infty$

Denklem (2.58)'in çözümü

$$f(x)=f(0)\exp\left[-\sqrt{2}\frac{x}{\xi}\right] \qquad (2.59)$$

burada ξ , $\psi(x)$ in değişimi için karakteristik bir uzunluktur. (2.47) ve $\alpha(T) \sim |T_c - T|$ den , $\lambda(T)$ ve $\xi(T)$ için şu elde edilir.

$$\lambda(t)=\lambda(0)\left|T-T_c\right|^{\frac{1}{2}} \qquad \xi(T)=\xi(0)\left|T_c-T\right|^{\frac{1}{2}} \qquad (2.60)$$

Eğer Ginzburg-Landau parametresi "χ" şu şekilde tanımlanırsa,

$$\chi(T)=\frac{\lambda(T)}{\xi(T)} \qquad (2.61)$$

(42.47) den şu ifadeler elde edilir.

$$\chi(T)=2\sqrt{2}e\lambda^2H_c(T) \qquad (2.62.a)$$

veya

$$\sqrt{2}H_cT=\frac{\phi_0}{2\pi\lambda(T)\xi(T)} \qquad (2.62.b)$$

burada $\phi_0 = \pi / |e|$ dir.

Bu χ parametresinin bir fonksiyonu olarak, iki sınıf süperiletken materyal tanımlanabilir.

Tip I $\rightarrow \chi < 1/\sqrt{2}$ olan süperiletkenler

Tip II $\rightarrow \chi > 1/\sqrt{2}$ olan süperiletkenler

Eğer (2.44) den $\psi(x)$ in bir manyetik alan içindeki değişimini ele alınırsa, şu ifade elde edilir:

$$\frac{1}{4m}(-i\nabla - 2eA)\psi = -\alpha\psi \qquad (2.63)$$

burada lineer olmayan terim ihmal edilmiştir. xy düzleminde,

$$-\alpha = \frac{2eH}{m}\left(n+\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}mV_z^2 \qquad (2.64)$$

ve (2.62)'nin minimumunun bir özfonksiyonu olarak ortaya çıkan H_{c2}' nin maksimum değeri,

$$-\alpha = \frac{eH}{m} \qquad (2.65)$$

dir. H_{c2} ile gösterilen bu alan üst kritik alan olarak adlandırılır ve $\alpha^2 / 2\beta = H_c^2 / 8\pi$ ve (2.62) ifadesi kullanılarak şu sonuç elde edilir.

$$H_{c2} = \chi(T)\sqrt{2}H_c(T) \qquad (2.66)$$

2.4. BARDEEN, COOPER VE SCHRİEFFER TEORİSİ

Bu teori 1957 yılında J. Bardeen, L.N. Cooper ve J.R. Schrieffer tarafından mikroskopik olarak süperiletken materyallerin akıma karşı sıfir direnç göstermesini açıklamak amacı ile geliştirilmiş bir teoridir.

Bardeen, Cooper ve Schrieffer teorisine göre süperiletkenlik iletim bandındaki elektronların Cooper çiftleri meydana getirmeleri ile farklı bir kuantum durumu olarak tanımlanır. Elektronların Cooper çifti oluşturabilmesi için zıt momentum ve spine sahip olmaları ve çekici bir elektron-fonon etkileşmesi ile bağlanmaları gerekir. Cooper çiftleri momentum korunduğundan sıfir veya net bir momentuma sahiptir. Ayrıca süperiletkenin bu çiftleşmiş elektronları aynı enerji durumuna ve aynı kuantum durumuna sahiptir.

k_F'den daha az k momentumlu iki elektronla Cooper çifti oluşursa daha az enerjili durum bir meydana gelir.

Oluşan çiftlerin en düşük enerji durumuna "taban durumu" adı verilir. Bu ikinci dereceden bir faz değişiminede benzediğinden "yoğun hal durumu" olarakta bilinir. Bu değişim sürecinde madde içinde süperiletkenlikten normal duruma geçişte maddenin özelliklerinde ani değişim olmaz. Değişim belli bir mesafede aşamalı olarak meydana gelir. Bu mesafeye koherens (uyum) uzunluğu denir.

Kısaca BCS teorisi olarak anılan bu teorinin süperiletkenlik üzerinde başarıları şu şekilde özetlenebilir.

1) Elektronlar arası çekici etkileşme, taban ve uyarılmış durumlar arasında bir enerji aralığının ortaya çıkmasına yol açar. Kritik alan, ısısal özellikler ve elektromanyetik özeliklerin pek çoğu enerji aralığının sonucudur. Bazı özel durumlarda, süperiletkenlik enerji aralığı olmadan da ortaya çıkabilir.
2) Elektron-örgü-elektron etkileşmesi, gözlenen büyüklükte bir enerji aralığını ortaya koyabilir.
3) Nüfuz ve koherens uzunlukları teorinin sonuçları olarak ortaya çıkar. Buradaki koherens uzunluğu,nüfuz derinliği ile birlikte süperiletkeni karakterize eden ikinci bir uzunluktur ve,

$$\xi = \frac{2\hbar V_F}{\pi E_g} \qquad (2.67)$$

şeklinde tanımlanır. Bu uzunluk, manyetik alanın uzaya bağımlı olarak büyük ölçüde değişmediği uzunluk olarak teoriye girer. Bu şekilde, Meissner olayı da teorinin kapsamı içerisinde açıklanabilmektedir.

4) Bir elementin ya da alaşımın geçiş sıcaklığını veren kriter, yörüngelerin Fermi düzeyindeki $D(\varepsilon_F)$ elektron yoğunluğunu ve elektriksel dirençten bulunabilen, U elektron-örgü etkileşimini içine alır. $U\,D(\varepsilon_F) << 1$ için BCS teorisi;

$$T_c = 1{,}14\theta e^{-\frac{1}{UD(\varepsilon_F)}} \qquad (2.68)$$

olması gerektiğini varsaymıştır. Burada θ, Debye sıcaklığı ve U, çekici etkileşmedir. Varsayılan T_c değeri, deneysel sonuçlarla uyum sağlamaktadır.

5) Süperiletken bir halkadan geçen manyetik akı kuantumludur ve etkin yük birimi e yerine $2e$'dir. BCS teorisinde, taban durumu elektron çiftlerini öngörür, böylece çiftlerin 2e yükleri cinsinden akı kuantumlanması teorinin doğal bir sonucudur.

Temel BCS teorisi, bu teoriye kadar bilinen süperiletkenlik anlayışının niteliği tamamen değişmiştir. Bu teori, enerji aralığı ve koherens gibi, daha mikroskopik bir yaklaşım gerektiren olayların nasıl ele alınacağını göstermenin yanında, H_c ve λ gibi parametreleri hesaplamayı amaçlamaktadır.

2.4.1. Cooper Çiftleri

Zayıf bir çekimin bile elektronları çift oluşturacak şekilde bağlayabileceği fikri Cooper tarafından 1956'da ortaya atıldı (Cooper 1956). Cooper; Fermi'nin elektron denizi çekici olduğu sürece, etkileşimin şiddetinden bağımsız olarak en azından bir bağlı çift oluşumuna kadar kararsız olduğunu gösterdi. Bu sonuç Fermi istatistiğinin ve Fermi denizi geri planının varlığının bir sonucudur, çünkü şu iyi bilinir ki bağlanma üç boyutta ve iki cisim probleminde genellikle potansiyelin gücü belirli bir eşik değerini geçmedikçe meydana gelmez.

Bu bağlanmanın nasıl meydana geldiğini görmek için, $T = 0$'da bir fermi denizine ilave edilmiş iki elektronun basit bir modeli ele alınır, öyle ki dışarlama ilkesi haricinde, ekstra elektronların birbiriyle etkileştiği fakat deniz içindekilerle etkileşmediği şartı getirilir. Böylece, iki-parçacık dalga fonksiyonu aranır. Bloch'un genel fikirleriyle en düşük enerji durumunun sıfır toplam momentuma sahip olmasını beklenir. Şöyle ki; iki elektron eşit ve zıt momentumlara sahip olmalıdır. Bu şu şekilde bir yörüngesel dalga fonksiyonu kurmayı gerektirir.

$$\psi_0(r_1, r_2) = \sum_k g_k e^{ikr_1} e^{-ikr_2} \qquad (2.69)$$

Toplam dalga fonksiyonunun, iki elektronun birbiriyle yer değiştirmesine bağlı olarak

antisimetrisi dikkate alınırsa, ψ_0'a bağlı olarak antisimetrisini dikkate alırsak, ψ_0' ı antisimetrik singlet spin fonksiyonu $(\alpha_1\beta_2 - \beta_1\alpha_2)$ ile $cos\ k\ (r_1 - r_2)$ çarpımlarının bir toplamına veya $(\alpha_1\alpha_2\ \alpha_1\beta_2 + \beta_1\alpha_2\ \beta_1\beta_2)$ simetrik triplet spin fonksiyonlarından biri ile $sin\ k\ (r_1 - r_2)$ çarpımlarının bir toplamına çevrilir. (Burada, α_1 parçacık 1'in 'yukarı' spin durumunu ifade eder, β_1 ise 'aşağı' durumdur.) Çekici bir etkileşimi önceden görerek, singlet bağlanmanın daha düşük enerjiye sahip olması beklenilir. Çünkü bunun $(r_1 - r_2)$ üzerindeki yörüngesel dalga fonksiyonunun kosinüzoidal bağlılığı elektronların birbirine yakın olmaları için daha büyük olasılık genliği verir. Böylece aşağıdaki biçimde bir, iki-elektron singlet dalga fonksiyonu dikkate alınır.

$$\psi_0(r_1,r_2) = \left[\sum_{k>k_F} g_k \cos k.(r_1 - r_2)\right](\alpha_1\beta_2 - \beta_1\alpha_2) \qquad (2.70)$$

(2.70)'i problemin Schrödinger denklemine yerleştirerek, ağırlaştırma katsayıları g_k ve enerji özdeğeri E şunu çözerek belirlenir.

$$(E - 2\varepsilon_k)g_k = \sum_{k'>k_F} V_{kk'} g_{k'} \qquad (2.71)$$

Bu ifadede, ε_k pertürbe olmamış düzlem-dalga enerjileridir ve $V_{kk'}$ etkileşim potansiyelinin matris elemanlarıdır,

$$V_{kk'} = \Omega^{-1}\int V(r) e^{i(k'-k)r} dr \qquad (2.71)$$

burada r iki elektron arasındaki mesafe ve Ω normalizasyon hacmidir. Bu $V_{kk'}$, $(k',-k')$ den $(k,-k)$ ya kadar momentumları olan bir çift elektronun saçılması için potansiyelin şiddetini tanımlar. Eğer $E < 2E_F$ olan, (2.71)'i sağlayan bir dizi g_k bulunabilirse, bir bağlı çift durumu ortaya çıkar.

Bu duruma genel $V_{kk'}$ için analiz etmek zor olduğundan, Cooper E_F'nin ötesinde bir $\hbar\omega_c$ kesim enerjisinin dışındaki k durumları için bütün $V_{kk'} = -V$ ve $\hbar\omega_c$'nin ötesinde $V_{kk'} = 0$ yaklaşımını ortaya attı. Böylece (2.71) in sağ tarafı k 'dan bağımsız bir sabittir ve

$$g_k = V\frac{\sum g_{k'}}{2\varepsilon_k - E} \qquad (2.73)$$

Her iki tarafi toplayarak ve $\sum g_k$ 'yı götürerek şu ifade elde edilir.

$$\frac{1}{V} = \sum_{k\rangle k_F} (2\varepsilon_k - E)^{-1} \qquad (2.74)$$

Toplama bir integrasyonla yer değiştirdiğinde, *N(0)* tek spin yerleşiminin elektronları için Fermi seviyesindeki durumlarının yoğunluğunu belirtmek kaydıyla, bu ifade şu hale gelir.

$$\frac{1}{V} = N(0)\int_{E_F}^{E_F+\hbar\omega_c} \frac{d\varepsilon}{2\varepsilon - E} = \frac{1}{2}N(0)\ln\frac{2E_F - E + 2\hbar\omega_c}{2E_F - E} \qquad (2.75)$$

Birçok klasik yarıiletken de, $N(0)\ V < 0,3$ bulunmuştur. Bu zayıf-bağlanma yaklaşımının kullanımına izin verir ki $N(0)\ V << 1$ için geçerlidir. Bu durumda bir önceki denklemin çözümü şu şekilde yazılabilir.

$$E \approx 2E_F - 2\nabla\hbar\omega_c e^{-2/n(0)V} \qquad (2.76)$$

Böylece, tamamen $k > k_F$ olan elektronlardan, yani E_F 'den daha fazla kinetik enerjili elektronlardan meydana gelmiş, Fermi yüzeyine göre negatif enerjili bir sınır durumu vardır. Çekici potansiyelin enerjiye dağılımı bu fazladan enerjiye ağır basar,bu da V'nin küçüklüğünden bağımsız olarak bağlanmaya götürür. Bağlanma enerjisinin biçiminden $V=0$'da analitik olmadığına dikkat edilmelidir, yani bu V'nin kuvvetleri biçiminde açılamaz. Sonuç olarak, bu pertürbasyon teorisi ile elde edilemez. Bu, teorinin başlangıcını büyük oranda geciktiren bir gerçektir.

Dalga fonksiyonuna dönülürse, bağıl koordinat $r = r_1 - r_2$ ye bağımlılığın şu ifade ile orantılı olduğu görülür,

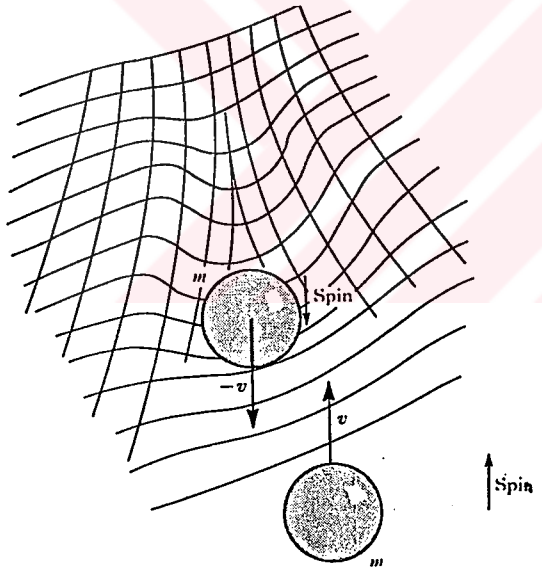
$$\sum_{k\rangle k_F} \frac{\cos k.r}{2\varepsilon_k + E'} \qquad (2.77)$$

burada Fermi enerjisinden ölçülen enerjiler incelenir, böylece

$$\xi_k = \varepsilon_k - E_F \qquad E' = 2E_F - E\rangle 0 \qquad (2.78)$$

(işaret değişimi sebebiyle, E şimdi $2E_F$ ye göre bağlanma enerjisidir.) g_k sadece ε_k' ya bağlı olduğundan, bu sonuç küresel simetriye sahiptir; böylece bu singlet spin durumu yanında bir S durumudur. Ağırlaştırma faktörü $(2\varepsilon_k + E')^{-1}$ in $\varepsilon_k = 0$ olduğu zaman yani Fermi seviyesindeki elektronlar için $1 / E'$ maksimum değerine sahip olduğuna ve ε_k'nın yüksek değerle düştüğüne dikkat edilmelidir. Böylece, E_F üzerindeki $\approx E'$ enerji aralığı

içindeki elektron durumları sınır durumunu oluşturmada en çok gerekenlerdir. $N(0)\,V < 1$ için $E' \langle\langle \hbar\omega_c$ olduğundan, bu $\lambda\omega_c$ 'nin dış çevresinde $V_{kk'}$ 'nın davranışının sonuç üzerine herhangi bir büyük etkiye sahip olmayacağını gösterir. Bu gerçek $V_{kk'}$ 'ya böyle kaba bir yaklaşım yapmak için bazı sebepler verir. Enerji durumlarının bu küçük aralığının ikinci bir sonucu, önceden belirtilen Pippard'ın belirsizlik ilkesi fikriyle, sınır çiftinin ölçüsünün $\approx \hbar V_F / E^1$ den daha az olmadığını belirtir. kT_c E'nin mertebesinde olacağından, bu Cooper çifti durumunun ölçüsünün $\approx \varepsilon_0 = \alpha\ \hbar V_F / kTc$ olduğunu , parçacıklar arası mesafeden çok daha büyük olduğunu belirtir. Böylece çiftler büyük oranda üst üste gelirler.



Şekil 2.2 Cooper çiftlerinin oluşabilmesi için ilgili elektronların zıt momentuma (zıt yön fakat aynı büyüklükte, hız ve kütle) ve zıt spinlere sahip olmaları gerekir.

2.4.2. Çekici Etkileşimin Kökeni

Süperiletkenlik için gerekli olan negatif $V_{kk'}$ 'nın kökenini incelenirse, eğer Coulomb etkileşimi $V(r) = e^2 / r$ yi dikkate alınırsa ve V(q) 'nun hesaplanması gerçekleştirilirse,

$$V(q) = V(k - k') = V_{kk'} = \Omega^{-1} \int V(r) e^{iqr} dr$$

$$V(q) = \frac{4\pi e^2}{\Omega q^2} = \frac{4\pi e^2}{q^2} \qquad (2.79)$$

bulunur, burada son eşitlik birim normalizasyon hacmi Ω için doğru kalmaktadır. Açıkça $V(q)$ her zaman pozitiftir.

Şimdi, eğer ortamın dielektrik fonksiyonu $\varepsilon(q,\omega)$ 'yi dikkate alınırsa, $V(q)$ bir ε^{-1} (q,ω) faktörüyle indirgenir. ε (q,ω)de en açık içerik iletim elektronlarının perdeleme etkisidir (Ziman 1964). Bu $1 / k_s \approx 1A^0$ luk bir perdeleme uzunluğu ortaya çıkarır. Fermi-Thomas yaklaşımında $\varepsilon = 1 + k_s^2 / q^2$ ile verilir, böylece

$$V(q) = \frac{4\pi e^2}{q^2 + k_s^2} \qquad (2.80)$$

elektronik perdeleme $q = 0$' da saçılmayı ortadan kaldırmıştır. Fakat $V_{kk'}$ hala pozitif kalmaktadır. Bu yüzden süperiletkenlik elde edilemez.

Negatif terimler sadece iyon korlarının hareketi dikkate alındığında ortaya çıkar. Fiziksel düşünce ilk elektronun çekici pozitif iyonlarla, ortamı polarize etmesidir; bu fazla pozitif iyonlar elektronlar arasında etkili bir çekici etkileşim sağlayarak, ikinci elektronu çekerler. Eğer bu çekim itici perdelenmiş Coulomb etkileşiminin mertebesi kadar güçlü ise, net bir çekici etkileşime neden olur ve süperiletkenlik gerçekleşir. Tarihsel olarak süperiletkenliği açıklamada elektron-örgü etkileşiminin önemi ilk önce Fröhlich tarafından 1950'de ileri sürüldü (Fröhlich 1950). Bu öneri izotop etkisinin yani aynı elementin izotopları için T_c ve H_c'nin $M^{1/2}$ ye orantılı oluşunun keşfi ile deneysel olarak doğrulanmıştır (Maxwell 1950).

Bu örgü defarmasyonları bir katıyı elastik yapan güce aynı sertlikle karşı koyduğundan, karakteristik titreşimler veya fonon frekanslarının bir rol oynayacağı

açıktır. (Elektronik olarak ekranlanmış Coulomb etkileşimi için karakteristik frekans plazma frekansıdır ki anlık tepki varsayabilecek kadar yüksektir.) Momentumun korunumundan eğer bir elektron k dan k' ne saçılırsa ilgili fononun $q = k - k'$ momentumu taşıması gerektiğini ve karakteristik frekansın böylece ω_q fonon frekansı olması gerektiği görülebilir. Sonuç olarak ekranlama fonksiyonuna fonon katkısının $\left(\omega^2 - \omega_q^2\right)^{-1}$ ile orantılı olduğu akla yatkındır. Açıkça, bu rezonans paydası eğer $\omega < \omega_q$ ise yukarıdaki fiziksel fikre bağlı olarak negatif bir işaret verir; daha yüksek frekanslar için etkileşim itici hale gelir.

Çiftlenmiş elektron-fonon sistemini incelemenin en iyi yolunun ilk analizleri Fröhlich, Bardeen ve Pines tarafından verilmiştir (Fröhlich 1952, Bardeen ve Pines 1955). Periyodik tablo boyunca sistematik olarak süperiletkenlik için teorik kriteri test etmenin ilk denemesi Pines tarafından yapılan bir hesaplamaydı (Pines 1958). Pines sonlu iyon-koru ölçüsünün yanı sıra kristal yapısının ve Brillouin bölgesi etkilerinin tamamen ihmal edildiği, katının bir elektronlar ve nokta iyonlar akışkanına yaklaştırıldığı "jelyum" modelini kullanmıştır.

Her ne kadar fonon vasıtalı çekim klasik süperiletkenlerde süperiletkenlik için temel ise de, BCS çiftleme modelinin sadece E_F yakınındaki bir dizi enerji üzerinden $-V$ olarak yaklaştırılabilen bir matris elemanını veren çekici bir etkileşim gerektirdiğini bilmek önemlidir. Fononlardan farklı olarak bozonların değiştirilmesini içeren farklı çiftleme etkileşimleri daha egzotik, organik ağır fermiyon ve yüksek sıcaklık süperiletkenlerinin bazılarında süperiletkenlikten sorumlu olabilirler. Bu durumda, elektron çiftleme burada varsayılan s-dalgası biçiminden daha çok p-dalgası veya d-dalgası yapısındadır. Bununla beraber, sonuç süperiletkenlik durumunun makroskopik fenomenolijisi, bu farklarla sadece ayrıntıda değişir. Böylece, burada verilen temel BCS modeli bütün süperiletkenlerin hatta önemli genellemelere ihtiyaç duyan egzotik materyallerin bile anlaşılmasında esas alınabilir.

2.4.3. BCS Taban Durumu

Net etkileşim çekici olduğu zaman, Fermi denizinin bağlı bir Cooper çiftinin oluşumuna karşı kararsız olduğunu görerek, açıkça böyle bir denge noktasına ulaşılana kadar çiftlerin yoğunlaşması beklenmelidir. Bu sistemin durumu ilave bir çift için bağlanma enerjisinin sıfıra gittiği Fermi denizinden (büyük sayıdaki bağlanmış çiftler sebebiyle) büyük oranda değiştiği zaman meydana gelecektir. Açıkça böyle karmaşık bir durumu elde etmek, uygun bir matematik biçim bulmadan kolay olmayacaktır. Böyle bir biçim BCS dalga fonksiyonu ile sağlanmıştır.

Dalga fonksiyonları ikiden fazla elektron için yazıldığı zaman , tek bir Cooper çifti için yukarıda kullanılan anti-simetriyi elde etme tarzı pek işe yaramaz hale gelir ve bunu N- elektronlu antisimetrize adilmiş çarpım fonksiyonlarını belirlemek için N×N Slater determinantlarının bir tasarımıyla yer değiştirmek uygundur. Söz konusu Slater determinantları ikinci kuantlanmanın dili kullanılarak daha uygun açıklanmıştır, ki yerleri doldurulmuş durumlar (spin indisini de içererek) $c^*_{k\uparrow}$ "yaratma operatörleri" kullanılarak ve yukarı doğru spinli bir elektron meydana getirir. Bu aynı zamanda ilgili durumu boşaltan "yok etme operatörü" $c_{k\uparrow}$ yi belirtmek için de gereklidir. Bu notasyonda daha önceden bahsedilen singlet dalga fonksiyonu şu şekilde yazılır:

$$|\psi_0\rangle = \sum g_k c^*_{k\uparrow} c^*_{-k\downarrow} |F\rangle \qquad (2.81)$$

burada $|F\rangle$ bütün durumları k_F 'ye kadar doldurulmuş Fermi denizini göstermektedir. Bu biçim, zaman olarak ters çevrilmiş durumlu çiftlerin her zaman birlikte doldurulduğunu açıkça ortaya koyar ki "kirli" süperiletkenler durumunda Anderson'un gösterdiği bir özelliktir, burada k iyi bir kuantum sayısı olmadığından genelleştirilmiş bir çiftleme tasarısı gerekmektedir (Anderson 1959). (2.81) in singlet çiftleme için (eşit) g_k ve g_{-k} katsayılı iki 2x2 Slater determinantının toplanmasıyla elde edilen singlet çiftleme için yukarıda verilen şekline eşit olduğu ispatlanabilir.

Elektronlar Fermi istatistiğine uyduğundan önceden tanımlanan yaratma ve yok etme operatörleri fermiyon operatörlerinin karakteristik anti-komütasyon bağıntılarına uyarlar.

$$\left[c_{k\sigma}, c^{*}_{k'\sigma'}\right]_{+} \equiv c_{k\sigma}c^{*}_{k'\sigma'} + c^{*}_{k'\sigma'}c_{k\sigma} = \delta_{kk'}\delta_{\sigma\sigma'}$$
$$\left[c_{k\sigma}, c_{k'\sigma'}\right]_{+} = \left[c^{*}_{k\sigma}, c^{*}_{k'\sigma'}\right]_{+} = 0 \qquad (2.82)$$

burada σ spin indisini belirtir. Parçacık sayı operatörü $n_{k\sigma}$ şu şekilde tanımlanır.

$$n_{k\sigma} = c^{*}_{k\sigma}c_{k\sigma} \qquad (2.83)$$

ki işgal edilmiş bir durum üzerinde işlem yağıldığı zaman bire eşit olan bir öz değere sahiptir ve boş bir durum üzerinde işlem yapıldığında sıfir verir.

BCS dalga fonksiyonuna, momentum öz fonksiyonu cinsinden açıklanmış ve içinde oluşturulmuş Cooper çiftlemeli en genel N-elektronlu dalga fonksiyonunun

$$|\psi_0\rangle = \sum g(k_i,\ldots,k_l)c^{*}_{k_i\uparrow}c^{*}_{-k_i\downarrow}\ldots c^{*}_{k_l\uparrow}c^{*}_{-k_l\downarrow}|\phi_0\rangle \qquad (2.84)$$

olduğu gözlemlenerek yaklaşılırsa, burada $|\phi_0\rangle$ hiçbir parçacığın varolmadığı vakum durumudur. k_i ve k_l toplamda verilen bir terimde işgal edilmiş olan banttaki M_k değerlerinin ilkini ve sonuncusunu belirtir ve g yaratma operatörlerinin $N/2$ çiftinin bu grubunun çarpımlarının ortaya çıktığı ağırlığı belirtir. Toplam, banttaki bütün k değerleri üzerinden yürür. Çift işgali için $N/2$ durumu seçmenin

$$\frac{M!}{[M-(N/2)](N/2)!} \approx 10^{(10^{20})} \qquad (2.85)$$

yolu olduğundan, toplam içinde belirlenmesi gereken birçok terim ve birçok $g(k,...)$ olacaktır. BCS'nin kapsadığı bu kadar çok parçacıkla, her durumun işgalinde k 'nın diğer durumların ortalama işgaline tek başına bağlı olarak alındığı bir kendi kendine-tutarlı alanı veya ortalama alan yaklaşımı kullanmanın iyi bir yaklaşım olacağı ileri sürüldü. Bunun en basit biçiminde işgaller sadece istatistiksel olarak ele alındığından N olan toplam parçacık sayısı üzerindeki zorlamayı rahatlatır. Bununla beraber, parçacık sayısı çok büyük olduğundan, içinde sadece N 'in sabitlendiği bir sistemle çalışmakla ciddi bir hata yapılmaz.

BCS taban durumu için bunlar şu şekilde biçimlendirilir.

$$|\psi_G\rangle = \prod_{k=k_1,\ldots,k_M} \left(u_k + v_k c^*_{k\uparrow} c^*_{-k\downarrow}\right)|\phi_0\rangle \qquad (2.86)$$

burada $|U_k|^2 + |V_k|^2 = 1$ dir. Bu şekil işgal edilmiş $(k\uparrow, -k\downarrow)$ çiftinin olasılığının $|V_k|^2$ olduğunu ortaya koyar, öyle ki işgal edilmemişin olasılığı $|U_k|^2 = 1 - |V_k|^2$ dir. Basitlik için, U_k ve V_k 'nın hepsinin gerçek olduğu düşünülebilir. Açıkça, bu $|\phi_0\rangle$ bir toplam olarak şu şekilde açıklanabilir.

$$|\psi_G\rangle = \sum_N \lambda_N |\psi_N\rangle \qquad (2.87)$$

burada her terim $N/2$ çifti kapsayan (2.86) nın çarpım biçiminin açılım kısmını teşkil eder. Eğer U_k ve V_k 'ların hepsi sonlu ise 0'dan $2M$'e herhangi N'in sonlu bir olasılığı vardır ve $|\phi_0\rangle$ sayı operatörünün bir özdurumu değildir. Bununla beraber, $|\lambda_N|^2$ değerleri

$$\overline{N} = \sum_k 2|V_k|^2 \qquad (2.88)$$

ortalama değeri etrafında çok keskin olarak sivrilir.

Bu ikinci kuantalanmış hallerin biçimsel işletiminin bir gösterimi olarak, N nin nasıl hesaplandığının mekaniği işletilirse, önceden belirtildiği gibi (2.88) V_k'nın fiziksel geçerliliğinin bakış açısıyla, açıkça doğrudur.

Başlangıç için

$$\overline{N} = \langle N_{op}\rangle = \left\langle \sum_{k,\sigma} n_{k\sigma} \right\rangle = \langle \psi_G | \sum \left(c^*_{k\uparrow} c_{k\uparrow} + c^*_{k\downarrow} c_{k\downarrow}\right) | \psi_G \rangle$$

$$= 2\sum \langle \psi_G | c^*_{k\uparrow} c_{k\uparrow} | \psi_G \rangle \qquad (2.89)$$

çünkü bütün elektronlar paralel olmayan çiftler halinde ortaya çıkar. $|\psi_G\rangle$ 'yı kullanarak

$$\overline{N} = 2\sum \langle \phi_0 | \left(u^*_k + v^*_k c_{-k\downarrow} c_{k\uparrow}\right) c^*_{k\uparrow} c_{k\uparrow} \left(u_k + v_k c^*_{k\uparrow} c^*_{-k\downarrow}\right)$$

$$\times \prod_{l\neq k} \left(u^*_l + v^*_l c_{-l\downarrow} c_{l\uparrow}\right)\left(u_l + v_l c^*_{l\uparrow} c^*_{-l\downarrow}\right)|\phi_0\rangle \qquad (2.90)$$

elde ederiz. Bunu yazmakla $\langle A\phi|\psi\rangle = \langle \phi|A^\dagger|\psi\rangle$ ve operatörlerin çarpımlarının acuentinin, acuentlerin ters sırada çarpımlarına eşit oldukları özelikleri kullanılmış olur. Ayrıca, çarpımlardaki faktörlerin sırasını verilen bir k veya l çift durumunu içerecek

şekilde gruplamak için yeniden düzenleyebiliriz. Çünkü (2.82) ile benzer olmayan çift sayıdaki Fermi operatörlerinin komütasyonu bir işaret değişikliğine yol açmaz. Bu bağıntının değerini hesaplamak için girişimde bulunulduğunda $|\phi_0\rangle$ 'yı her k değeri için vakum durumlarının çarpımı olarak düşünülmelidir. Bu her çiftle ilgili faktörün ayrı ayrı hesaplanmasına olanak tanır. $l \neq k$ için faktör çarpılarak şu elde edilebilir.

$$|u_l|^2 + u_l^* v_l c_{l\uparrow}^* c_{-l\downarrow}^* + v_l^* u_l c_{-l\downarrow} c_{l\uparrow} + |v_v|^2 c_{-l\downarrow} c_{l\uparrow} c_{l\uparrow}^* c_{-l\downarrow}^* \qquad (2.91)$$

Bu ifadenin $\langle\phi_0||\phi_0\rangle$ matris elemanını aldığımız zaman orta iki terim sıfırı verir, çünkü bunlar l'inci çiftin işgalini değiştirir. Son terim çifti yaratır ve sonra yok eder, bir birimlik bir faktöre ulaşılır. Böylece $l \neq k$ için her bir faktör basitçe $|U_l|^2 + |V_l|^2 = 1$'e indirgenir. Aynı süreç $l = k$ 'lı çarpımda takip edildiği zaman, $U_k V_k$'daki vektörel terimler ekstra faktör $c_{k\uparrow}^* c_{k\uparrow}$ parçacık konumunu etkilemeden bıraktığı için ayrılmaktadır. Dahası, $c_{k\uparrow}|\phi_0\rangle$ sıfır verdiği için $|V_k|^2$ terimi de basitçe $|V_k|^2$ bırakarak düşer. Böylece (2.88) önceden beklenildiği gibi yeniden elde edilir.

N'deki keskin noktayı tahmin etmek için şu hesaplanmalıdır.

$$\left\langle \left(N - \overline{N}\right)^2 \right\rangle = \left\langle N^2 - 2N\overline{N} + \overline{N}^2 \right\rangle = \left\langle N^2 \right\rangle - \overline{N}^2 \qquad (2.92)$$

Yukarıdakine benzer bir hesaplama yapılarak, şu bulunur.

$$\left\langle \left(N - \overline{N}\right)^2 \right\rangle = 4\sum_k u_k^2 v_k^2 \qquad (2.93)$$

Bu işgal süreksiz olarak kesilmediği sürece sıfır değildir. Gerçekte, V_k 1'den 0'a gidecektir ve $\approx k\ T_c$ enerji aralığında U_k 0'dan 1'e gidecektir. Böylece toplam $\approx (T/T_c)\ N$ olacaktır. Ayrıca hem N ve hem de $\left\langle \left(N - \overline{N}\right)^2 \right\rangle$ ölçeğinin eğer çeşitli ölçülerdeki fakat aynı parçacık yoğunluğundaki sistemlerle kıyaslanırsa, hacimle orantılı olduğuna dikkat edilmelidir. Aynı şekilde,

$$\delta N_{rms} = \left\langle \left(N - \overline{N}\right)^2 \right\rangle^{1/2} \approx (T_c/T_F)^{1/2} \overline{N}^{1/2} \approx 10^9 \qquad (2.94.a)$$

kesirsel belirsizlik

$$\frac{\delta N_{rms}}{N} \approx \frac{(T_c/T_F)^{1/2}}{N^{1/2}} \approx 10^{-13} \qquad (2.94.b)$$

Böylece, çok parçacıklı istatistiksel durumlarında olduğu gibi, $N \to \infty$ oldukça, mutlak dalgalanmalar daha büyür, fakat kesirsel dalgalanmalar sıfıra yaklaşır.

Her ne kadar makroskopik örnekler için genellikle parçacık sayısı korunumu ihmal edilse de, eğer gerekirse P.W Anderson tarafından kullanılan bir metot ile BCS taban durumunun N-parçacık kısmı tasarlanabilir (Anderson 1967). $|\psi_G\rangle$ yi her çiftin yaratılmasına yardım eden herhangi bir $e^{i\varphi}$ faz faktörü ile şu şekilde yazılabilir.

$$|\psi_\varphi\rangle = \prod_k \left(|u_k| + |v_k| e^{i\varphi} c^*_{k\uparrow} c^*_{-k\downarrow}\right)|\phi_0\rangle \qquad (2.95.a)$$

çarpımı k üzerinden yaptığımızda (2.87) ile tanımlanan biçimde, bir toplam içinde gruplanabilen bir çok terim meydana gelir. $|\psi_N\rangle$ teriminin elemanları ortak bir N-parçacık durumundaki çiftlerin sayısıdır. (N bir çift sayı olmalıdır, çünkü dalga fonksiyonunda sadece çiftler içerilmiştir.) Böylece bu $|\psi_N\rangle$ 'i basitçe $e^{-iN\varphi/2}$ ile çarpılarak ve φ üzerinden 2π boyunca integre ederek çıkarılabilir, çünkü bu , her biri bir çiftin yaratılmasına yardım eden içinde $e^{i\varphi}$ 'nin tam olarak $N/2$ faktörü olan (2.95.a) daki çarpımın açılımındakiler hariç sıfır verir. Yani,

$$|\psi_N\rangle = \int_0^{2\pi} d\varphi e^{-iN\varphi/2} \prod_k \left(|u_k| + |v_k| e^{i\varphi} c^*_{k\uparrow} c^*_{-k\downarrow}\right)|\phi_0\rangle$$

$$= \int d\varphi e^{-iN\varphi/2} |\psi_\varphi\rangle \qquad (2.95.b)$$

φ'nin bütün değerleri boyunca integre ederek, yani φ'yi tamamen belirsiz kılarak N sayısının kesin bir tanımlamasına zorlanılır. Diğer yandan φ, (2.95.a) daki gibi sabit tutulduğunda $\delta N \approx 10^9$ olduğu görülür. Bu sonuçlar belirsizlik bağıntısını gösterir.

$$\Delta N \Delta\varphi \geq 1 \qquad (2.96)$$

2.4.4. Taban Durumu Enerjisinin Hesaplanması

$$\langle \psi_G | \mathrm{H} - \mu N_{op} | \psi_G \rangle = 2\sum_k \xi_k v_k^2 + \sum v_{kl} u_k v_k u_l v_l \qquad (2.97)$$

ifadesinde

$$\Delta_k = -\sum_l v_{kl} u_l v_l = -\frac{1}{2}\sum_l v_{kl} \sin 2\theta_l \qquad (2.98)$$

ve

$$v_k^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\xi_k}{E_k}\right) = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\xi_k}{\left(\Delta^2 + \xi_k^2\right)^{1/2}}\right]$$

$$u_k^2 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\xi_k}{E_k}\right) = 1 - v_k^2 \qquad (2.99)$$

denklemleri kullanılırsa,

$$\langle \psi_G | H - \mu N_{op} | \psi_G \rangle = \sum\left(\xi_k - \frac{\xi_k^2}{E_k}\right) - \frac{\Delta^2}{V} \qquad (2.100)$$

ifadesi elde edilir. Daha önce belirtildiği gibi, $T = 0$'da normal durum, $\Delta = 0$ olan BCS durumuna karşılık gelir ki bu durumda $E_k = |\ \xi_k\ |$'dır. Böylece,

$$\langle \psi_n | H - \mu N_{op} | \psi_n \rangle = \sum_{|k|<k_F} 2\xi_k \qquad (2.101)$$

olur. $E_k = \xi_k$ olduğundan $|k\rangle k_F$ için terimler sıfır verir. Böylece enerjilerdeki farklar

$$\langle E \rangle_s - \langle E \rangle_n = \sum_{|k|>k_F}\left(\xi_k - \frac{\xi_k^2}{E_k}\right) + \sum_{|k|<k_F}\left(-\xi_k - \frac{\xi_k^2}{E_k}\right) - \frac{\Delta^2}{V}$$

$$= 2\sum_{|k|>k_F}\left(\xi_k - \frac{\xi_k^2}{E_k}\right) - \frac{\Delta^2}{V} \qquad (2.102)$$

şeklinde olur. Fermi enerjisi, etrafindaki simetri ile bulunur. Bu formülde toplam, kinetik enerjideki değişimi açıklanırken $-\Delta^2 / V$ terimi potansiyel enerjideki değişimdir. Süreklilik yaklaşımı üzerinden giderek ξ üzerinde 0'dan $\hbar\omega_c$ 'ye kadar integrasyon yaparak ve zayıf eşleşme-sınırı bağıntısı

$$\Delta = \frac{\hbar\omega_c}{\sinh[1/N(0)V]} \approx 2\hbar\omega_c e^{-1/N(0)V} \qquad (2.103)$$

kullanılarak,

$$\langle E\rangle_s - \langle E\rangle_n = \left[\frac{\Delta^2}{V} - \frac{1}{2}N(0)\Delta^2\right] - \frac{\Delta^2}{V} \qquad (2.104)$$

bulunur. Kinetik enerji farkları, çekici potansiyel enerji terimi üzerindeki belirleyici terimin ortadan kaldırılmasını sağlamak için braketlerin içinde bir arada tutulmuştur. Böylece enerjiler arasındaki fark, net enerjideki artıştan veya potansiyel enerjideki azalıştan, $N(0)\ V/2 \approx 0,1$ 'lik bir faktörle gerçekleştirilir. Sistemin iç enerjisi için $U(T)$ termodinamik sembolü kullanılarak ve $\Delta(T)$'nin sıcaklığa bağımlı olduğu tahmin edilerek, şu sonuca ulaşılır.

$$U_s(0) - U_n(0) = -\frac{1}{2}N(0)\Delta^2(0) \qquad (2.105)$$

Bu $T = 0$'da yoğunlaşma enerjisidir ve bu enerji tanım gereği $H_c^2(0) / 8\pi$ 'ye eşittir, burada $H_c(T)$ termodinamik kritik alanıdır.

2.4.5. İzotop Etkisi

(2.104) Δ'nın $\hbar\omega_c$ ile orantılı olduğunu gösterdiğinden ve aynı elementin farklı izotopları için ω_c , $M^{1/2}$ ile orantılı olması gerektiğinden (2.105)'den, termodinamik kritik alan M^{α} olmalıdır, ki $\alpha \approx 1/2$ 'dir. H_c'nin (veya T_c 'nin) izotopik kütleye bu bağımlılığı "izotop etkisi" olarak adlandırılır. Bu ifadenin $N(0)$ ve V'nin bir izotoptan diğerine değişmediği varsayımına dikkat edilmelidir. $N(0)$ tamamen elektronik bir nicelik olduğundan, M'den bağımsız olduğu beklenebilirdi, fakat bu V parametresi için daha az açıktır, ki elektronlarla ve fononlarla birleştirilmiş olarak tanımlanmıştır. Gerçekten, her ne kadar izotop kayması üssü α, kurşun gibi bir kaç klasik süperiletken için $1/2$ olsa da, diğer materyaller üzerindeki deneyler sıfira kadar bütün değerleri alabildiği, hatta işaret bile değiştirebileceğini gözlenmiştir.

Son zamanlarda yüksek-sıcaklık süperiletkenlerinin keşfi yüksek geçiş sıcaklığından sorumlu mekanizma bilmecesinin çözülmeye çalışılmasında izotop etkisinin

kullanımına olan ilgiyi yenilemiştir. Bu materyaller birçok farklı tipte atomları içerdiğinden, birçok farklı tipteki izotopik yaklaşım ile incelenebilirler. Hatta kristaldeki farklı tipteki noktalar üzerindeki verilen tipteki bir atomu diferansiyel olarak yerine koyabilir. Bu araştırmalar, fonon spektrumunun önemini göstermektedir ve belirli düzenlilikleri ortaya koymaktadır (Franck ve Ginsberg 1994).

2.4.6. T_c'nin Belirlenmesi

T_c kritik sıcaklığı $\Delta(T) \rightarrow 0$ olan sıcaklıktır. Bu durumda $E_k \rightarrow | \xi_k |$ 'dır ve uyarılma spektrumu normal durumdakiyle aynı hale gelir. Böylece, BCS yaklaşımı yapılarak oluşturulan kendi kendine tutarlılık şartı,

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{2}\sum_k \frac{\tanh(\beta E_k/2)}{E_k} \qquad (2.106)$$

(2.106) ifadesinde E_k'yı $| \xi_k |$ ile değiştirerek ve bu ifade çözülerek T_c bulunur. Toplama integralle değiştirildikten sonra, $| \xi_k |$'nın Fermi seviyesi etrafındaki simetrisinin avantajını alınır ve integrasyonun boyutsuz bir değişkenine değiştirilerek, bu şartın şu hale geldiği görülür.

$$\frac{1}{N(0)V} = \int_0^{\beta_c \hbar\omega_c/2} \frac{\tanh x}{x} dx \qquad (2.107)$$

Bu integral hesaplanabilir ve $\ln(A\beta_c\hbar\omega_c)$ sonucunu verir, burada $A = 2e^{\gamma} / \pi \approx 1,13$ tür ve γ burada Euler sabiti $\gamma = 0,57777$ dir. Sonuç olarak

$$kT_c = \beta_c^{-1} = 1,13\hbar\omega_c e^{-1/N(0)V} \qquad (2.108)$$

Bu sonuç (2.103) ile kıyaslanırsa şu görülür:

$$\frac{\Delta(0)}{kT_c} = \frac{2}{1,13} = 1,764 \qquad (2.109)$$

$T = 0$'da enerji aralığı gerçekten enerji olarak kT_c ile kıyaslanabilir. Sayısal *1,76* faktörü bir çok deneyde test edilmiştir ve makul bulunmuştur. Yani, farklı materyaller ve k uzayında farklı yönler için 2Δ'nın deneysel değerleri genellikle $3{,}5kT_c$'lik BCS değeri etrafında toplanmış olarak, $3{,}0kT_c$'den $4{,}5kT_c$'ye kadar bir aralıkta değişmektedir.

2.4.7. Elektron Tünellemesi

Bugüne kadar durum yoğunluğunun en detaylı deneysel incelenmesi elektron tünellemeyle sağlanmıştır. Bu tekniğe Giaever öncülük etmiştir. Bu teknikte temel fikir ince bir yalıtkan engel ile ayrılmış iki iletken arasındaki elektronların kuantum mekaniksel tünellemesi sayesinde yük transferinin sıfırdan farklı bir olasılığının olmasıdır. Bu olasılık yüzeyler arasındaki mesafeyle üstel olarak düşer ve yalıtkan metalin ayrıntıları ile de değişir, fakat bu safhalar "fenamenolojik" bir tünelleme matris elemanı T_{kq} içinde absorplanabilir. Yani,

$$H_T = \sum T_{kq} c^*_{k\sigma} c_{k\sigma} + hermconj \qquad (2.110)$$

biçiminde hamiltonyenin içinde çiftleyici bir terim varsayılabilir, burada k indisi bir metale ve q diğerine karşılık gelir; problemde hiç manyetik pertürbasyon olmadığından tünelleme sürecinde hiç spin taklası (flip) olmadığı varsayılır. Tam olarak yazılan terim bir elektronu, q metalinden k' ya aktarırken, birleştirici terim tersini yapar. Genelde olduğu gibi, geçiş olasılığı (ve böylece akım) matris elemanın karesiyle orantılıdır.

Örneğin, bir elektronun (2.110) ile süperiletkende bir $k\uparrow$ durumuna geçtiği varsayılırsa

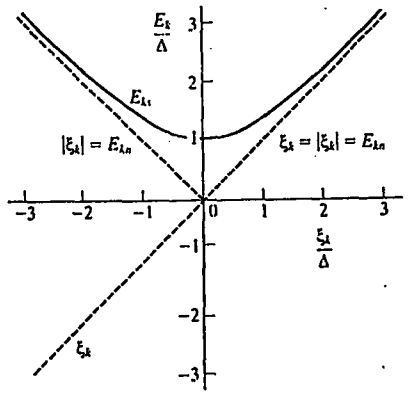
$$\begin{aligned}
\gamma^*_{ek0} &= u^*_k c^*_{k\uparrow} - v^*_k S^* c_{-k\downarrow} \\
\gamma^*_{hk0} &= u^*_k S c^*_{k\uparrow} - v^*_k c_{-k\downarrow} \\
\gamma^*_{ekl} &= u^*_k c^*_{-k\downarrow} + v^*_k S^* c_{k\uparrow} \\
\gamma^*_{hkl} &= u^*_k S c^*_{-k\downarrow} + v^*_k c_{k\uparrow}
\end{aligned} \qquad (2.111)$$

ifadeleri kullanılarak, bu elektron durumuna uygun varsayımlar γ_k cinsinden yeniden ifade edilebilirler. Sonuç olarak,

$$c^*_{k\uparrow} = u_k \gamma^*_{ek0} + v^*_k \gamma_{hkl} \qquad (2.112)$$

elde edilir.

Eğer süperiletken kendi taban durumunda ise, ikinci terim sıfır verir ve süreç $|u_k|^2|T_{qk}|^2$ ile orantılı bir akım sağlar. $|u_k|^2$ faktörünün fiziksel önemi bunun k durumunun BCS fonksiyonunda işgal edilmemiş olma olasılığını ifade edebilmesidir. Bu sebeple tünelleme akımının uygun uyarılmış durumlarının yoğunluğunun yanısıra, süperiletken taban durumunun doğasınada bağlı olacağı anlaşılabilir. Şekil 2.2'de görüldüğü gibi, tam olarak aynı $E'_k = E_k$ enerjisine fakat $\xi'_k = -\xi_k$'ya sahip diğer bir durum vardır. (2.112) ifadesi kullanılarak, 'l' ,'k'ile değiştirildiğinde k'nın içinde tünellemenin $|u'_k|^2|T_{k'q}|^2 = |v_k|^2|T_{k'q}|^2$ ile orantılı bir akım getirdiği görülür, çünkü $|u(-\xi)| = |v(\xi)|$ dır. İki matris elemanın, Fermi yüzeyi üzerinde k ve k' nün aynı nokta yakınında olduğundan, hemen hemen birbirine eşit olduğu varsayımı yapıldığında bu iki kanaldan toplam akım $\left(|u_k|^2 + |v_k|^2\right)|T_{kq}|^2 = |T_{kq}|^2$ ile orantılıdır ve süperiletken dalga fonksiyonunun koherens faktörleri u_k ve v_k düşerler. Eğer sonlu sıcaklıklara genellenirse sanal parçacık işgal numaraları f_k sıfırdan farklı olur. (2.112) ifadesinin her iki terimi de katkıda bulunur, ilki $(1-f_k)$ olarak, ikincisi ise f_k olarak. Tekrar dejenere kanallar birleştiği zaman, akım basitçe $|T_{kq}|^2$ ile orantılıdır.



Şekil 2.3 Normal durumdan süperiletken duruma geçişte elementer enerji değişiminde ξ_k nın fonksiyonu, bağımsız parçacıkların Fermi düzeyindeki izafi enerjileri.

2.4.8. Elektrodinamik

İlgili durumlarda, alan $B=curlA$ gibi klasik bir enine vektör potansiyeli $A(r)$ tarafından tanımlanabilir. Bunlar, toplam alanlardır, süperakımlar tarafından perdeleme etkilerini de içerirler, ki bunlar kendi kendine tutarlı bir yolla tanımlanabilir. Bir vektör potansiyelinin varlığında, hem klasik hemde kuantum mekaniğinin kanonik momentumunun olağan kinetik momentumunun yanısıra bir potansiyel- momentum terimide içerir. Böylece momentum, $p = mv + eA/c$ olur, burada e parçacığın yüküdür. Böylece $\frac{1}{2}mv^2$ olan kinetik enerji terimi $(p - eA/c)^2/2m$ haline gelir. Fakat potansiyel enerji ifadesi değişmez. $p_i \rightarrow -i\hbar\nabla_i$ operatör değişimi yapılarak sonuçta pertürbasyon terimi şu şekilde elde edilebilir,

$$H_1 = \frac{ie\hbar}{2me}\sum_i (\nabla_i . A + A.\nabla_i) \qquad (2.113)$$

burada toplam tüm parçacıklar üzerinden alınır. Eğer vektör potansiyel uzaysal Fourier bileşenlerine ayrılırsa

$$A(r) = \sum_k a(q) e^{iq.r} \qquad (2.114)$$

H_1 şu şekilde yazılabilir,

$$H_1 = -\frac{e\hbar}{mc}\sum_{k.q} k.a(q) c^*_{k+q,\sigma} c_{k,\sigma} \qquad (2.115)$$

çünkü tanım gereği, enine bir alan için $q.a(q) = 0$ dır.

Belirleyici etkileşim orbital hareketi ile olduğundan, spin indisi değişmez.

$$H_1 = \sum_{k\sigma, k'\sigma'} B_{k'\sigma', k\sigma} c^*_{k'\sigma'} c_{k\sigma} \qquad (2.116)$$

ifadesindeki $B_{k'\sigma', k\sigma}$ teriminin tam biçimi (2.115) ifadesinden elde edilebilir. Bu matris elemanlarının k ile orantılı oluşundan, etkileşimin bütün olarak şu şekilde yazılabilir.

$$H_1 = -\frac{e\hbar}{mc}\sum k.a(q)\begin{bmatrix}\left(u_k u_{k+q} + v_k v_{k+q}\right)\left(\gamma^*_{k+q,0}\gamma_{k,0} - \gamma^*_{kl}\gamma_{k+q,l}\right)\\ +\left(v_k u_{k+q} - u_k v_{k+}\right)\left(\gamma^*_{k+q,0}\gamma^*_{kl} - \gamma_{k+q,l}\gamma_{k0}\right)\end{bmatrix} \qquad (2.117)$$

Bir vektör potansiyelin varlığında akım, $v = (p/m) - (eA/mc)$ ifadesindeki iki terime karşılık olarak J_1 ve J_2 den iki terim meydana gelir. İkinci terim şu basit sonucu verir,

$$J_2 = -\frac{ne^2}{mc}A \qquad (2.118)$$

ki eğer n; "süperiletken elektronların" sayısı n_s olarak tanımlanabilseydi, tam olarak London denklemine karşılık gelecekti. Gerçekte n, her zaman toplam elektron yoğunluğudur ve bu terim normal durumdakiyle aynı değere sahiptir. Burada J_1 genellikle paramanyetik akım terimidir, çünkü J_2 diamanyetik akımı yok etmeye meyillidir. J_1'in q'uncu Fourier bileşeni şu operatörün hesaplanmasıyla bulunabilir,

$$J_1(q) = \frac{e\hbar}{m}\sum_k k c^*_{k-q} c_k \qquad (2.119)$$

ki daha sonra (2.117) ifadesine benzeyen bir biçim vermek üzere γ operatörleri türünden açılabilir.

Bir vektör potansiyelin çeşitli Fourier bileşenlerine akım tepkisini tanımlamak için standart bir notasyon geliştirilirse, yani,

$$J(q) = -\frac{c}{4\pi}K(q)a(q) \qquad (2.120)$$

örneğin London teorisinde

$$J(r) = -\frac{1}{c\Lambda}A(r) = -\frac{c}{4\pi\lambda^2}A(r) \qquad (2.121)$$

tepki q'dan bağımsızdır, ve

$$K(q) = K(0) = \frac{1}{\lambda^2} \qquad (2.122)$$

şeklindedir.

$T=0$'da ideal sınır için $\lambda_L^2(0) = mc^2/4\pi ne^2$ tanımı ve (2.118) ifadesi kullanılarak, J_1 ve J_2'yi içeren tepki fonksiyonu şu şekilde yazılabilir:

$$K(q,T) = \lambda_L^{-2}(0)\left[1 + \lambda_L^2(0)K_1(q,T)\right] \qquad (2.123)$$

izotropik sistemlerde enine alanlarla sınırlanıldığından $K(q)$ sadece $|q|$'nun bir fonksiyonudur ve basitçe $K(q)$ şeklinde yazılabilir. Genelde q-bağımlı bir $K(q)$ ile kooordinat uzayında ilgili yerel -olmayan tepki arasındaki ifadede $F(R)$ ile tanımlanmaktadır.

$$J(r) = C\int \frac{R[R.A(r')]}{R^4} F(R)dr' \qquad (2.124)$$

Burada $R = r - r'$ dür. $A(r') \approx e^{iq.r'}$ dikkate alınarak, $K(q)$ ve $F(R)$ arasındaki ilişkinin

$$K(q) = \frac{16\pi^2 C}{3c}\int_0^\infty \left[\frac{3}{qR} J_1(qR)\right] F(R)dR \qquad (2.125)$$

olduğu görülebilir, burada $J_1(x) = x^{-2}\sin x - x^{-1}\cos x$ küresel bir Bessel fonksiyonudur, öyle ki $|3x^{-1}J_1(x)|$ ve x=0 için bire eşit olan sönümlü bir titreşim fonksiyonudur. Buradan,

$$K(0) = \frac{16\pi^2 C}{3c}\int_0^\infty F(R)dR \qquad (2.125.a)$$

bu ifade $F(R)$'nin integraline bağlıdır, oysa $q \to \infty$'a gittikçe

$$K(q) \xrightarrow{q \to \infty} \frac{16\pi^2 C}{3c}\frac{F(0)}{q}\int_0^\infty \frac{3}{x} J_1(x)dx = \frac{4\pi^3 CF(0)}{cq} \qquad (2.126.b)$$

ki bu değer sadece $F(R)$'nin orijindeki değerine bağlıdır. Oran olarak şu bulunur,

$$\frac{K(q)}{K(0)} \xrightarrow{q \to \infty} \frac{3\pi}{4qL} \qquad (2.126.c)$$

burada $L = F^{-1}(0)\int F(R)dR$ reel uzaylı esas $F(R)$'nin menzilinin bir ölçüsüdür. Bu ilişkiler çok geneldir; $L=l$ olan normal durumda J ve E arasındaki ilişkiye ve $L = \xi_0$ arasındaki ilişkiye uygulanabilir.

5. BARDEEN-BOGOLİUBOV TEORİSİ

Fröhlich, fononlar sayesinde elektron-elektron etkileşimlerinin önemli olduğuna dikkat çeken ilk kişiydi, fakat süperiletkenlik olayını açıklamada tam başarılı olamadı.

Son olarak Bardeen ve Bogoliubov süperiletkenlik probleminin önemli kısımlarını çözen uygun bir teori geliştirdiler. Bu teoriye göre; serbest elektron modeli normal bir iletken metal için iyi bir yaklaşım olduğundan, elektron-fonon etkileşimlerinin ve zayıf pertürbasyon olarak perdelenmiş Coulomb itmesinin etkileri incelenir. Diğer yandan, süperiletken durumda, Fermi yüzeyi civarında yaklaşık enerji genişliği kT_c olan bölgede duran elektronlar birbirleriyle kuvvetli bir şekilde etkileşirler, bu sebeple elektronik enerji durumları normal durumdakinden daha düşüktür. Bu sebeple, elektronlar arasındaki ilişkiyi doğru olarak dikkate almak gerekir. Bu durumda Coulomb kuvveti itici olduğundan elektron-fonon etkileşiminden enerji düşüşü olmalıdır.

Fononların absorpsiyonu ve emisyonuyla etkilenmiş elektronlar arasındaki ilişki dikkate alınırsa, elektronik durumun enerji değişimi etkileşimde içerilen fononların ortalama enerjisi $\hbar\omega$ ile kıyaslandığında çok küçük olacaktır. Çünkü elektronik durumlar arasındaki geçişler Fermi yüzeyinin komşuluğuna sınırlanmıştır. Bu fonon sistemlerinin frekanslarının, süperiletken durumun bir nedeni olarak dikkate alınabilecek çiftleme işlemlerindeki elektronik sistemdekinden önemli derecede büyüktür. Buna, elektronik sistem değişiminin bir fonon sisteminkine kıyasla daha yavaş gerçekleştiği şeklinde adbayatik bir yaklaşım yapılabilir. Şu şekilde ifade edilirse,

$$H = H_{ph} + \varepsilon H_{\text{int}} + \varepsilon_2 (H_{el} + H_{sc}) \qquad (2.127)$$

fonon enerjisi H_{ph}'ın $\hbar\omega$ mertebesinde olması, elektron-fonon etkileşiminin $\sqrt{\hbar\omega}$ mertebesinde olması ve elektron enerjisi $H_{el}+H_{sc}$ 'nin kT_c mertebesinde olması beklenir. Böylece ε 'nun, büyüklüğü $(kT_c/\hbar\omega)^{1/2}$ mertebesinde olan bir parametre olduğunu varsayarak, pertürbasyon hesabı mümkündür.

Elektron dizilimi sabitlenir, H_{int} 'i bir pertürbasyon terimi olarak fonon sisteminin taban durumu olarak belirlenirse ε^2 mertebesindeki enerji değişimi şu şekilde verilir,

$$\varepsilon^2 \langle 0 | H_{\text{int}} \frac{1}{H_{ph}} H_{\text{int}} | 0 \rangle = -\varepsilon^2 g^2 \sum_k \frac{1}{2V} \rho(k)\rho(-k) \qquad (2.128)$$

burada $|0\rangle$ fonon sisteminin taban durumudur. Eğer bu elektronlar için adbayatik bir potansiyel olarak alınırsa, ε^2'ye kadar bir yaklaşıklık içinde, elektronların etkin hamiltonyeni şöyle verilir:

$$H_{eff} = \sum_{k\sigma} \frac{\hbar^2}{2m} k^2 a_{k\sigma} + a_{k\sigma} - \frac{1}{V} \sum_{k} \left[\frac{g^2}{2} - \frac{2\pi e^2}{k^2 + k_c^2} \right] \rho(k)\rho(-k) \qquad (2.129)$$

Burada, kolaylık olması için $\frac{e^2}{r} e^{-k_c r}$ yi perdelenmiş Coulomb potansiyeli olarak alınır. (2.129) Bardeen'in başlangıç noktası için aldığı hamiltonyendir.

Fononlar sayesinde elektron-elektron etkileşimi Fermi yüzeyi komşuluğunda çekici kuvvetler sağlar ve perdelenmiş Coulomb itimiyle dengelenir. Süperiletkenliğin meydana gelmesi gerekli şart elektron-fonon etkileşiminin yeterince güçlü olması ve şu şartın yerine gelmesi gerekir,

$$g^2 \rangle \left\langle \frac{4\pi e^2}{k^2 + k_c^2} \right\rangle \qquad (2.130)$$

Bu şartın gerçek süperiletkenler tarafından çok iyi yerine getirildiği gözlenmiştir. Anlatımın sadeleşmesi için Coulomb itmesi yerine maksimum değer ile yerleştirilirse ve

$$J = \frac{1}{V} \left(g^2 - \frac{4\pi e^2}{k_c^2} \right) \qquad (2.131)$$

sabit olarak alınırsa, denklem (2.129) şu şekilde yazılabilir:

$$H_{eff} = \sum \varepsilon_k \left(a^*_{k\uparrow} a_{k\uparrow} + a^*_{-k\downarrow} a_{-k\downarrow} \right) - J \sum_{a} \sum_{k} \sum_{k'} a^*_{k+q\uparrow} a^*_{-k\downarrow} a_{-k'\downarrow} a_{k'+q\uparrow} \qquad (2.132)$$

burada ε_k serbest bir elektron için kinetik enerji $\frac{\hbar^2}{2m} k^2$ ve elektronun fonon alanıyla etkileşimine dayanan kendi-kendine enerjinin toplamıdır. Bardeen etkileşimin sadece q=0 kısmını (2.132) ifadesini şu şekilde sadeleştirerek almıştır.

$$H_{red} = \sum \varepsilon_k \left(a^*_{k\uparrow} a_{k\uparrow} + a^*_{-k\downarrow} a_{-k\downarrow} \right) - J \sum a^*_{k\uparrow} a^*_{-k\downarrow} a_{-k'\downarrow} a_{k_i\uparrow} \qquad (2.133)$$

Adbayatik yaklaşımın geçerli olması için sağ tarafın ikinci terimindeki k ve k' üzerinden toplam Fermi yüzeyi civarında $\hbar\omega$'lık bir enerji genişliğine sınırlanmalıdır. Denklem (2.133)'da sadece elektronların $(k\uparrow, -k\downarrow)$ şeklinde çiftlendiği terimler seçilmiş

ve bu terimler birlikte yok edilir veya yaratılırlar. Buradan, böyle bir elektron çiftinin bir birim olduğunu ve farklı çiftlerin bağımsız olarak hareket ettikleri varsayılarak bir yaklaşım yapılırsa, (2.133) çözülerek şu sonuçlar elde edilir:

$$\overline{H} = \sum_k \left\{ \varepsilon_k \left(a^*_{k\uparrow} a_{k\uparrow} + a^*_{-k\downarrow} a_{-k\downarrow} \right) - c_k \left(a^*_{k\uparrow} a^*_{-k\downarrow} + a_{-k\downarrow} a_{k\uparrow} \right) \right\}$$

$$+ \sum J_{kk'} \left\langle a^*_{k\uparrow} a^*_{-k\downarrow} \right\rangle \left\langle a_{-k\downarrow} a_{k\uparrow} \right\rangle \qquad (2.134)$$

$$c_k = \sum_{k'} J_{kk'} \left\langle a^*_{k\uparrow} a^*_{-k\downarrow} \right\rangle = \sum J_{kk'} \left\langle a_{-k'\downarrow} a_{k'\uparrow} \right\rangle \qquad (2.135)$$

Burada $J_{kk'}$, $\left\| \varepsilon_k - E_F \right\| < \hbar\overline{\omega}$ ve $\left| \varepsilon_{k'} - E_F \right| < \hbar\overline{\omega}$ için bir J değerini alır ve diğer durumlarda sıfırdır. (2.134) ifadesi ile elektronların toplam sayısının korunamaması zorluğu vardır. Bu zorluğun aşılması için $\overline{H}$ yerine şu ifade seçilir,

$$\wp = \overline{H} - \lambda \sum \left(a^*_{k\uparrow} a_{k\uparrow} + a^*_{-k\downarrow} a_{-k\downarrow} \right) \qquad (2.136)$$

ve λ için N_e'nin toplam elektron sayısı olarak belirlendiği bir yöntem kullanılırsa; ki bu şart aşağıda gösterildiği gibi $\lambda \approx E_F$ koyarak sağlanabilir. Eğer (2.134) ifadesindeki ε_k $\varepsilon_k - \lambda \cong \varepsilon_k - E_F$ ile yer değiştirerek (2.134) ifadesini çözümüne eşdeğer hale gelir.

(2.134) ifadesi Bogoliubov dönüşümüyle aşağıdaki gibi diagonolize edilir.

$$a_{k\uparrow} = u_k \alpha_{k1} + v_k \alpha^+_{k0} \qquad a^*_{k\uparrow} = u_k \alpha^+_{k2} + v_k \alpha_{k0}$$

$$a_{-k\downarrow} = u_k \alpha_{k0} - v_k \alpha^+_{k1} \qquad a^*_{-k\downarrow} = u_k \alpha^+_{k0} - v_k \alpha_{kl}$$

$$u_k^2 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + c_k^2}} \right) \qquad v_k^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + c_k^2}} \right) \qquad (2.137)$$

sonuç

$$\wp = U + \sum \sqrt{\varepsilon_k^2 + c_k^2} \left(\alpha^+_{k0} \alpha_{k0} + \alpha^+_{k1} \alpha_{k1} \right)$$

$$U = -\sum_k \varepsilon_k \left(1 - \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + c_k^2}} \right) - \frac{1}{2} \sum_k \frac{c_k^2}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + c_k^2}} \qquad (2.138)$$

Böylece elektron çiftlerinin topluluğu enerji spektrumu $E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + c_k^2}$ olan bağımsız parçacıklardan birine eşdeğer hale gelir. (2.138) ifadesi $c_k = 0$ olan bir çözüme sahiptir. Eğer (2.136) ifadesine geri dönülecek olunursa, bu doğrudan doğruya $c_k = 0$'ın normal durum için çözümü sağlar. Bu durum şu şekilde ifade edilir:

$$u_k = \begin{Bmatrix} 1 \varepsilon_k \rangle 0 \\ 0 \varepsilon_k \langle 0 \end{Bmatrix} \qquad v_k = \begin{Bmatrix} 0 \varepsilon_k \rangle 0 \\ 1 \varepsilon_k \langle 0 \end{Bmatrix} \qquad (2.139)$$

Burada $\alpha_{k1}^{+} \equiv a_{k\uparrow}^{*}$ ve $\sum \varepsilon_{k0}^{+} \equiv a_{-k\downarrow}^{*}$ Fermi yüzeyi dışında $(\varepsilon_k \langle 0)$ yaratma operatörleri ve $\alpha_{k0}^{+} = a_{k\uparrow}$ ve $\alpha_{k1}^{+} = -a_{-k\downarrow}$ ise hol yaratma operatörleridir.

(2.138) ifadesi bir diğer $c_k \neq 0$ çözümüne sahiptir. Bu durumda, taban durumu ile tek α parçacığının açıkça en az c_k kadar bir enerji aralığı vardır. $c_k \neq 0$ olan bir çözüm süperiletken bir durumla birleştirilirse, c_k'nın büyüklüğünün (2.138) ifadesindeki k üzerinden yapılan toplamın ε üzerinden bir integrasyonla yer değiştirmesiyle sabit bir değer alır. Sonuçta,

$$\frac{1}{JN(0)} = \int_0^{\hbar\omega} \frac{d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + c^2}} \qquad c_0 = \frac{\hbar\omega}{\sinh\left(\frac{1}{N(0)J}\right)} \qquad (2.140)$$

olur. Bir çok metal için $N(0)J \leq 1/4$ olduğundan (2.140) ifadesi şu şekilde yazılabilir:

$$c_0 \cong 2\hbar\bar{\omega} e^{-\frac{1}{N(0)J}} \qquad (2.141)$$

Eğer $\hbar\bar{\omega} \cong k\Theta_D$ olarak alınırsa, burada Θ_D Debye sıcaklığıdır, (2.141) makul bir büyüklük verir. Bunun dışında (2.141) ifadesinde izotop etkisi yerine gelir; çünkü $\bar{\omega} \propto 1/\sqrt{M}$ dir.

2.6. 1986'DAN SONRA SÜPERİLETKENLİK

Süperiletkenliğin bulunuşundan günümüze kadar araştırmacılar yüksek sıcaklıklarda ve yüksek parametrelere sahip yeni süperiletken malzemeleri bulmak için

çok yoğun araştırmalarını sürdürmüş ve halende sürdürmektedir. İnsanlığın hedefi oda sıcaklığında süperiletken olabilen malzemeler keşfetmektir. Çünkü böyle bir olasılık, insanlığın, içinde bulunduğu teknolojik seviyenin çok üstüne çıkmasına ve mevcut enerji sorununu aşmasını sağlayacaktır.

Tablo 2.1 Oksit süperiletkenler

BİLEŞİK	**$T_C(^0K)$**	**TARİH**
TiO , NbO	1	1964
$SrTiO_{3-x}$	0,7	1964
A_xWO_3	6	1965
Ag_7O_8X	1	1966
A_xMoO_3	4	1969
A_xReO_3	4	1969
$LiTi_2O_4$	13	1974
$Ba(Pb , Bi)O_3$	13	1975
$(La , Ba)_2CuO_4$	35	1986
$YBa_2Cu_3O_7$	95	1987
Bi / Sr / Cu / O	22	1987
Bi / Sr / Ca / Cu / O	90	1987
Ti / Ba / Ca / Cu / O	122	1988
K / Ba / Bi / O	30	1988
Pb / Sr / Y / Cu / O	70	1988
Nd / Ce / Cu / O	24	1989

İşte bu alanda George Bednorz ve Alex Müller'in 1986 yılı başlarında lantan (*La*), baryum (*Ba*) ve bakır oksit (*CuO*) seramik bileşiğinde 30 ^0K'de süperiletkenliğin görüldüğünü rapor etmelerinden sonra bu alanda muazzam bir aktivite başlamış oldu. *LaBaCuO* ilk yüksek T_c'ye sahip süperiletkendir. $La_{2-x}Ba_xCuO_4$ bileşiğinde $X = 0,15$ iken $T_c = 35\ ^0K$ olarak gözlenmiştir. $X > 0,20$ olduğunda ise süperiletkenlik kaybolmaktadır.

Süperiletken aletlerin ticarileşebilmeleri için 80 ^{0}K'in üzerinde bir kritik sıcaklığa sahip olmaları gerekir. Bednorz ve Müller' in çalışması bu amaç için büyük bir aşama anlamındadır ve bu alandaki ilerleme çok hızlıdır. Endüstriyel işleme için arzu edilen özellikleri olan süperiletken materyalleri imal etmenin tabiatında olan zorluklara ve yeni materyallerin bazı süperiletken özellikleri (örneğin, düşük elektriksel akım yoğunluğu kapasitesi) ile başlangıçtaki hayal kırıklığına rağmen, yüksek sıcaklık süperiletken özelliklerine dayanan ticari ürünler şimdiden piyasalara çıkmaya başlamıştır

BÖLÜM III

1. SONUÇ

Süperiletkenlik; bazı metallerin ve alaşımların, belirli bir sıcaklığın altına soğutulduklarında, akımı dirençle karşılaştırmadan geçirmeleri ve elektriksel iletkenliklerinin sonsuz olması anlamına gelir. Süperiletken maddeler akımı üzerlerinden dirençsiz olarak geçirirken mükemmel bir diamanyetik gibi davranır ve içlerindeki akıyı dışarı iterler.

BCS teorisi, ilk temel ilkelere dayanarak süperiletkenliğin açıklamasını yapmıştır. Bu teori süperiletkenlik için temel bir teoridir. Fakat bu teorinin oluşabilmesi tarihsel süreç içerisinde bazı teorilerin ortaya atılması ve bunların tartışılması ile gerçekleşmiştir.

Meissner etkisinin keşfiyle, Gorter ve Casimir (1934) iki tamamlayıcı varsayımla birlikte, faz geçişinin standart teorisini kullanarak normalden süperiletken duruma geçişe termodinamik bir yaklaşım geliştirmişlerdir. Ama bu model, sınırlı bir uygulanabilirliliğe sahiptir; çünkü teorinin sonucu eksponansiyel olarak ifade edilememiştir.

London ise, yine Meissner etkisinin; bir süperiletkenin içinde akı yoğunluğunun sadece sabit olmadığını, aynı zamanda bu sabit değerin sıfır olduğu sonucundan hareketle süperiletken bir metalin, manyetik davranışının sadece $\vec{B}$'ne değil, B'nin kendisine de uygulanırsa doğru olarak ifade edilebileceğini öne sürmüştür. London teorisi ile süperiletkenlik için önemli sonuçlara varılmıştır. Buna göre manyetik alan, süperiletken içerisinden "nüfuz derinliği" olarak tanımlanan λ kadar bir derinlikte kalarak dışarıya atılır. Bu büyüklük sıcaklığa bağlı olarak değişmektedir. Süperiletken, sahip olduğu yüzey akımı ile içerisindeki manyetik akıyı ve mükemmel diamanyetik özellik gösterir. London denklemleri sadece yaklaşıklıklar içerir; nüfuz derinliği deneysel olarak gözlenmiş fakat hesaplanan değeri ile arasında farklılıklar bulunmuştur.

Ginzburg-Landau ise London teorisine bir alternatif olarak öne sürülmüş ve belirli bir yere kadar fenamonolojik bir teoridir. Doğruluğu sıfır alanda faz geçişini tanımlaması ve bu zamana kadar ki varsayımları kesinliğe kavuşturmuş olmasıdır. Bu teori tamamen klasik olan London teorisinin aksine manyetik alanın etkisini kuantum mekaniğini

kullanarak açıklar. Bu teoride süperiletken elektronların davranışı etkin dalga fonksiyonu olarak adlandırılan Ψ ile tanımlanmıştır. Bu teorinin sonuçlarından yararlanarak incelenen süperiletkenin tipini tayin etmek mümkündür.

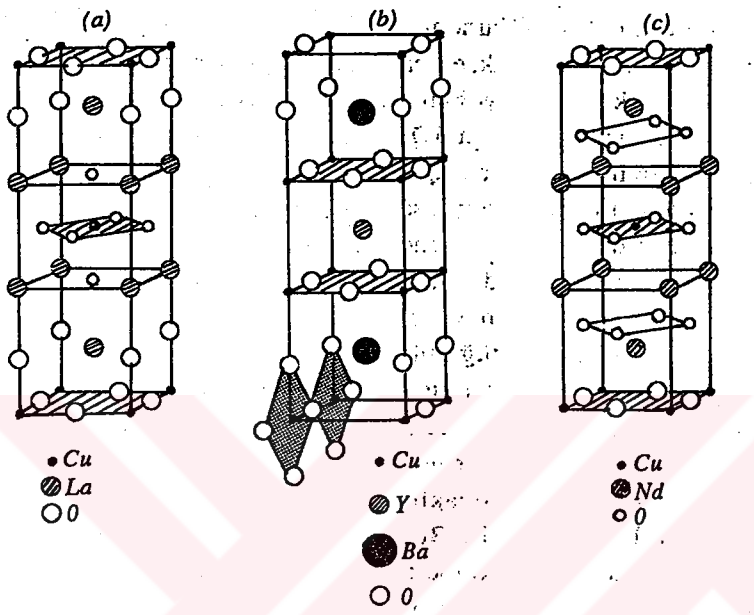
Tüm bunlardan sonra BCS, eşit ve zıt momentum ile spine sahip elektronları çekici bir elektron-fonon etkileşmesi ile birleşerek, Cooper çiftleri olarak bilinen elektron çiftleri oluşturdukları fikrini ortaya attılar. Olaya tamamen kuantum mekaniksel yaklaşarak, süperiletkenlerde taban ve uyarılmış durumlar arasında bir enerji aralığının varlığını, nüfuz ve koherens uzunluğu kavramlarını, kritik sıcaklık ifadesini ve süperiletken halkadan geçen manyetik akının kuantumlu olduğunu ve etkin yükün e değil $2e$ olduğu sonuçlarına varmışladır. Bu teori süperiletkenlik ile ilgilenen diğer bilim adamları tarafından temel kabul edilmiş ve çalışmalar teknolojik alanlara kaydırılmıştır.

BCS teorisi alçak sıcaklıklarda tüm süperiletkenlerin özelliklerini açıklayabilmektedir. Örneğin, normal koşullarda çok iyi iletken olan maddelerin alçak sıcaklıkta süperiletkenlik göstermeyişleri önceleri anlaşılamamış, fakat BCS teorisi ile bu durum açıklanmıştır: Cooper çiftlerinin oluşması, elektronlarla örgü arasında kuvvetli bir etkileşme gerektirir; oysa, normal iletkenlerde elektronlar örgüyle çok zayıf etkileştiği için iyi iletken olmuşlardır.

1986'da Bednorz ve Müller'in lantan (La), baryum (Ba) ve bakır oksit (CuO) bileşiğinde 30 ^{0}K'de süperiletkenliği gözlemleyerek, süperiletkenlikte yeni bir çığır açmışlardır. Bu tarihten sonra bilim adamları yüksek sıcaklık süperiletkenleri üzerinde çalışmalarını yoğunlaştırmışlardır.

Yeni yüksek sıcaklık süperiletkenlerinde de BCS teorisindeki gibi elektron çiftleri oluştuğu kabul edilmektedir. Ancak bu çiftlerin değişik bir elektron-örgü etkileşmesiyle oluştukları sanılmaktadır. Buradan da anlaşılacağı gibi yüksek sıcaklık süperiletkenleri için, alçak sıcaklıklardaki süperiletkenlerde olduğu gibi temel sayılabilecek BCS benzeri bir teori kurulamamıştır, fakat çalışmalar sürmektedir. Yüksek sıcaklık süperiletkenleri genelde bakır (Cu)-oksit (O) bileşenleri içerir. Bu malzemelerin en büyük özelliği, daha önceki metal alaşımları yerine metal oksitlerinden oluşan, perovskit adı verilen özel bir kristal yapısında olmalarıdır. Bu yapının göze çarpan en önemli özelliği ise bakır (Cu) ve ona bağlı oksijen (O) atomlarının oluşturduğu çok iyi iletken olan bakır-oksit (CuO)

düzlemlerinin, baryum (Ba) ve diğer nadir toprak elementlerinin oluşturduğu yalıtkan düzlemler ile ayrılmış olmalarıdır. Son yapılan çalışmalarda yitriyumlu (y) ve La-BaCuO bileşikleri kullanılmaktadır.



Şekil 2.4 a) La_2CuO_4 b) $YBa_2Cu_3O_{6,5}$ c) Nd_2CuO_4 materyallerinin kristal yapıları.

II. Tip ve yüksek sıcaklık süperiletkenleri elde etmek ve bunların fiziksel ve mikro yapılarını incelemek için Normal-Sertleştirme-Tavlamayla-Büyütme (NSTB) ve daha geliştirilmiş olarak Alevle-Sertleştirme-Tavlamayla-Büyütme (ASTB) yöntemleri mevcut olup daha da geliştirilmeye çalışılmaktadır.

Bu tip metotlarla bazı Türk bilim adamlarının çalışmalarıda mevcuttur. Örneğin Ankara Üniversitesinden bir grup YBa/2Cu/O/7 süperiletkeninin hazırlanması ve mikro yapısının incelenmesi çalışması yapılmıştır (Gencer, A. vd. Mikrostructural and physical properties of YBa/2Cu/3O/7 minus delta superconductors prepared by the flame-quench-melt-growth (FQMG) method. Physica C: Superconductivity v 279 n 3-4 June 1 1997). Benzer şekilde Karadeniz Teknik Üniversitesinden bir grup, Bi-(Pb)-Sr-Ca-Cu-O yüksek sıcaklık süperiletkeninin AC kayıplarını ve tersinmezlik çizgisini incelemiştir (AC losses

and irreversibility line of Bi-(Pb)-Sr-Ca-Cu-O high T_c suoerconductors. Journol of Alloys and Compounds v 255 n 1-2 Jun 1997).

Günümüzde AC,DC makineler, enerji iletim hatları, transformotörler gibi bir çok makine ve cihazda uygulama çalışmaları yapılmaktadır. Bunun yanında DC polarizasyon gerilim-akım sınırlayıcılar ve süperiletken manyetik enerji depolama sistemleri (SMES) gibi yeni uygulama alanları süperiletken prensiplerden yola çıkılarak ortaya atılmış yeni çalışmalardır. Ayrıca süperiletkenler tıpta süperiletken kuantum giriş aygıtlarında (SQUID), bolometrelerde ve resonatörlerde kullanılmaktadır. Bugüne kadar işletme emniyeti, kullanılabilirlik ve devamlılık ile ilgili olarak ortaya çıkan sorunlara fazla önem verilmemiştir. Çünkü süperiletkenlik yeni ve hızlı gelişen bir teknolojidir. Dolayısı ile bu konu ile ilgili nicel bilgiler sınırlıdır.

Günümüzde yaygın olarak çalışılan süperiletkenler konusunda özellikle oksitli süperiletken bileşiklerin fiziksel özelliklerini açıklayan teoriler tam olarak oluşturulamamıştır. Ayrıca farklı oksit filimlerin süperiletkenlik özellikleride deneysel olarak incelenmektedir. Süperiletkenlik mevcut sistemler için bir alternatif olarak kabul edilmeden önce sorunların çözülmesi için çalışma ve araştırmalar devam etmektedir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

ASHCROFT N.W., and Mermin N.D., 1976, Solid State Physics, International Edition, Cornell Üniversity, 826.

BARDEEN J., 1990, Superconductivity and Other Macroscopic Quantum Phenomena, Physics Today, Vol.43, 25-31.

BATTLOG B., 1991, Physical Properties Of High-T_c Superconductors, Physics Today, Vol.44, 44-50.

BEDNORZ J.G., and Müller K.A., 1986, Possible High T_c Superconductivity In The Ba-La-Cu-O System, Zeitsschrift Für Physik B, 64,189.

BLAKEMORE J.S., 1985, Solid State Physics.

BOGOLIUBOV N., 1958, A New Method In The Theory Of Superconductivity, I Soviet Physics JETP, 7, 41.

COOPER L.N., Bardeen J., Schrieffer J.R., 1957, Theory Of Superconductivity, The Physical Review, 108, 1175.

CRISAN M., Theory Of Superconductivity, 1989, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

DURLU T..N., 1992, Katıhal Fiziğine Giriş, Ankara Üniversitesi, 312.

GINZBURG V.L. and Landau L.D., 1950, On The Theory Of Superconductivity, JETP USSR, 20, 1064.

GORTER J.C., and Casimir H.B.G., 1934, Physica 1, 306.

HARRISON D., Solid State Theory, 494.

JEFFREY W.L., 1990, High Temperature Superconductivity, University Of Maryland, College Park.

KITTEL C., Introduction To Solid State Physics, 1976, John Willey And Sons Inc., USA.

KUBA and NAGAMIYA, Solid State Physics, 42.

LONDON F. and London H., 1935, The Electromagnetic Equations Of The Superconductors, Proceeding Of The Royal Society A149, 71.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam)

OMAR M.A., 1975, Elemantary Solid State Physics, Addison-Wesley Publishing Company, 658.

ONNES H. K., 1911, Akad Van Weten Schappen (Amsterdam), 14-113- 818.

PATTERSON J.D., Introduction To The Theory Of Solid State Physics, 320.

PIPPARD A.B., 1953, Proceeding Royal Society (London), A 216, 547.

ROSE-INNES A.G. and Rhoderick E.H., 1969, Introduction To Superconductivity, Oxford, Pergamon Press.

TAYLOR J.R., and Zafaritos C., 1991, Modern Physics For Scientists An Engineers, 405.

TINKHAM M., Introduction To Superconductivity, Harward University, Second Editions, Mc Graw-Hill, Inc.

VIDALI G., 1993, Superconductivity:The Next Revelation? Cambridge University Press.