Uygunluk Kısıtlı Çok Kaynaklı Genelleştirilmiş Atama Problemi İçin Bir Tavlama Benzetimi Algoritması

Kumsal Erten

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Ocak 2021

A Simulated Annealing Algorithm For The Multi Resource Generalized Assignment Problem With Compliance Constrained

Kumsal Erten

MASTER OF SCIENCE THESIS

Department of Industrial Engineering

January 2021

Uygunluk Kısıtlı Çok Kaynaklı Genelleştirilmiş Atama Problemi İçin Bir Tavlama Benzetimi Algoritması

Kumsal Erten

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Yöneylem Araştırması Bilim Dalında

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Doç. Dr. Tuğba Saraç

İkinci Danışman: Doç. Dr. Feriştah Özçelik

Ocak 2021

ETİK BEYAN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Doç. Dr. Tuğba Saraç ve Doç. Dr. Feriştah Özçelik danışmanlığında hazırlamış olduğum "Uygunluk Kısıtlı Çok Kaynaklı Genelleştirilmiş Atama Problemi İçin Bir Tavlama Benzetimi Algoritması" başlıklı YÜKSEK LİSANS tezimin özgün bir çalışma olduğunu; tez çalışmamın tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; tezimde verdiğim bilgileri, verileri akademik ve bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak elde ettiğimi; tez çalışmamda yararlandığım eserlerin tümüne atıf yaptığımı ve kaynak gösterdiğimi ve bilgi, belge ve sonuçları bilimsel etik ilke ve kurallara göre sunduğumu beyan ederim. 20/01/2021

Kumsal Erten

İmza

ÖZET

Genelleştirilmiş atama problemi (GAP), kapasite kısıtlı atama problemidir. Çok kaynaklı GAP (ÇKGAP), her ajanın birden fazla kapasite kısıtlı kaynağının olduğu GAP'ın özel bir çeşididir. Problemin amacı, toplam atama maliyetini enküçüklemektir. Bu çalışmada, uygunluk kısıtlı ÇKGAP problemi iki amaçlı olarak ele alınmıştır. Amaçlardan biri yüklerin dengeli bir şekilde ajanlara dağıtılmasını sağlarken, diğer amaç işlerin atandığı toplam ajan sayısını enküçüklemektedir. Geliştirilen matematiksel modelin çözümü için ağırlıklı toplam yöntemi kullanılmış ve GAMS paket programının Dicopt çözüsü ile çözülmüştür. Önerilen yöntemin işlerliği, oluşturulan örnek problem üzerinde gösterilmiştir. Büyük boyutlu problemlerin çözümü için bir tavlama benzetimi algoritması geliştirilmiştir. Oluşturulan farklı boyuttaki test problemleri, önerilen yöntemler ile çözülmüş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Yapılan deneyler sonucunda, geliştirilen tavlama benzetimi yöntemi ile daha başarılı sonuçlar elde edildiği gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler; Genelleştirilmiş atama problemleri, Tavlama benzetimi, Yük kareleri

SUMMARY

Generalized assignment problem (GAP) is a capacity constrained assignment problem. Multiresource GAP (MRGAP) is a special type of GAP where each agent has more than one capacity limited resource. The aim of the problem is to minimize the total assignment cost. In this study, MRGAP problem with compliance constraints is addressed for two objectives. One of the objectives is to ensure that the loads are distributed to the agents in a balanced way, while the other is to minimize the total number of agents to which jobs are assigned. For the solution of the developed mathematical model, the weighted sum method was used and it was solved with the Dicopt solution of the GAMS package program. The operability of the proposed method is shown on the sample problem. A simulated annealing algorithm has been developed to solve large size problems. The generated test problems for the different dimensions were solved with the suggested methods and the results obtained were compared. As a result of the experiments, it was observed that more successful results were obtained with the simulated annealing method developed.

Keywords; Generalized assignment problems, Simualted annealing, Squared load

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET vi

SUMMARY vii

TEŞEKKÜR viii

İÇİNDEKİLER ix

ŞEKİLLER DİZİNİ xi

ÇİZELGELER DİZİNİ xii

1. GİRİŞ VE AMAÇ 1

2. GENELLEŞTİRİLMİŞ ATAMA PROBLEMLERİ 3

2.1. Doğrusal Olmayan Kapasite Kısıtlı Genelleştirilmiş Atama Problemleri 3

2.2. Çok Aşamalı Genelleştirilmiş Atama Problemleri 4

2.3. Elastik Genelleştirilmiş Atama Problemleri 5

2.4. Dinamik Genelleştirilmiş Atama Problemleri 5

2.5. Stokastik Genelleştirilmiş Atama Problemleri 6

2.6. Genelleştirilmiş Çoklu Atama Problemi 6

2.7. Genelleştirilmiş Karesel Atama Problemleri 6

2.8. İki Amaçlı Genelleştirilmiş Atama Problemleri 7

2.9. Darboğaz Genelleştirilmiş Atama Problemleri 7

2.10. Çok Kaynaklı Genelleştirilmiş Atama Problemleri 8

3. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI 10

3.1. Genelleştirilmiş Atama Problemleri Üzerine Literatür Araştırması 10

3.1.1. Kesin Çözüm Yöntemleri 12

3.1.2 Eniyiye Yakın Çözüm Yöntemleri 13
3.2. Çok Kaynaklı Genelleştirilmiş Atama Problemleri için Literatür Araştırması 19
4. MATERYAL VE YÖNTEM 24
4.1. Problemin Tanımı 24
4.2. Önerilen Matematiksel Model 24
4.2.1. Örnek Problemin GAMS ile Çözümü 26
4.3. Tavlama Benzetimi Hakkında Genel Bilgiler 30
4.4. Tavlama Benzetimi Algoritmasının Parametreleri 34
4.4.1. Genel Kararlar 34
4.4.2. Probleme Özgü Kararlar 36
4.4.3. Örnek Problemin Tavlama Benzetimi ile Çözümü 41
5. BULGULAR VE TARTIŞMA 44
5.1. Test Problemi Türetme 44
5.2. Elde Edilen Çözümlerin Karşılaştırılması ve Analizi 45
6. SONUÇ VE ÖNERİLER 67
KAYNAKLAR DİZİNİ 68
EK AÇIKLAMALAR 77
Ek Açıklama A: Test Problemlerinin İdeal ve Nadir Noktaları 77
Ek Açıklama B: m=50, n=10, s=3 Baskın Noktalar 79
Ek Açıklama C: m=100, n=10, s=3 Baskın Noktalar 81
Ek Açıklama D: m=150, n=10, s=3 Baskın Noktalar 83

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil **Sayfa**

3.1. Çözüm Yaklaşımlarına Göre GAP Çalışmaları 10
4.1. Tavlama İşlemi İle Kombinatorik Eniyileme Problemlerinin Eşleşmesi 31
4.2. TB Algoritmasının Temel İşleyişi 32
4.3. TB Akış Şeması 33

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge **Sayfa**

4.1. Örnek Problem için kapasite değeri (b_{it}) 26
4.2. Örnek Problem için uygunluk parametreleri (h_{ij}) 27
4.3. Örnek Problem için işlem süreleri (p_{ijt}) 27
4.4. Örnek Problem için GAMS Sonuç Tablosu 28
4.5. Örnek Problem için x_{ij} Değerleri 29
4.6. Birinci Başlangıç Çözümü için x_{ij} Değerleri 38
4.7. İkinci Başlangıç Çözümü Sonucu x_{ij} Değerleri 39
4.8. GAMS ve TB Karşılaştırma Tablosu 41
4.9. TB ile çözülen problem için x_{ij} değerleri 43
5.1. 50-10-3-S1-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar 46
5.2. 50-10-3-S1-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar 47
5.3. 50-10-3-S2-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar 48
5.4. 50-10-3-S2-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar 49
5.5. 50-10-3-S3-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar 50
5.6. 50-10-3-S3-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar 51
5.7. 100-10-3-S1-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar 52
5.8. 100-10-3-S1-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar 53
5.9. 100-10-3-S2-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar 54
5.10. 100-10-3-S2-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar 55
5.11. 100-10-3-S3-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar 56
5.12. 100-10-3-S3-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar 57
5.13. 150-10-3-S1-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar 58
5.14. 150-10-3-S1-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar 59
5.15. 150-10-3-S2-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar 60
5.16. 150-10-3-S2-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar 61
5.17. 150-10-3-S3-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar 62

ÇİZELGELER DİZİNİ (devam)

5.18. 150-10-3-S3-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar 63
5.19. Test Problemlerinin Çözüm Süreleri 64

1. GİRİŞ VE AMAÇ

Atama Problemleri (AP), telekomünikasyonda ağ yönetimi, üretim planlama ve tesis planlama alanlarında karşılaşılan bir eniyileme problemidir. Klasik bir AP modelinde, her bir ajana tek bir iş atanmaktadır ve kaynaklar üzerinde kapasite kısıtı bulunmamaktadır. Modelin amaç fonksiyonu, toplam maliyeti enküçüklemektir. AP'nin matematiksel modeli aşağıda verilmiştir;

(AP):

$$Z = \text{enk} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} \qquad (1.1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad \forall_i \in \{1, \ldots, n\} \qquad (1.2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad \forall_j \in \{1, \ldots, n\} \qquad (1.3)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \forall_{i,j} \qquad (1.4)$$

Modelde yer alan parametrelerden c_{ij} j işini i ajanına atama maliyetini, I ajanlar kümesini ($i=1,\ldots,n$), J işler kümesini ($j=1,\ldots,n$) temsil etmektedir. x_{ij} ise modelin karar değişkeni olup j işi i ajanına atanmışsa 1, aksi halde 0'dır. Modelin amaç fonksiyonu toplam atama maliyetini enküçüklemektir. Kısıt (1.2) her bir işin tek bir ajana atanmasını garanti etmektedir. Kısıt (1.3) her bir ajana mutlaka bir atama yapılmasını sağlamaktadır.

Genelleştirilmiş atama problemleri (GAP), AP modelinin bir uzantısıdır ve problemde birden fazla işin ajana atandığı varsayılmaktadır. Literatürde GAP hakkında birçok gerçek hayat uygulaması mevcuttur. Çizelgeleme problemleri, araç rotalama, yerleştirme problemleri bu uygulamalardan bazılarıdır. Literatürde, kesin çözüm yöntemleri ve eniyiye yakın çözümler bulma odaklı birçok çalışma bulunmaktadır.

Bu çalışmada, GAP'ın bir çeşidi olan çok kaynaklı genelleştirilmiş atama problemleri (ÇKGAP) üzerinde durulmuştur. İşlerin atanamadığı ajanların bulunduğu uygunluk kısıtının da yer aldığı problem iki amaçlı olarak ele alınmıştır. Amaçlardan biri

yüklerin dengeli bir şekilde dağıtılmasını sağlarken, diğer amaç işlerin atandığı toplam ajan sayısını enküçüklemektedir.

Bu çalışmanın motivasyonu, bir beyaz eşya üreticisinin yarı mamüllerini tedarik edeceği aday yansanayilerden hangilerini seçeceğini ve seçtiği tedarikçilerden hangi yarımamülleri satın alacağını ilgili yansanayilerin makina kapasitelerini ve yeteneklerini (uygunluk) dikkate alarak belirmesi problemidir. Bu problem literatürde ÇKGAP olarak adlandırılmaktadır. Burada iş, parçaya, ajan, yansanayiye ve dönem, ana sanayinin planlama peryoduna karşı gelmektedir.

Bu çalışmayı genel olarak diğerlerinden farklı kılan en ayırt edici özelliği uygunluk kısıtlarını bulundurması ve amaçlardan birisi olan toplam ajan sayısının enküçüklenmesidir. Diğer taraftan erişilen literatür incelendiğinde, ele alınan amaç fonksiyonlarının bütünleşik ele alınması yönüyle herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Çalışmanın ikinci bölümünde, GAP ve çeşitleri üzerine detaylı bilgiler verilmiştir. Üçüncü bölümde, GAP ile ilgili literatür araştırması yapılarak ele alınan çalışmanın özgünlüğü üzerinde durulmuştur. Dördüncü bölümde ise ele alınan probleme ilişkin matematiksel model önerilmiştir. Tavlama Benzetimi (TB) hakkında genel bilgilere de değinilerek geliştirilen TB algoritması açıklanmıştır. Beşinci bölümde test problemlerinin nasıl türetildiğine yer verilmiştir. Türetilen test problemlerinin GAMS/Dicopt ve TB algoritması ile yapılan çözüm sonuçları karşılaştırılmıştır. Sonuç ve öneriler bölümünde de, çalışma ile elde edilen sonuçlar özetlenerek gelecek çalışmalar hakkında öneriler sunulmuştur.

2. GENELLEŞTİRİLMİŞ ATAMA PROBLEMLERİ

GAP'ta birden fazla işin bir ajana atanabileceği ve kapasite kısıtları altında işlerin ajanlara atanabileceği varsayılmaktadır. GAP'ın amacı atamalar sonucu oluşan toplam maliyeti enküçüklemektir. GAP NP-zor bir yapıya sahiptir (Fisher vd., 1986). GAP'a ait tam sayılı doğrusal bir model aşağıda verilmiştir;

(GAP):

$$Z = \text{enk} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} \qquad (1.5)$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_{ij} x_{ij} \leq b_i, \qquad \forall_i \in \{1, \ldots, m\} \qquad (1.6)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1, \qquad \forall_j \in \{1, \ldots, n\} \qquad (1.7)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \forall_{i,j} \qquad (1.8)$$

Modelde yer alan parametrelerden c_{ij} j işini i ajanına atama maliyetini, r_{ij} j işinin i ajanına atanması sonucu oluşan kaynak kullanım miktarını , b_i i ajanının kapasitesini göstermekte olup, I ajanlar kümesini ($i=1,\ldots,m$), J işler kümesini ($j=1,\ldots,n$) temsil etmektedir. x_{ij} ise modelin tek karar değişkeni olup j işi i ajanına atanmışsa 1, aksi halde 0'dır. Amaç fonksiyonu toplam atama maliyetini enküçüklemektir. Kısıt (1.6) ajanların kapasite kısıtıdır. Kısıt (1.7) her bir işin tek bir ajana atanmasını garantilemektedir.

GAP'ın birçok çeşidi bulunmaktadır. İzleyen alt bölümlerde bunlardan bazıları sunulmuştur. (Öncan, 2007).

2.1. Doğrusal Olmayan Kapasite Kısıtlı Genelleştirilmiş Atama Problemleri

Doğrusal olmayan kapasite kısıtlı GAP'a ilk olarak Mazzola (1989) tarafından değinilmiştir. Bu çalışmada GAP modelinin (1.6) kısıtı aşağıdaki gibi ele alınmıştır.

$$f_i(x_{i1} \dots\dots\dots, x_{in}) \leq b_i \qquad \forall_i \in \{1, \dots, \mathrm{m}\} \qquad (1.9)$$

Burada $f_i(x_{i1} \dots\dots\dots, x_{in})$ gerçek değerli bir polinom fonksiyondur. Doğrusal olmayan kapasite kısıtlı GAP'da, aynı ajana atanan işler için doğrusal olmayan etkileşim söz konusudur. Bu etkileşim, sıra bağımlı iş süresine sahip ve farklı kapasite kullanımına sahip işlerin, benzer ya da benzer olmayan ajana atamalarının yapılması sonucunda ortaya çıkabilmektedir.

2.2. Çok Aşamalı Genelleştirilmiş Atama Problemleri

Çok aşamalı GAP, ilk olarak Glover vd. (1979) tarafından makinalara işlerin büyük ölçekte tahsis edilebilmesi için tanımlanmıştır. Bu problemi tanımlamak için çizelgeleme terminolojisini kullanmışlardır. Çok aşamalı GAP; işlerin, enküçük maliyet ile değişken verimliliğe sahip ajanlara atanması ile ilgilenmektedir. Klasik bir GAP'dan farklı olarak, ajanların verimlilikleri farklıdır. Çok aşamalı GAP probleminde GAP'ın (1.6) kısıtı aşağıdaki gibi değiştirilmiştir.

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{k \in K_{ij}}^{k} r_{ijk} x_{ijk} \leq b_i, \qquad \forall_i \in \{1, \dots, \mathrm{m}\} \qquad (1.10)$$

Problemde, x_{ijk} modelin tek karar değişkeni olup *j* işi, *k.* verimlilik seviyesinde *i* ajanı tarafından tamamlanmışsa 1, aksi halde 0'dır.

Laguna vd. (1995), çok aşamalı GAP'ın çözümü için tabu arama algoritması önermişlerdir. French ve Wilson (2002), sezgisel bir çözüm yöntemi tasarlamışlardır. Osario ve Laguna (2003), GAP'ın bu çeşidi için mantıksal çıkarım önermişlerdir. İlk kesin çözüm yöntemi ise Caselli ve Righini (2006) tarafından dal-fiyat algoritması ile tasarlanmıştır.

Hajri-Gabouj (2003), çok aşamalı GAP için bulanık-genetik çok amaçlı eniyileme algoritması önermiştir. Yazar tekstil endüstrisinde iş-operatör-makina atama problemi için GAP'ın bu çeşidini kullanmıştır.

2.3. Elastik Genelleştirilmiş Atama Problemleri

Naus (2004) tarafından çalışılan bu GAP çeşidinde ajanların, ek bir maliyete katlanması karşılığında kapasite kısıtını ihlal etmesine izin verilmektedir. Yazar, negatif olmayan u_i ve v_i değerlerini tanımlamıştır. Bu değerler sırasıyla, i ajanının boş olan kaynağını ve i ajanı tarafından kullanılan ilave kaynağı belirtmektedir. Klasik GAP'dan farklı olarak sırasıyla amaç fonksiyonu ve (1.6) kısıtı aşağıdaki gibi düzenlenmiştir.

$$enk \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} (d_i u_i + e_i v_i) \qquad (1.11)$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_{ij} x_{ij} + u_i - v_i = b_i, \qquad \forall_i \in \{1, \ldots, \mathrm{m}\} \qquad (1.12)$$

$$0 \leq u_i \leq g_i \forall_i \in \{1, \ldots, \mathrm{m}\} \qquad (1.13)$$

$$0 \leq v_i \leq h_i \forall_i \in \{1, \ldots, \mathrm{m}\} \qquad (1.14)$$

Burada, d_i i ajanı için kullanılmayan kaynağın birim ceza maliyetini, e_i i ajanı için ilave kullanılan kaynağın birim maliyetini, g_i ve h_i sırasıyla kullanılmayan ve kullanılan ilave kaynak için üst sınır değerlerini göstermektedir. Naus (2004) Elastik GAP'ı çözmek için bir dal sınır algoritması önermiştir.

2.4. Dinamik Genelleştirilmiş Atama Problemleri

Kogan vd. (1997), ajanlara atanan iş sırasını da dikkate alan dinamik GAP'ı önermişlerdir. Genellikle dinamik GAP'ın amaç fonksiyonu; atama, yatırım ve depolama maliyetini enküçüklemektir.

2.5. Stokastik Genelleştirilmiş Atama Problemleri

Literatürde iki tür stokastik GAP'a değinilmiştir. İlk türünde, işlerin kullandığı kaynak miktarı ve ajan kapasiteleri stokastiktir. İkinci tür stokastik GAP'da ise, talep belirsizdir. Albareda-Sambola vd. (2006), bu problemi ele almışlardır. Talep bilindiğinde atanan işlerden bazıları, maliyet hususu göz önünde bulundurularak, kapasitesi aşılan ajanlardan alınmakta ve kapasitesi dolmamış olan ajanlara yeniden atanmaktadır. Bazı durumlarda işlerin gereksinimi olan toplam kaynak miktarı, tüm ajanların toplam kapasitesinden daha yüksek olabilmektedir. Böyle bir durum ile karşılaşıldığında ceza maliyetine katlanılmaktadır. Amaç fonksiyonu, tamamlanamayan iş ve/veya yeniden atanan işlerden dolayı oluşan ceza maliyetini ve atama maliyetini enküçüklemektir. Albareda-Sambola ve Fernandez (2000), Toktas (2004)'da bu problem için sezgisel tabanlı bir çözüm yaklaşımı önermişlerdir.

2.6. Genelleştirilmiş Çoklu Atama Problemi

Park vd. (1998), genelleştirilmiş çoklu atama problemini geliştirmişlerdir. Geliştirilen modelde GAP modelinin (1.6) kısıtı aşağıdaki şekilde değiştirilmiştir.

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \geq t_j, \qquad \forall_j \in \{1, \ldots\ldots, \mathrm{n}\} \qquad (1.15)$$

t_j parametresi, $t_j \leq m$, ($j=1,\ldots,n$) olmalıdır. Kısıttan da anlaşıldığı üzere $t_j = 1$ olduğu zaman genelleştirilmiş çoklu atama modeli klasik GAP problemine dönüşmektedir. Problemin çözümü için Lagrange tabanlı bir dal-sınır algoritması önerilmiştir.

2.7. Genelleştirilmiş Karesel Atama Problemleri

Genelleştirilmiş karesel atama problemleri, atama maliyetini, trafik maliyetini ve aynı bölgeye atanan tüm tesislerin toplam ağırlığını enküçüklemek amacını ele almaktadır.

GAP'ın bu türü, bir dizi tesis kümesinin ($j=1,\ldots,n$), bir dizi bölgeye ($i=1,\ldots,m$) atanması ile ilgilenen Li ve Ma (2003) tarafından öne sürülmüştür.

GAP'dan farklı olarak amaç fonksiyonu;

$$enk \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + \gamma \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{o=1}^{m} \sum_{p=1}^{n} \alpha_{io} \beta_{jp} x_{ij} x_{op} \qquad (1.16)$$

Burada α_{io} i ve o bölgeleri arasındaki mesafe, β_{jp} j ve p tesisleri arasındaki trafik yoğunluğu, γ ise birim trafik maliyetidir.

2.8. İki Amaçlı Genelleştirilmiş Atama Problemleri

Zhang ve Ong (2007), iki amaçlı GAP üzerinde çalışmışlar ve problemin çözümü için doğrusal programlama tabanlı bir sezgisel algoritma önermişlerdir. Problemin amaç fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$enk \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}^{l} x_{ij} \qquad l = 1,2 \qquad (1.17)$$

Yazarlar gerçek hayat uygulaması için bir üretim planlama problemini ele almışlardır. Ele alınan problemde, j işi i makinasına atandığında oluşan maliyet ve süre değerleri sırasıyla $-c_{ij}^{1}$ ve $-c_{ij}^{2}$ ile değerlendirilmektedir.

2.9. Darboğaz Genelleştirilmiş Atama Problemleri

Darboğaz GAP (DGAP)'a ilk olarak Francis ve White (1974) tarafından değinilirken, çalışma ilk kez Mazzola ve Neebe (1988) tarafından tanımlanmıştır. DGAP, toplam atama maliyetini enküçükleme amacının yerine tüm atamalar üzerinden enbüyük maliyete sahip ajanın maliyetinin enküçüklenmesini amaçlamaktadır.

$$z = \text{enk}\{\text{enb}\, c_{ij} x_{ij}\} \qquad i \in \{1, \ldots, m\}, j \in \{1, \ldots, n\} \qquad (1.18)$$

Darboğaz GAP, görev darboğaz GAP(GDGAP) ve temsilci darboğaz GAP (TDGAP) problemler olarak sınıflandırılmaktadır. TDGAP, tüm atamalar için enbüyük maliyeti enküçüklemektedir oysa GDGAP, tüm ajanlar için enbüyük maliyeti enküçüklemektedir. GDGAP ve TDGAP 'de tıpkı GAP gibi NP-zor problemlerdir.(Martello ve Toth, 1995).

2.10. Çok Kaynaklı Genelleştirilmiş Atama Problemleri

ÇKGAP, Mazzalo ve Wilcox (2001), Gavish ve Pirkul (1991), Yagiura vd. (2004) çalışmalarında yer almaktadır. Klasik GAP'dan farklı olarak her bir ajanın birden fazla kısıtlı kaynağı vardır. ÇKGAP'da GAP modelinin (1.6) kısıtı aşağıdaki şekilde değiştirilmiştir.

$$\sum_{j=1}^{n} r_{ijq} x_{ij} \leq b_{iq}, \qquad \forall_i \in \{1, \ldots, m\}; \ \forall_q \in \{1, \ldots, Q\} \qquad (1.19)$$

Her bir *i* ajanı, sınırlı kapasiteye sahip ($q=1,\ldots,Q$) kaynak kümesine sahiptir. Ayrıca, her i ajanı ve her q kaynağı için, b_{iq} birim kaynak kullanılabilir durumdadır ve i ajanına atanan q kaynak kullanımına sahip j işinin gereksinim duyduğu kaynak miktarı r_{ijq} ile gösterilmektedir. ÇKGAP'ın bir uygulaması, araç kapasitesinin hem hacim hem de ağırlık olarak ele alındığı Araç Rotalama Problemidir. Diğer uygulamaları ise, dağıtık bilgisayar sistemlerinde (Gavish ve Pirkul, 1986), atölye tipi çizelgeleme, telekominikasyon ağ tasarımı, kargo yükleme ve depo tasarlama (Gavish ve Pirkul, 1990) olarak değerlendirebilir. Shutub ve Kogan (1998), işlere yönelik taleplerin fazla mesai ile değiştiği ve kapasite tahsisinin dinamik olduğu dinamik ÇKGAP üzerinde çalışmıştır.

Mazzola vd. (1989)'nin çalışmasında ÇKGAP'ın üretim planlamadaki uygulamalarına yer verilmiştir. Yazarlar malzeme gereksinim planlaması/ esnek imalat sistemlerinde kapasite planlaması için ÇKGAP kullanımını tartışmışlardır.

LeBlanc vd. (1999), işin tamamlanma zamanını esas alan ÇKGAP üzerinde durmuşlardır. Klasik ÇKGAP'dan farklı olarak bu çalışmada iş grupları birden fazla ajana bölünebilmektedir. Yazarlar, işin tamamlanma zamanını esas alan ÇKGAP'ın metal kesme endüstrisi ve enjeksiyon delme gibi imalat sektörlerinde önemli olduğunu kaydetmişlerdir.

3. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

GAP NP-zor bir yapıya sahiptir. Bu nedenle literatürde kesin çözüm yöntemlerinin yanı sıra eniyiye yakın çözümler bulmaya yönelik birçok çalışma mevcuttur (Özçelik ve Saraç, 2017).

3.1. Genelleştirilmiş Atama Problemleri Üzerine Literatür Araştırması

Literatürde, çözüm yaklaşımlarına göre GAP çalışmaları Şekil 3.1'de gösterilmiştir.

Şekil 3.1. Çözüm Yaklaşımlarına Göre GAP Çalışmaları

Çözüm Yöntemleri	**Kaynaklar**
Lagrange Gevşetmesi	Ross ve Soland (1975), Martello ve Toth (1981b), Fisher (1981), Fisher vd. (1986), Wilcox (1989), Guignard ve Rosenwein (1989), LeBlanc vd. (1999), Fisher (2004), Imai vd. (2007), Jeet ve Kutanoğlu (2007), Mazzola ve Neebe (2012), Posta vd. (2012)
Doğrusal Programlama Gevşetmesi	Benders ve Van Nunen (1983), French ve Wilson (2007), Zhang ve Ong (2007), Rainwater vd. (2009), Moccia vd. (2009)
Lagrange Ayrıştırması	Guignard ve Rosenwein (1989a), Jörnsten ve Värbrand (1986), Barcia ve Jörnsten (1990), Lorena ve Narcio (1996)
Matematiksel Model	Özçelik ve Saraç (2017), Janak vd. (2006), Maleki vd. (2014)
Değişken Derinlik Arama Sezgiseli	Amini ve Racer (1994), Yagiura vd. (1999)
Tavlama Benzetimi	Cattrysee (1990), Osman (1995), LeBlanc vd. (1999)
Dal-Sınır Algoritması	Martello ve Toth (1995), Martello ve Toth (1981b, 1990), Ross ve Soland (1975),

	Guignard ve Rosenwein (1989), Nauss (2003), Haddadi ve Quiza (2004), Cattrysee vd. (1998), Woodcock ve Wilson (2010), Karsu ve Azizoğlu (2014,2012), Mazzola ve Neebe (2012), Posta ve Michelon (2012), Albareda-Sambola ve Fernandez (2006), Karsu ve Azizoğlu (2019)
Dal-Fiyat Algoritması	Savelsbergh (1997) ve Nemhauser vd. (1994)
Dal-Kesme-Fiyat Algoritması	Pigatti ve Aragoa (2004), Avella vd. (2013)
Yaklaşık Çözüm Yöntemleri	Cohen vd. (2006), Martello ve Toth (1981), Martello ve Toth (1990), Wilson (1997a), Cattrysee, Salomon ve Van Wassenhove (1994), Lorena ve Narcisio (1996), Narcisio ve Lorena (1999), Haddadi (1999), Haddadi ve Ouzia (2001), Trick (1992)
Yasaklı Arama	Osman (1995), Diaz ve Fernandez (2001), Higgins (2001), Yagiura, Iwasaki, Ibaraki ve Glover (2004), Woodcock ve Wilson (2010), Karsu ve Azizoglu (2014), Yang ve Niu (2013)
Genetik Algoritma	LeBlanc, Shtub ve Anandalingam (1999), Chu ve Beasley (1997), Wilson (1997b), Lorena, Narciso ve Beasley, (2002), Liu, Mu, Song, Luo, Li, Wu (2012)
Sinir Ağları	Li ve Luyuan (1991), Monfared ve Etemadi (2004)
Arı Kolonisi	Lourenço ve Serra (2002), Özbakir vd. (2010), Bozdoğan vd. (2010), Tapkan vd. (2013)
Açgözlü Algoritmalar	Lourenço ve Serra (2002), Sharkey ve Romenjin (2010)
Parçacık Sürü Optimizasyonu	Bozdoğan vd. (2010)
Sezgisel Algoritmalar	Yagiura vd. (2004), Karsu ve Azizoğlu (2014), Yang ve Niu (2013), Rainwater vd. (2009), Moccia vd. (2009), Krumke ve Thielen (2013), Zheng vd. (2013), Shtub ve Kogan (1998), Toktaş vd. (2006), Mitrović-Minić ve Punnen (2009) , Li vd. (2008),

Liang vd. (2010), Gaudioso vd. (2010), Beausoleil vd. (2013), Zapfel ve Bögl (2012), Topcuoglu vd. (2014), Srivastava ve Bullo (2014), Gotsis vd. (2014), Fu vd. (2015), Korupolu vd. (2015), Lou vd. (2015), Conti vd. (2015), Bender vd. (2015), Wang vd. (2016), Avella vd. (2010), Lee ve Park (2011)

3.1.1. Kesin Çözüm Yöntemleri

Ross ve Soland (1975), GAP probleminin kapasite kısıtlarını (1.6) gözardı ederek bir alt sınır elde etmişlerdir. Sonrasında kapasite kısıtlarına, işleri bir ajandan diğerine yeniden atamak için tanımlanan cezalar ekleyerek güçlendirmişlerdir.

Ayrıca, Ross ve Soland (1975) ve Fisher, Jaikumar ve Van Wassenhove (1986) çalışmalarında, kısıt (1.7)'nin Lagrange çarpanı ile gevşetilerek bir alt sınır elde edilebileceğini göstermişlerdir. Yazarlar 4000'e kadar ikili değişkenli problemler için hesaplama sonuçlarını rapor etmişlerdir.

Martello ve Toth (1981b), kısıt (1.7)'yi gözardı ederek tekli bağımsız sırt çantası problemi ele almışlardır. Yazarlar, problem için bir dal stratejisi benimsemişlerdir. Yazarlar, 5 ajan ve 20 işe kadar olan problemler için hesaplama sonuçlarını rapor etmişlerdir ve sonuçlarının Ross ve Soland (1975) sonuçları üzerindeki üstünlüğünü göstermişlerdir.

GAP için Jörnsten ve Värbrand (1986) tarafından iki algoritma önerilmiştir. Birinci algoritmada, geçerli eşitsizlikler yoluyla kısıt (1.6)'nın Lagrange gevşetmesinden elde edilen sınırı güçlendirilmiştir. Geçerli bir eşitsizlik oluşturulamadığı durumda dal-sınır algoritması kullanılmıştır. İkinci algoritmada, kısıt (1.6)'nın vekil bir gevşetmesi ve geçerli eşitsizlikler kullanılmıştır. Yazarlar, ilk algoritmanın daha verimli olduğu bildirmişlerdir ve algoritmanın çözümünde 4 ajan ve 25 işten oluşan test problemlerini kullanmışlardır.

Martello ve Toth (1995) görev tabanlı darboğaz GAP'taki gevşetmeleri ele almışlardır. Kaynak kısıtlarını gevşetmişler ve vekil gevşetme uygulayarak sınır elde etmişlerdir. Belirli bir eşik değerin altında uygun bir çözüm bulan yaklaşım algoritması önermişlerdir. Yaklaşım algoritmasının sonuçlarını kullanan dal-sınır algoritması

tanımlamışlardır. Yazarlar, 50 ajan ve 1000 işe kadar olan problemler için her iki algoritmanın hesaplama sonuçlarını da rapor etmişlerdir.

Lorena ve Narcisio (1996), GAP için hem vekil gevşetme hem de Lagrange gevşetmesi kullanan bir sezgisel önermişlerdir. Gevşetmelerin her ikisi de kapasite kısıtının (1.6) gevşetilmesi amacıyla kullanılmıştır.

Savelsbergh (1997), hem sütun üretimi hem de dal-sınır algoritmasını kullanan bir dal-fiyat algoritması önermiştir. Yazar, değişken sabitlemeye dayalı dallanma stratejilerinin fiyatlandırmaya uygun olduğunu göstermiştir. 20'ye kadar ajan ve 50 iş ile ilgili problemleri içeren çalışmalar yürütmüş ve sonuçları Karabakal vd. (1992) çalışmaları ile karşılaştırmıştır. Yazar, sonuçlarının nispeten küçük bir *n/m* oranı (5'ten küçük) olan problemler için daha iyi performans gösterdiğini, daha yüksek *n/m* oranı olan problemler için ise Karabakal vd. çalışmalarının daha iyi performans gösterdiğini belirtmiştir. İki algoritmanın birbirinin iyi tamamlayıcısı olduğu sonucuna varılmıştır.

Pigatti vd. (2005) sütun üretiminin yakınsamasını geliştirmek için bir dengeleme mekanizması ile dal- kesme ve fiyat algoritması önermişlerdir. Yazarlar ayrıca dal-kesme ve fiyat algoritması için iyi üst sınırlar ürettiği bildirilen elips şeklinde kesimler önermişlerdir.

3.1.2 Eniyiye Yakın Çözüm Yöntemleri

GAP üzerindeki bazı önemli yaklaşım algoritmaları, Klastorin (1979), Martello ve Toth (1981a, 1981b), Jörnsten ve Näsberg'e (1986), Cattrysse (1990), Jörnsten ve Värbrand (1991), Trick (1992), Cattrysse, Hallefjord, Jörnsten ve Värbrand (1993), Racer ve Amini (1994), Salomon ve Van Wassenhove (1994), Racer (1994, 1995), Osman (1995), Savelsbergh (1997), Amini ve Chu ve Beasley (1997), Yagiura vd. (1998, 2006), Higgins (2001), Díaz ve Fernández (2001) ve Lourenço ve Serra (2002) tarafından gerçekleştirilen çalışmalardır.

Klastorin (1979), Jörnsten ve Näsberg (1986) ve Jörnsten ve Värbrand (1991) tarafından önerilen sezgisel yöntemlerde Lagrange gevşetmesi kullanılmıştır ve gevşetmenin sonuçlarına göre uygulanabilir çözümler elde edilmeye çalışılmıştır. Klastorin (1979), düzeltilmiş alt gradyan ile dal-sınır algoritmalarını kullanarak iki aşamalı Lagrange tabanlı

sezgisel yöntem önermiştir. 12.000'e kadar ikili değişken içeren problemler için hesaplama deneyiminden bahsedilmiştir.

Martello ve Toth (1981b) enbüyük arzu edilen işi belirleyen ve o işi enbüyük fayda sağlayan ajana atayan açgözlü bir sezgisel algoritma önermişlerdir. Aynı yazarlar başka bir çalışmada ise, enküçük pişmanlığı olan işi ajanlara atamayı tartışmışlardır (1981a). Sezgiselde, enküçük ve ikinci enküçük pişmanlıklar arasındaki enbüyük farka sahip işler ve atanamamış işler ele alınmıştır. Ele alınan işler enküçük pişmanlığa sahip ajana atanmıştır. Sezgisel algoritma, tekrarlı iyileştirme ile devam etmiştir. Sezgisel algoritmanın performansı, 20 ajana ve 200 işe kadar olan problemler üzerinde test edilmiştir. Algoritma sonuçları, Ross ve Soland (1975) tarafından önerilen algoritmanın eniyi çözümü ile karşılaştırılmış ve eniyiden % 0,1 ortalama sapma ile rapor edilmiştir.

Fisher, Jaikumar ve Van Wassenhove (1986), kısıt (1.7)'yi dualize eden Lagrange gevşetmesi üzerine çalışmışlardır. Yazarlar, 20'ye kadar iş ve 5 ajanla probleme ilişkin hesaplama sonuçları ile algoritmalarının Ross Soland (1975) ve Martello-Toth (1981b) 'ye göre üstünlüğünü göstermişlerdir.

Lagrange gevşetmesi üzerine başka bir çalışma, kısıt (1.7)'yi gevşeten Wilcox (1989) tarafından yapılmıştır. Lagrange çarpanları, atanmamış işlerin çarpanları atanan çoklu işlerin çarpanlarından daha yüksek olacak şekilde ayarlanmıştır. Yazar ikili dallanma ve çoklu dallanma stratejilerini karşılaştırmıştır ve çoklu dallanma kuralının daha iyi olduğu sonucuna varmıştır. Fisher, Jaikumar ve Van Wassenhove (1986) yaklaşımıyla karşılaştırıldığında, algoritmanın daha hızlı olduğu ve daha küçük ağaç boyutlarıyla sonuçlandığı bildirilmiştir.

Jörnsten ve Näsberg (1986) Lagrange ayrışma sınırlarını kullanmışlardır. Çalışmada, ihlal edilen kapasite kısıtları değişimlerle ele alınmıştır ve ortaya çıkan uygun çözüm, işlerin bir ajandan diğerine yeniden atanmasıyla geliştirilmiştir. Jörnsten ve Värbrand (1991), ağaç aramasının her düğümünde Lagrange alt sınırına dayalı uygulanabilir çözümler elde etmişlerdir. Sonuçlar 4 ajan ve 25 iş ile ilgili problemler için rapor edilmiştir.

Cattrysse (1990), problem boyutlarını azaltmak için kullanılabilecek değişken bir sabitleme yöntemi önermiştir. İlk olarak problemin doğrusal programlama gevşetmesi üzerine çalışmıştır ve daha sonra ihlal edilen geçerli eşitsizlikleri formülasyona eklemiştir. Elde edilen formülasyon çözülmüştür ve sonrasında diğer geçerli eşitsizlikler de formülasyona dâhil edilmiştir. Bu, hiçbir geçerli eşitsizlik bulunamayana kadar devam

etmiştir. Daha küçük boyutta problemler bir tavlama benzetimi (TB) algoritması ile çözülmüştür. Yazarlar en fazla 10 ajan ve 60 iş ile ilgili problemler için hesaplama sonuçlarını bildirmişlerdir. TB algoritmasının eniyi çözümden ortalama olarak % 3,9'dan daha fazla sapmadığı bulunmuştur. Sabitleme yöntemi, eniyi çözümden % 0,72 sapma ile çözümler bulmuştur ve çözüm süresinin daha kısa olduğu görülmüştür.

GAP için sezgisel algoritma tabanlı doğrusal programlama gevşetme, Trick (1992) tarafından önerilmiştir. Sonuçlar en fazla 100 ajan ve 500 iş ile ilgili problemler için rapor edilmiştir. Önerilen sezgisel yöntemin Martello ve Toth'un (1990) sezgisel yöntemlerinden daha iyi performans gösterdiği bildirilmiştir.

Karabakal vd. (1992), genelleştirilmiş atama problemlerini Lagrange gevşetmesi ile çözmek için Fisher, Jaikumar ve Van Wassenhove (1986) ve Guignard ve Rosenwein (1989a) tarafından kullanılanlardan daha etkili bir çarpan ayarlama yöntemi önermiştir. Yazarlar Kısıt (1.7)'yi gevşetmişlerdir. Yazarlar, Bean (1984) tarafından önerilen dallanma stratejisini kullanmışlardır. Hesaplama sonuçları algoritmanın Martello ve Toth'a (1981a) göre üstünlüğünü göstermiştir.

Hallefjord, Jörnsten ve Värbrand (1993) işleri kümelere ayırma fikrine dayanan bir algoritma önermişlerdir. İşler hiyerarşik bir küme analizi ile gruplandırılmıştır. Elde edilen kümelenmiş GAP, en uygun duruma getirilmiştir ve daha sonra en uygun kümelenmiş çözüm, GAP için uygulanabilir bir çözüm elde etmek üzere ayrılmıştır. Yazarlar 4 ajan 25 iş ve 4 ajan 1000 iş olmak üzere iki problemi çözmüşlerdir.

Amini ve Racer (1994) ve Racer ve Amini (1994) GAP için değişken derinlik arama sezgiseli (VDSH) geliştirmiştir. Yazarlar, 5-20 ajan ve 50-200 iş ile sezgisel sonuçlarını Martello ve Toth (1990) ile karşılaştırmışlardır. Algoritma sonuçları eniyiye yakındır ancak çözüm süresi artmıştır.

Osman (1995), Martello ve Toth (1990) ile Fisher ve Jaikumar'ın (1981) algoritmalarının uygulanmasına süre sınırı getirmişlerdir. Bu yöntemde derinliğine arama uygulanmıştır ve uygulanabilir bir çözüm bulunduğunda ağaç araması yapılmıştır.

Osman (1995) yerel arama kökenli, melez TB / tabu arama (TB / TA) ve tabu arama yöntemlerinin uygulanmasını incelemiştir. Algoritmanın performansını Cattrysse (1990), Cattrysse vd. (1994), Fisher vd. (1986) ve Martello ve Toth (1990) ile karşılaştırmıştır. 10 ajana ve 60 işe kadar olan hesaplama sonuçları, TB ve TA'nın çözüm kalitesi ve süresi

açısından diğer sezgisel yöntemlerden daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymuştur. Ayrıca yerel arama kökenli yöntemin TB / TA ve TA mekanizmalarından çok daha hızlı olduğunu göstermiştir. Ayrıca yazar, hesaplama süresinin sınırlayıcı bir faktör olduğu durumlarda algoritmasını önermiştir.

Amini ve Racer (1995), açgözlü sezgisel ve iyileştirme aşamasını birleştiren melez bir sezgisel tarama önermişlerdir. 200 iş ve 20 ajan ile örnek problemlerin ortalama 30 saniyede çözüldüğünü göstermişlerdir.

Savelsbergh (1997), kesilmiş ağaç arama algoritmalarının performansını tartışmıştır. Yazar, önerilen sezgisel yöntemin, çözüm kalitesi açısından, Trick (1992)'nin doğrusal gevşetme sezgisel yöntemlerinden daha iyi sonuç verdiği sonucuna varmıştır.

Chu ve Beasley (1997) bir Genetik Algoritma (GA) geliştirmiştir. Algoritmanın performansını, Cattrysse'nin (1990) TB sezgiseli, Cattrysse, Salomon ve Van Wassenhove (1994)'nin parçalı çalışan sezgisel algoritması ve Osman (1995)'ın TA/TB sezgisel algoritması ile karşılaştırmıştır. Çalışma sonuçları, eniyi çözümden ortalama %0.01 sapma ile çözümün sağlandığını ve hesaplama sürelerinin diğer sezgisel algoritmalarla uyumlu olduğunu göstermiştir.

Wilson (1997), GAP için dual tabanlı çözüm algoritması önermiştir. İlk çözümde kısıt (1.6)'yı gözardı ederek gevşetilmiş bir versiyonunu kullanmıştır. Bu aşamadan sonra yazar, en uygun şekilde kapasite kısıtlarını aşan işlerin ajanlara atanmasını sağlamıştır.

Park vd. (1998), GAP'ın özel bir durumu olan genelleştirilmiş çoklu atama problemleri için bir lagrange-dual tabanlı dal ve sınır algoritması önermişlerdir. GAP için algoritmalarının performansını Guignard ve Rosenwein (1989a), Martello ve Toth (1990) ile karşılaştırmışlardır. Yazarlar, algoritmalarının problem boyutu bakımından diğerlerinden daha iyi olduğu sonucuna varmışlardır. Ayrıca, *n/m* oranı büyüdükçe, karşılık gelen GAP'ın çözülmesinin zorlaştığını belirtmişlerdir.

Cattrysse vd. (1998), iyi üst sınırlar sağlayan örtü eşitsizliklerinin üretilmesine yönelik standart algoritmalardaki bir gelişmeyi ele almıştır. Bu gelişmeyi kullanarak iki sezgisel algoritma önermişlerdir. Ayrıca dal ve sınır ağacının boyutunu azaltmak için bazı ön işleme teknikleri kullanmışlardır. Bu teknikleri önerilen sınırlarla birlikte bir dal-sınır algoritmasında kullanılmışlardır. $m \in \{5, 8, 10\}$ ve *n/m* oranı $n \in \{3, 4, 5{,}6\}$ için problemlerin hesaplama sonuçlarını raporlamışlardır. Dal ve sınır algoritmalarının ortalama CPU süresi

açısından Martello ve Toth'un (1990) dal ve sınır algoritmasından daha iyi performans gösterdiğini belirtmişlerdir. Bu tatmin edici performansın kesimler ve boyut küçültme teknikleri sayesinde elde edildiğine değinmişlerdir.

Yagiura vd. (1999) dallanma araştırması için bir değişken derinlik arama (VDS) algoritması önermiştir. Yazarlar sezgisel algoritmalarını, Yagiura vd. (1997), Racer ve Amini (1994), Laguna vd. (1995) ve Nonobe ve Ibaraki (1998) tarafından önerilen algoritmalar ile karşılaştırmışlardır. Önerilen algoritmanın çözüm kalitesinin çoğu durumda mevcut algoritmalardan daha iyi olduğu sonucuna varmışlardır.

Haddadi ve Quiza (2001), lagrange gevşetme ayrışması problemine dayanan sezgisel algoritma önermişlerdir. Yazarlar kapasite kısıtlarının (1.6) dualini almış ve alt gradyan eniyileme prosedürünü uygulamışlardır.

Farias ve Nemhauser (2001) GAP politopu için geçerli olan bir eşitsizlikler dizisini tartışmışlardır. Önerilen eşitsizlikleri bir dal-kesme algoritmasında kullanmışlardır ve hesaplama sonuçlarını incelediklerinde düğüm sayısında %53'lük bir azalma ve CPU süresinde %66'lık bir azalma görmüşlerdir. Algoritmalarını Savelsbergh (1997) tarafından önerilen algoritma ile karşılaştırmışlardır ve önerilen algoritmanın hesaplama süresi ve problem boyutu açısından üstün olduğu sonucuna varmışlardır.

Higgins (2001) tabu arama algoritmasının yeni versiyonlarını araştırmıştır. Algoritmada dinamik salınım uygulamıştır ve zaman ilerledikçe komşuluk örneğinin boyutunu değiştirmiştir. Yeni versiyonu, 50000 iş ve 40 ajana kadar test problemleri için TA algoritmasının mevcut üç versiyonu ile karşılaştırmıştır. 10 dakikalık zaman sınırında, yeni versiyonun çözüm kalitesi açısından diğerlerinden daha iyi performans gösterdiği bildirilmiştir. Algoritmaların hesaplama sürelerini karşılaştırmak için, yazar önerilen versiyonu 2 dakika boyunca çalıştırmıştır, çözümü kaydetmiştir ve diğer sürümlerin bu çözümün kalitesine ulaşma süresini gözlemlemiştir. Mevcut versiyonların, aynı çözüm kalitesine ulaşmak için önerilen sürümden 1,5-3 kat daha fazla zamana ihtiyaç duyduğu raporlanmıştır.

Díaz ve Fernández (2001) bir tabu arama sezgisel algoritması geliştirmiştir. Algoritmanın performansı, 40 ajan ve 400 işe kadar olan problemler üzerinde test edilmiştir. Önerilen algoritmanın, Osman (1995) ve Chu ve Beasley (1997) tarafından önerilen algoritmalar ile karşılaştırıldığında iyi çözümler sağladığı bildirilmiştir.

Lourenço ve Serra (2002), GAP için açgözlü rassallaştırılmış uyarlamalı arama yordamı sezgiseli ve karınca kolonisi algoritmasına dayalı uyarlanabilir arama yöntemi uygulamışlardır. Melez yaklaşımları, enbüyük enküçük karınca sistemlerinin ve açgözlü sezgisel arama algoritmaların fikirlerini içermiştir ve bunları tabu arama teknikleriyle birleştirmişlerdir. Sonuçlar hem zaman hem de çözüm kalitesi açısından enbüyük enküçük karınca sistemleri ve açgözlü sezgisel arama algoritmaları ile karşılaştırıldığında olumlu sonuçlar göstermiştir.

Nauss (2003) doğrusal programlama kesintileri, uygulanabilir çözüm üreteçleri, Lagrange gevşemesi ve alt gradyan eniyileme yöntemlerinin kullanıldığı bir dal ve sınır algoritması önermiştir. Önerilen algoritma, Savelsbergh (1197)'in algoritmasından daha iyi performans göstermiştir. Bir diğer karşılaştırmayı küçük boyutlu problemler üzerinde Cplex 6.6 ile yapmıştır ve önerilen algoritmanın test problemlerinin yaklaşık 3,5 kat daha hızlı çözdüğünü rapor etmiştir. Nauss, algoritmanın erken aşamalarda iyi uygun çözümlere ulaştığından dolayı eniyi çözüm garantisi zorunlu olmadığı durumlarda sezgisel olarak kullanılabileceğinden bahsetmiştir.

Haddadi vd. (2004) bir genişlik ilk yaklaşımı kullanan ve dallanma için en büyük üst sınırı olan düğümü seçen bir dal-sınır algoritması üzerinde çalışmışlardır. (1.6) kısıtını gevşeten lagrange gevşetmesi kullanmışlardır. Bu lagrange dualini çözmek için standart bir alt gradyan yöntemi ve alt gradyan yönteminin her iterasyonunda bir sezgisel algoritma kullanmışlardır. Dal-sınır algoritma sonuçları, Nauss'un (2003) algoritmasından daha iyi performans göstermiştir. Lagrange sezgisel yöntemlerinin ise Yagiura vd. (1999)'nın tabu arama algoritmasından daha iyi olduğunu belirtmişlerdir. Lagrange sezgisel algoritması ile dal-sınır algoritmasının hem hız hem de doğruluk açısından tabu arama algoritmasından daha iyi olduğunu rapor etmişlerdir. Önerilen algoritmanın Nauss'un (2003) dal-sınır algoritmasından daha iyi olduğu sonucuna varılmıştır.

Yagiura vd. (2006), GAP için bir metasezgisel yaklaşım geliştirmiştir. Yazarlar algoritmalarının performansını 20'ye kadar ajan ve 200'e kadar iş ile test etmişlerdir. Sonuçlarını Alfandari vd. (2002), Díaz ve Fernández (2001), Haddadi ve Ouzia (2001), Yagiura vd. (2004), Racer ve Amini (1994), Laguna vd. (1995), Chu ve Beasley (1997), Lourenço ve Serra (2002) tarafından önerilen algoritmalar ile karşılaştırmışlardır. Önerilen algoritmanın çoğu örnek için üstün olduğunu bildirmişlerdir.

3.2. Çok Kaynaklı Genelleştirilmiş Atama Problemleri için Literatür Araştırması

Literatürde ÇKGAP'ı ele alan az sayıda çalışma mevcuttur (Özçelik ve Saraç, 2017). ÇKGAP'ın üretim planlama uygulaması, Mazzola vd. (1989) tarafından incelenmiştir.

Gavish ve Pirkul (1991), problemin farklı Lagrange gevşetmelerini araştırmışlardır ve üç sezgisel algoritma geliştirmişlerdir. İlk sezgisel yöntemde, iş enküçük maliyetli ajana atanmamışsa, kademeli olarak daha yüksek maliyetli ajana atanacak şekilde geliştirilmiştir. İkinci sezgisel yöntemde, kapasite kısıtını (1.19), başlangıç çözümü olarak lagrange gevşetmesinde kullanmışlardır ve bazı işleri yeniden atayarak uygun bir çözüm üretmişlerdir. Üçüncü sezgisel yöntemde, (1.7) kısıtında, Lagrange gevşetme kullanarak uygun çözüm elde etmişlerdir. Algoritma sonuçları, zor problemler için üçüncü sezgiselin diğerlerinden daha üstün olduğunu ve dal-sınır algoritmasında sınırlayıcı bir şema olarak kullanıldığını göstermiştir. Yazarlar, algoritmada üç farklı kuralın kombinasyonunu kullanmışlardır. Birincisinde, lagrange çarpanlarını ve yeni sınırı belirlemek için bir alt gradyan eniyileme algoritması kullanılmıştır. İkinci yöntemde, en son çarpan seti kullanılarak lagrange gevşetmesi için çözüm bulunmuştur ve üçüncü yöntemde duyarlılık analizi kullanılmıştır. 10 ajana ve 100 işe kadar olan problemlere en uygun çözümler raporlanmıştır.

Shtub ve Kogan (1998), ÇKGAP'ın dinamik versiyonunu ele almışlardır. İşlerin makinelere atandığı modelde talebin zamanla değiştiği ve kapasitelerin dinamik olduğu durum incelenmiştir.

LeBlanc vd. (1999) hazırlık süreli ÇKGAP'ı ele almıştır. Bu problemde işlerin birden fazla ajana paylaştırılmasına izin verilmektedir. Amaç fonksiyonu olarak hazırlık süreleri ve hazırlık maliyetleri birlikte değerlendirilmiştir. Yazarlar hazırlık süreli ÇKGAP'ın enjeksiyon kalıplama ve metal kesme endüstrisi gibi tekrarlayan üretim ortamlarında önemli olduğunu belirtmişlerdir.

Mazzola ve Wilcox (2001), önce uygun bir çözüm bulmayı ve daha sonra çözümü sistematik olarak geliştirmeyi amaçlayan üç aşamalı bir sezgisel yöntem önermişlerdir. İlk aşamada, bir iş için "pişmanlık" değerini hesaplamak için önceden tanımlanmış ağırlık fonksiyonlarına dayanan bir fonksiyon kullanılmıştır. Atanmamış işlerden, en büyük pişmanlığı veren iş, seçim işlevini enaza indiren ajana atanmıştır. İkinci aşamada, aşırı

yüklenmiş ajanlardan gelen işler, belirli bir öncelik ölçüsüne göre mevcut diğer ajanlara yeniden atanmıştır. Üçüncü aşamada, uygulanabilir bir çözüm kullanan ve işler ajanlar arasında değiştirildiğinde toplam maliyetin iyileştirilmesini enbüyükleyen bir tamsayılı programlama modeli geliştiren çözüm iyileştirme prosedürü önerilmiştir. Ayrıca Gavish ve Pirkul (1991) tarafından sezgisel algoritmanın hesaplama yükünü azaltmak için değişiklik önerilmiştir. Bu değiştirilmiş sezgisel yöntem ve üç aşamalı sezgisel yöntem kullanılarak oluşturulan melez sezgisel yöntem tartışılmıştır. Melez sezgisel yöntemin, en fazla 10 ajan, 75 iş ve 4 kaynak türüyle ilgili problemler için en uygun çözümden ortalama% 3'ten daha az sapma ile etkili olduğu gösterilmiştir.

Yagiura vd. (2004) zincirleme değiştirilmiş komşuluk ile tabu araması olarak adlandırdıkları tabu aramasına dayanan çok büyük ölçekli bir komşuluk arama algoritması üzerinde çalışmışlardır. Yazarlar 20 ajan, 200 işe ve 8 kaynak türüne kadar olan problemler için hesaplama sonuçları sunmuşlardır. Alternatif tabu arama uygulamaları ile eniyi çözümleri, birbirleriyle ve CPLEX 6.5 ile karşılaştırmışlardır. Zincirleme değiştirilmiş komşuluk ile tabu araması algoritmasının performans gösterdiği örneklerin çoğu problemde daha iyi çözüm bulduğunu göstermişlerdir.

Janak vd. (2006), proje başvurularının değerlendirilebilmesi için, her bir projeye 3 ya da 4 hakem atanacak şekilde tercih kısıtlı bir ÇKGAP modeli geliştirmişlerdir. Amaçlar atamaların dengeli bir şekilde yapılması ve hakemlerin tercihlerine göre atanması olarak belirlenmiştir.

Toktaş vd. (2006), farklı kısıtta kaynakların her bir ajandan ziyade tüm ajanlar ile toplu olarak ilişkili olduğu, sözde toplu olarak kapasite edilmiş GAP adı verilen ÇKGAP'ın genelleştirilmiş halini ele almışlardır. Sözde toplu olarak kapasite edilmiş GAP'ın gerçek hayat uygulaması için, bütçe ve ekipmanın tüm ajanlar için toplu olarak kısıtlandığı kaynak çizelgeleme problemi incelemişlerdir. Yazarlar tarafından ele alınan bir diğer uygulama ise, Berge vd. (2003) tarafından başlatılan hava trafiği yönetiminde çizelge iyileştirme problemleridir.

Mitrović-Minić ve Punnen (2009) ÇKGAP için çok büyük ölçekli değişken bir komşuluk arama algoritması geliştirmiştir. Algoritmanın temel mantığı aşağıdakiler gibidir:

- Uygun bir çözümle başlar.

- Çözüm atamalarını S ve S' olmak üzere iki bölüme ayırır, S kümesindeki işlerin atamalarını düzeltir ve S' kümesindeki işlerin en uygun şekilde tahsisini bulmak için nispeten daha küçük bir Tamsayı Programı çözer.
- S' kümesi için en uygun atamaları içeren yeni çözüm, daha iyi bir amaç fonksiyonu elde edilirse mevcut uygulanabilir çözümün yerini alır.

Verilmesi gereken en önemli karar S kümesinin boyutudur yani $|S|$ olmuştur. Küçük $|S|$ için, komşuluğu aramak neredeyse ÇKGAP' nin kendisini çözmekle eşdeğerdir, büyük $|S|$ için ise komşuluk zayıftır. Yazarlar $|S|$ 'ı seçmek için dokuz yöntem önermiştir.

Yazarlar, büyük $|S|$ ile başlamayı ve yavaş yavaş azaltmayı önererek çok büyük ölçekli değişken komşuluk arama algoritmasını çözmeyi amaçlamışlardır. Yagiura vd. (2004)'ın test problemlerini kullanmışlardır ve algoritmalarının performansını Yagiura vd. (2004) tabu arama algoritması ve Cplex tarafından önceden belirlenmiş bir zaman sınırında bulunan eniyi çözümü ile karşılaştırmışlardır.

Karsu ve Azizoğlu (2012), ençok yüke sahip ajanın yükünün enküçüklenmesinin amaçlandığı ajan darboğaz ÇKGAP ele almışlardır. Amaç fonksiyonu, ajanlara dönemler üzerinden atanan enbüyük toplam iş yükünü enaz yaparak yükleri dengelemeye çalışmaktır. Çalışma bu alanda gerçekleştirilmiş ilk çalışmadır. Modellerinde birden fazla dönem bulunmaktadır. Ajanlar her bir dönem için sınırlı süreye sahiptir ve işin gerektirdiği süre atandığı ajana göre değişmektedir. Bir işin tek bir ajana atanması gerekmektedir. Diğer yandan kapasite kısıtından dolayı ajanlar sınırlı sayıda işe hizmet edebilmektedir. Problemin çözümünde dal ve sınır algoritması kullanmışlardır. Dal ve sınır şemalarının belirlenmesinde doğrusal programlama gevşetmesi kullanılmışlardır. Dal ve sınır yöntemlerinin büyüklüğü ajan sayısı 5 iken 60 işe ve ajan sayısı 10 iken 30 işe kadar olan problemleri 20 dakikadan daha kısa sürede çözmüştür. Yakın çözümler bulmak için ise yasaklı arama ve yaklaşım algoritması kullanmışlardır. Çalışmalarının sonucunda ajan ve iş sayısı ile işlem sürelerinin dağılımının problemin karmaşıklığı üzerinde baskın faktörler olduğunu, dönem sayısının önemli bir etkisinin olmadığını gözlemlemişlerdir.

Fu, Sun, Lai ve Leung (2014), problem kapasitelerinin belirgin olmadığı durumlar için darboğaz genelleştirilmiş atama problemlerini ele almışlardır.

Karsu ve Azizoğlu (2014), İki kriterli çok kaynaklı darboğaz genelleştirilmiş atama problemlerini ele almışlardır. Amaç fonksiyonu, ajanlara dönemler üzerinden atanan enbüyük toplam iş yükünü ve tüm ajanlara atanan toplam iş yükünü enküçüklemektir. Çalışma alanında gerçekleştirilmiş ilk çalışmadır. Ajanların her bir dönem için sınırlı süreleri vardır ve işin gerektirdiği süre atandığı ajana göre değişmektedir. Bir işin tek bir ajana atanması gerekmektedir. Diğer yandan kapasite kısıtından dolayı ajanlar sınırlı sayıda işe hizmet edebilmektedir. Küçük boyutlu problemlerin çözümünde baskın olmayan amaç vektörlerinin bulunması, klasik yaklaşım ile dal sınır algoritmaları önerilmesi hedeflenmiştir. Küçük boyutlu problemler incelendiğinde dal ve sınır algoritmasının başarısız olduğu ortaya çıkmıştır. Klasik yaklaşım algoritması ise 5 ajan ve 25 işe kadar olan problemleri yaklaşık 1 saatte çözmüştür. Yazarlar büyük boyutlu problemler için yasaklı arama algoritması önermişlerdir. Yasaklı arama algoritmasının 1000 iş ve 100 ajana kadar olan problemleri 1 saatten kısa bir sürede çözdüğünü ancak kaliteli bir çözüm sağlayamadığını gözlemlemişlerdir.

Özçelik ve Saraç (2017), farklı yeteneklere ve önceliklere sahip ajanların ve aynı ajana atanması gereken işlerin olduğu ÇKGAP'ı ele almışlardır. Yazarlar ele alınan problem için, öncelikli hedef programlama modeli geliştirmişlerdir. Problem, GAMS'de kodlanmış ve çözücü olarak Cplex kullanılmıştır. Geliştirilen modelin performansını test etmek amacıyla farklı boyutlarda test problemi türetilmiştir. Elde edilen sonuçların geliştirilen modelin gerçek hayat problemlerinin çözümünde başarıyla kullanılabileceği belirtilmiştir.

Karsu ve Azizoğlu (2019), toplam yükün tüm ajanlara dengeli bir şekilde dağıtılmasını gerçekleştirebilmek amacıyla tüm ajanların üzerindeki yüklerin karelerinin toplamının enküçüklendiği bir yük kareler atama problemi üzerine yoğunlaşmışlardır. Problemde işin gerektirdiği süre atandığı ajana göre değişmektedir. Her bir ajana enaz bir işin atanması garanti edilir ve bir işin tek bir ajana atanması gerekmektedir. Tüm ajanlar üzerindeki yüklerin karelerinin toplamının enküçüklendiği bir atama problemi ele alınması yönüyle çalışmalarının özgünlüğünü vurgulamışlardır. Problem için tamsayı doğrusal olmayan ve doğrusal olan programlama üzerine iki formülasyon önermişlerdir ve çözüm için bir dal ve sınır algoritması kullanmışlardır. 5 ajan ve 70 işe kadar olan problemler ile 10 ajan ve 45 işe kadar olan problemlerde algoritmalarının memnuniyet verici performans gösterdiğini

belirtmişlerdir. Yazarlar, makul zamanlarda yüksek kaliteli çözümler üreten metasezgisel yaklaşımlar gibi sezgisel yaklaşımların geliştirebileceğine değinmişlerdir.

Bu çalışmada, işlerin atanamadığı ajanların bulunduğu uygunluk kısıtının da yer aldığı ÇKGAP üzerinde durulmuştur. Problemimizde iki amaç bulunmaktadır. Amaçlardan biri toplam yükün tüm ajanlara dengeli bir şekilde dağıtılmasını gerçekleştirebilmek için tüm ajanların üzerindeki yüklerin karelerinin toplamının enküçüklenmesi iken, diğer amaç işlerin atandığı toplam ajan sayısını enküçüklemektir.

Erişilen literatür incelendiğinde, uygunluk kısıtlarının yer alması açısından herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Diğer yandan, toplam yükün tüm ajanlara dengeli bir şekilde dağıtılmasını gerçekleştirebilmek için tüm ajanların üzerindeki yüklerin karelerinin toplamının enküçüklenmesi açısından atama problemleri üzerinde yalnızca bir çalışma (Karsu ve Azizoğlu, 2019) ve iki kriterli amaç fonksiyonu olması açısından da bir çalışma (Karsu ve Azizoğlu, 2014) mevcuttur. Erişilen literatür incelendiğinde, uygunluk kısıtlarının yer alması, toplam ajan sayısının enküçüklenmesi ve belirtilen durumları bütünleşik ele alması yönüyle ele alınmış başka bir çalışmaya rastlanmamıştır.

4. MATERYAL VE YÖNTEM

4.1. Problemin Tanımı

Bu çalışmada *n* işin *m* ajana atanması durumunu inceleyen ÇKGAP ele alınmıştır. Problemde *s* dönem vardır. Ajanların her bir dönem için sınırlı süreleri vardır ve işin gerektirdiği işlem süresi atandığı ajana göre değişmektedir. Bir işin tek bir ajana atanması gerekmektedir. Diğer yandan kapasite kısıtından dolayı ajanlar sınırlı sayıda işe hizmet edebilmektedir. Ele alınan problem, her işin her ajana atanamaması anlamına gelen uygunluk kısıtlarına sahiptir ve iki amaçlıdır. Amaçlardan biri toplam yükün tüm ajanlara dengeli bir şekilde dağıtılmasını gerçekleştirebilmek için ajan yüklerinin kareleri toplamının enküçüklenmesi iken, diğer amaç işlerin atandığı toplam ajan sayısının enküçüklenmesidir.

4.2. Önerilen Matematiksel Model

İndisler:

i: ajan indisi $i \in \{1,2 \ldots, m\}$

j: iş indisi $j \in \{1,2 \ldots, n\}$

t: dönem indisi $t \in \{1,2 \ldots, s\}$

Parametreler:

p_{ijt} : *i*. ajana *t*. dönemde *j*. işin atanması durumunda gerekli işlem süresi

b_{it} : *i*. ajanının *t*. dönemdeki kapasitesi

h_{ij} : *i*. ajan *j*. işe atanabiliyorsa 1, d.d. 0

Karar Değişkenleri:

x_{ij} : *j*. iş *i*. ajana atanmışsa 1, d.d. 0

y_i : *i*. ajana iş atanmışsa 1, d.d. 0

Kısıtlar;

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ijt} x_{ij} \leq b_{it} y_i, \qquad \forall_i \in \{1, \ldots, \mathrm{m}\}, \forall_t \in \{1, \ldots, \mathrm{s}\} \tag{3.1}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1, \qquad \forall_j \in \{1, \ldots, \mathrm{n}\} \tag{3.2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \leq h_{ij}, \qquad \forall_j \in \{1, \ldots, \mathrm{n}\} \tag{3.3}$$

$$\mathrm{x}_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \forall_i \in \{1, \ldots, \mathrm{m}\}, \forall_j \in \{1, \ldots, \mathrm{n}\} \tag{3.4}$$

$$\mathrm{y}_i \in \{0,1\}, \qquad \forall_i \in \{1, \ldots, \mathrm{m}\} \tag{3.5}$$

Amaç Fonksiyonları:

$$enk\ f_1 = \sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{j=1}^{n} \sum_{t=1}^{s} p_{ijt} x_{ij} \right)^2 \tag{3.6}$$

$$enk\ f_2 = \sum_{i=1}^{m} y_i \tag{3.7}$$

Problem iki amaçlıdır. Amaçlardan ilki toplam yükün tüm ajanlara dengeli bir şekilde dağıtılmasını gerçekleştirebilmek için ajan yüklerinin kareleri toplamının enküçüklenmesi iken, diğer amaç işlerin atandığı toplam ajan sayısını enküçüklemektir. Kısıt (3.1) ajanların kapasiteleriyle ilişkili olup, kısıt (3.2) her bir işin tek bir ajana atanmasını garantilemektedir. Kısıt (3.3) uygunluk kısıtları olup, işlerin atanabilecekleri ajanlara atanmasını sağlamaktadır. Kısıt (3.4) ve Kısıt (3.5) işaret kısıtlarıdır.

Literatürde yer alan çalışmalar incelendiğinde, birden fazla amaç fonksiyonunu ele alınan problemlerin, genellikle tüm amaçları temsil edebilecek tek bir amaç fonksiyonuna dönüştürülerek çözüldüğü görülmüştür. Literatürde birçok skalerleştirme yöntemi mevcuttur (Luc, 39 1989; Chankong ve Haimes, 1983; Ehrgott, 2005). Ağırlıklı Toplam Skalerleştirme, Epsilon Kısıt Skalerleştirme, Melez Skalerleştirme, Elastik Kısıt Skalerleştirme, Benson Skalerleştirme, Uzlaşık Programlama Yöntemleri, Konik Skalerleştirme ve Hedef programlama skalerleştirme bu yöntemlerden bazılarıdır.

Bu çalışmada ağırlıklı toplam skalerleştirme yöntemi kullanılmıştır. Ağırlıklı toplam skalerleştirme yönteminde, her bir amaç fonksiyonu değeri ($f_i(x)$) belirlenen bir ağırlık (w_i) değeri ile çarpılır. Bu çalışmada birinci amaç fonksiyonun ağırlığı yani tüm ajanların üzerindeki yüklerin karelerinin toplam değerinin (f_1) ağırlığı, w_1 ile gösterilirken; işlerin atandığı toplam ajan sayısını (f_2) temsil eden ikinci amacın ağırlığı w_2 ile gösterilmiştir.

Birleştirilmiş Amaç Fonksiyonu

$$\text{enk z= } w_1 \sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{j=1}^{n}\sum_{t=1}^{s} p_{ijt}x_{ij}\right)^2 + w_2 \sum_{i=1}^{m} y_i \qquad (3.8)$$

m ajan, *n* iş ve *s* dönem bulunan problemde *m*s*+2*n* adet kısıt ve *n*m* +*m* adet 0-1 tamsayılı karar değişkeni bulunmaktadır.

4.2.1. Örnek Problemin GAMS ile Çözümü

Önerilen matematiksel modeli sınamak için 3 ajan, 5 iş ve 2 dönemin olduğu küçük boyutlu bir örnek problem oluşturulmuştur. Parametreleri Çizelge 4.1-4.3'de verilen küçük boyutlu örnek problem, GAMS paket programının Dicopt çözücüsüyle çözülmüştür.

Örnek problemin kapasite kısıtları (b_{it}) Çizelge 4.1'de, uygunluk kısıtları (h_{ij}) Çizelge 4.2'de ve süre kısıtları (p_{ijt}) Çizelge 4.3'te verilmiştir. Çizelge 4.2'ye göre 2. iş 2. ajana, 2. ve 5. iş ise 3 ajana atanamamaktadır.

Çizelge 4.1. Örnek Problem için kapasite değeri (b_{it})

Ajan	*Dönem1*	*Dönem2*
1	58	24
2	76	25
3	55	46

Çizelge 4.2. Örnek Problem için uygunluk parametreleri (h_{ij})

İş	*Ajan 1*	*Ajan 2*	*Ajan3*
1	1	1	1
2	1	0	0
3	1	1	1
4	1	1	1
5	1	1	0

Çizelge 4.3. Örnek Problem için işlem süreleri (p_{ijt})

i	*j*	*t*	p_{ijt}
1	1	1	16,28
1	2	1	7
1	3	1	7,9
1	4	1	24,61
1	5	1	15,46
2	1	1	9,99
2	2	1	22,52
2	3	1	10,4
2	4	1	10,58
2	5	1	8,11
3	1	1	6,69
3	2	1	18,36
3	3	1	7,59
3	4	1	11,05
3	5	1	23,01
1	1	2	14
1	2	2	8,02
1	3	2	6,24
1	4	2	20,55
1	5	2	14,84
2	1	2	8,44
2	2	2	26,69
2	3	2	12,48
2	4	2	9,63
2	5	2	7,02
3	1	2	5,75
3	2	2	19,37
3	3	2	8,05
3	4	2	13,54
3	5	2	18,98

Çok amaçlı tamsayılı programlama problemlerinde ideal ve nadir noktaların bulunması önemlidir. Her amaç fonksiyonunun alabileceği eniyi değerlerden oluşan noktaya

ideal nokta denir. İdeal nokta, (f^I) ile gösterilir ve (f_1^I, f_2^I..)'dir. Her amaç fonksiyonunun etkin çözümler içerisinde alabileceği enkötü değerlerden oluşan noktaya nadir nokta denir. Nadir nokta, (f^N) ile gösterilir ve (f_1^N, f_2^N..)'dir. İdeal ve nadir noktalar, amaçların karşılaştırılmasını ve kümelenmesini kolaylaştırmak için farklı amaçları normalleştirmede kullanılmaktadır. Bu sebeple çok amaçlı tamsayılı programlama problemleri için tasarlanmış birçok algoritmada ihtiyaç duyulur (Lokman,2017).

Örnek problemin ideal noktası f^I=(2253,97;2) ve nadir noktası f^N=(4828,03;3) olarak elde edilmiştir. Problemin çözümünde her bir amaç nadir noktasına bölünerek normalleştirilmiştir. Örnek problem, ağırlık çiftleri (w_1, w_2), [0-50] arasında kademeli değiştirilerek 66 saniyede çözülmüş ve sonuçlar Çizelge 4.4'de verilmiştir.

Çizelge 4.4. Örnek Problem için GAMS Sonuç Tablosu

w_1	w_2	f_1	f_2	z
0	50	4828,03	2	33,33
1	49	4828,03	2	33,67
2	48	4828,03	2	34
3	47	4828,03	2	34,33
4	46	4828,03	2	34,67
5	45	4828,03	2	35
6	44	4828,03	2	35,33
7	43	4828,03	2	35,67
8	42	4828,03	2	36
9	41	4828,03	2	36,33
10	40	4828,03	2	36,67
11	39	4828,03	2	37
12	38	2253,97	3	43,6
13	37	2253,97	3	43,07
14	36	2253,97	3	42,54
15	35	2253,97	3	42
16	34	2253,97	3	41,47
17	33	2253,97	3	40,94
18	32	2253,97	3	40,4
19	31	2253,97	3	39,87
20	30	2253,97	3	39,34
21	29	2253,97	3	38,8
22	28	2253,97	3	38,27
23	27	2253,97	3	37,74
24	26	2253,97	3	37,2
25	25	2253,97	3	36,67
26	24	2253,97	3	36,14

27	23	2253,97	3	35,6
28	22	2253,97	3	35,07
29	21	2253,97	3	34,54
30	20	2253,97	3	34,01
31	19	2253,97	3	33,47
32	18	2253,97	3	32,94
33	17	2253,97	3	32,41
34	16	2253,97	3	31,87
35	15	2253,97	3	31,34
36	14	2253,97	3	30,81
37	13	2253,97	3	30,27
38	12	2253,97	3	29,74
39	11	2253,97	3	29,21
40	10	2253,97	3	28,67
41	9	2253,97	3	28,14
42	8	2253,97	3	27,61
43	7	2253,97	3	27,07
44	6	2253,97	3	26,54
45	5	2253,97	3	26,01
46	4	2253,97	3	25,48
47	3	2253,97	3	24,94
48	2	2253,97	3	24,41
49	1	2253,97	3	23,88
50	0	2253,97	3	23,34

Örnek olarak w_1=46 w_2=4 olduğu sonuç ayrıntılı bir şekilde incelenecek olursa, karar değişkenleri Çizelge 4.5'ten de görülebileceği gibi, x_{12} , x_{13} , x_{24} , x_{25}, x_{31}=1 ve diğerlerinin 0 değerini almıştır.

Çizelge 4.5. Örnek Problem için x_{ij} Değerleri

İş	*Ajan 1*	*Ajan 2*	*Ajan3*
1			1
2	1		
3	1		
4		1	
5		1	

Her 3 ajana da iş atandığından y_1 , y_2 ve y_3 =1 olmaktadır. Atama sonrası birinci amaç için, $((12{,}44)^2 + (20{,}21 + 15{,}13)^2 + (15{,}02 + 14{,}14)^2)/4828{,}03$=0,467, ikinci

amaç için, 3/3=1 değerleri elde edilmiş olup, birleştirilmiş amaç fonksiyonu ise z=46*0,467+4*1=25,48 olarak hesaplanmıştır.

Küçük boyutlu problemlerde GAMS paket programıyla tamsayı çözümler elde edilmiştir. Büyük boyutlu problemler için daha kısa sürede başarılı sonuçlar elde edilebilmesi amacıyla TB algoritması önerilmiştir. İzleyen alt bölümde TB'den bahsedilmektedir.

4.3. Tavlama Benzetimi Hakkında Genel Bilgiler

TB, Kirkpatrick vd. tarafından eniyileme problemlerini çözmek amacıyla 1983 yılında geliştirilen bir yerel arama algoritmasıdır. TB yöntemi, Metropolis vd. tarafından, katının enerji durumunu enaza indiren fiziksel sistemlerdeki tavlama süreci ile kombinatorik eniyileme problemlerindeki çözüm süreci arasındaki benzerlik üzerine kurulmuştur (Kirkpatrick vd., 1983).

Tavlama, maddenin düşük enerji seviyelerine erişebilmek amacıyla kullanılan ısıl bir işlemdir. Bu işlemde sıcaklık, katının erime sıcaklığına çıkarılır. Yüksek sıcaklıktaki katı, oldukça yüksek enerjiye ve serbestliğe sahiptir. Sonraki işlemde, yavaş yavaş soğutma işlemi gerçekleştirilir. Soğutma işlemi ile termal dengeye ulaşıldığında, katı içindeki moleküller daha kararlı bir yapı oluştururlar. Bu işlemde süre önemli bir parametredir. Soğutma çok hızlı olursa kristal yapıda düzensizlikler ve bozulmalar meydana gelir (Kirkpatrick vd., 1983).

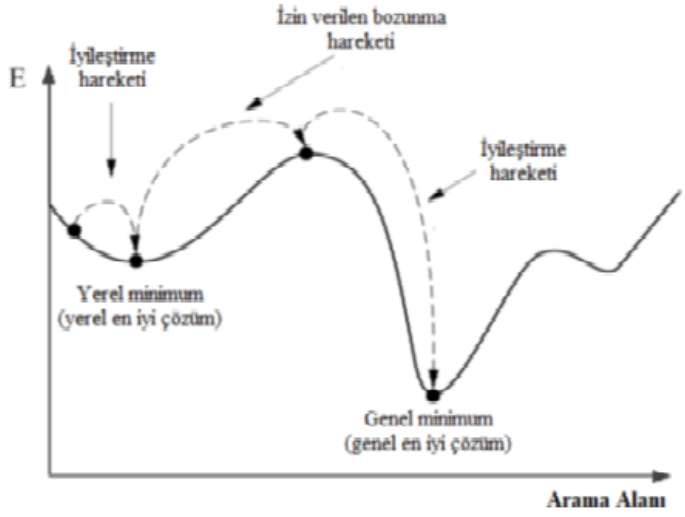
Tavlama süreci ile kombinatorik eniyileme problemleri arasındaki benzerlik Şekil 4.1'de verilmiştir (Şahin,2004).

Fiziksel Sistem	Kombinatorik Optimizasyon Sistemi
Sistemin Durumları	Uygun Çözümleri
Sistemin Enerjisi	Amaç Fonksiyon Değeri
Sıcaklık	Kontrol Parametresi
Denge Durumu	Optimal Çözüm

Şekil 4.1. Tavlama İşlemi İle Kombinatorik Eniyileme Problemlerinin Eşleşmesi

Fiziksel sistemde katının farklı durumları, kombinatorik eniyileme problemindeki mümkün farklı çözümlere ve sistemin enerjisi problemin amaç fonksiyonuna karşılık gelmektedir. Yer durumu genel eniyi çözümü, yarı-kararlı durum ise yerel eniyi çözümü göstermektedir.

TB algoritması bir başlangıç çözümle ve yerel enküçükten kaçınmak için göreli olarak yüksek bir sıcaklık değeriyle başlamaktadır. Her yinelemede algoritma, yerel komşulukla sonraki çözümü üretmekte ve sıcaklık belirli bir kurala göre azalmaktadır. Sistemin enerji düzeyini temsil eden, amaç fonksiyonunu geliştiren yeni çözüm her zaman kabul edilmektedir. Öte yandan, sistemin sıcaklığını arttırmaya izin veren ya da sistemdeki amaç fonksiyonundan uzaklaşmaya/bozulmaya belirli bir düzeyde izin veren geçici çözüm önerileri de kabul edilmektedir. İşlemler; yeni çözüm kabul edilmiş ise yeni çözümle, yeni çözüm reddedilmişse bir mevcut çözümle tekrar çalışmaktadır. Algoritmayı durdurma kriteri (iterasyon sayısı, sıcaklığın en küçük değeri…) gerçekleşene kadar işlemler devam etmektedir. Algoritmanın temel işleyişi Şekil 4.2'deki gibi gösterilebilir (Rosocha, Vernerova ve Verner, 2015).

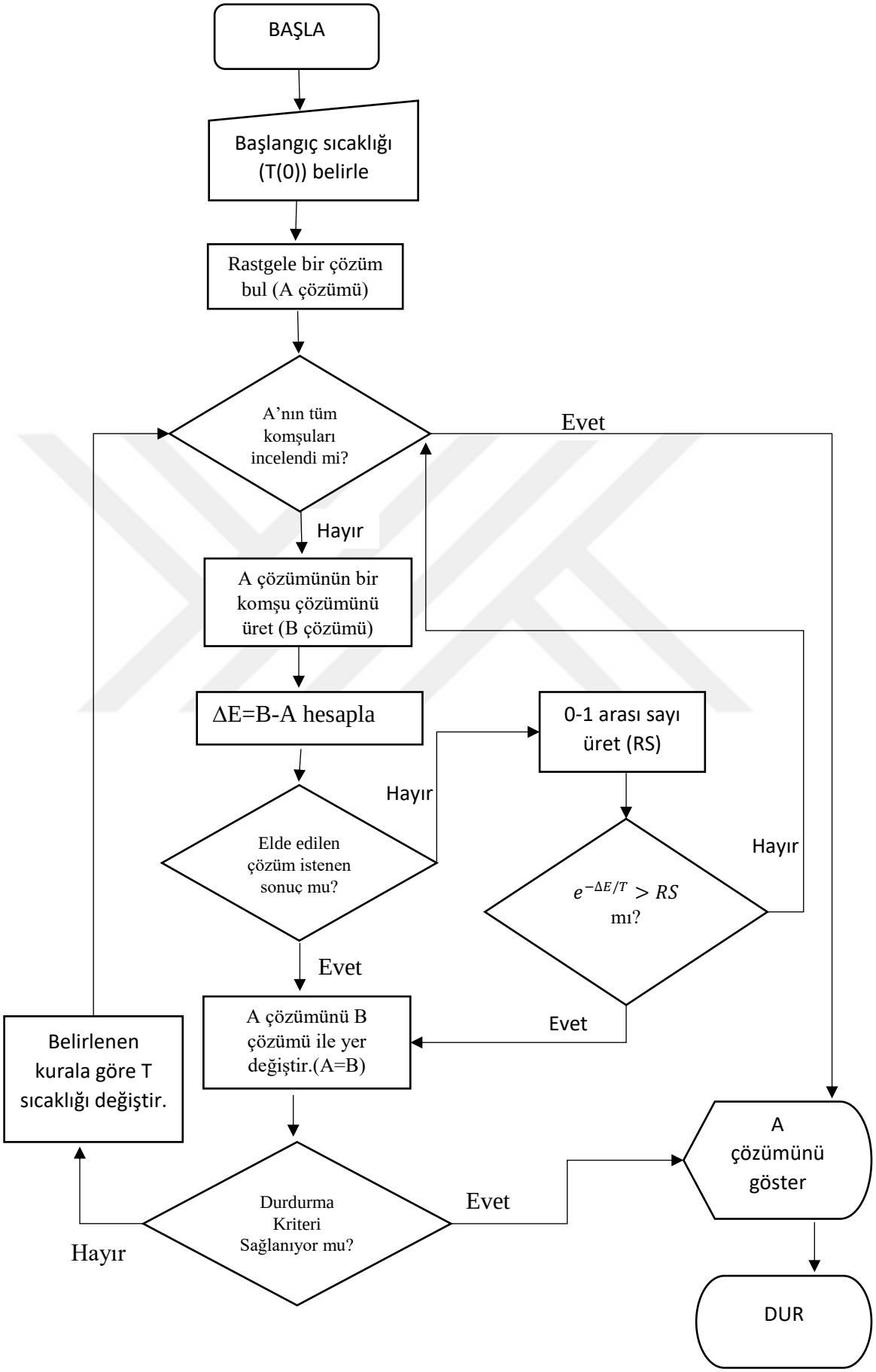


Şekil 4.2. TB Algoritmasının Temel İşleyişi (Rosocha, Vernerova ve Verner, 2015)

Mevcut çözümün amaç fonksiyonu değeri ile komşu çözüm değeri arasındaki fark ΔE'yi göstermektedir. Eğer ΔE değeri ile hesaplanan kabul koşulu sağlanıyorsa yerel komşuluk ile elde edilen sonuç mevcut çözüm olarak kabul edilmektedir. Aksi takdirde kötü bir çözümün kabul edilme olasılığı Boltzmann dağılımına dayanmaktadır:

$$P(\Delta \mathrm{E}, \mathrm{T}) = e^{\frac{-\Delta E}{T}} \qquad (3.9)$$

Sıcaklık (T) değeri arttığında P değeri, yani daha iyi olmayan bir komşu çözümün kabul edilme olasılığı azalmaktadır. Belirli bir sıcaklık seviyesinde toplamda kaç yeni çözümün araştırılacağı araştırmacı tarafından belirlenmektedir. Ancak kararlı bir duruma ulaşıldığında (çözümlerde daha fazla ilerleme olmadığı durumlarda), sıcaklık genellikle azaltılmış olur. Bu yöntemde hem mevcut hem de eniyi elde edilen çözümler kaydedilmelidir (Rosocha, Vernerova ve Verner, 2015). T değeri 0'a yaklaştıkça E değeri yani amaç fonksiyonu değerinde artışa yol açan çözümlerin çoğu reddedilmektedir. Böylece, amaç fonksiyonunda zaman zaman bozulmalar olsa bile sürecin yerel eniyilerde takılıp kalması önlenmekte ve sürecin genel eniyiye ulaşılmasına olanak sağlanmaktadır (Laarhoven vd., 1992). TB algoritmasının akış şeması Şekil 4.3.'de gösterilmiştir.



Şekil 4.3. TB Akış Şeması

4.4. Tavlama Benzetimi Algoritmasının Parametreleri

TB algoritmasının çözümü için verilmesi gereken kararlar Genel Kararlar ve Probleme Özgü Kararlar olmak üzere iki gurupta toplanabilir (Kutucu ve Durgut, 2018)

4.4.1. Genel Kararlar

Başlangıç Sıcaklığı (T(0)), Soğutma Planı (tekrar sayısı, sıcaklık düşürme oranı), Durdurma koşulu TB algoritması için verilmesi gereken genel kararlardandır.

Başlangıç Sıcaklığı:

Başlangıç çözümlerinin kabul edilme olasılığının 1'e yakın olabilmesi için başlangıç sıcaklığı yeterince büyük olmalıdır. Diğer taraftan başlangıç sıcaklığının çok yüksek bir değer seçilmesi çok uzun süre ihtiyacına ve kötü bir performansa sebep olabilir (Temiz, 2010). Başlangıç sıcaklığı düşük seçildiğinde ise yerel minimumlara takılmalar olmaktadır. Bu yüzden başlangıç sıcaklığı seçimi oldukça önemlidir (Kendall,2000).

Soğutma Planı:

TB'de soğutma işlemi algoritmanın performansını önemli derecede etkileyen parametrelerden biridir. Bu parametre belirlenen sıcaklık düşürme prensibine göre algoritmanın sıcaklık değerini günceller.

Literatürde değişik soğutma stratejilerinin kullanımlarına rastlamak mümkündür. Bu çalışmada kullanılan geometrik soğutma planı aşağıdaki gibidir.

$$T_k = T_{k-1} * \alpha \qquad (3.10)$$

T_k, k'ncı iterasyondaki sıcaklık değerini, T_{k-1}, (k-1)'inci iterasyondaki sıcaklık değerini göstermektedir. α (soğutma oranı) sabit bir oran olup 0-1 arasında ancak 1'e yakın bir değerdir.

Geometrik soğutma planı ilk defa 1983 yılında Kirkpatrick tarafından önerilmiştir ve Kirkpatrick (1983) çalışmasında soğutma oranını, $0{,}8<\alpha<0{,}95$ aralığında kullanmıştır. Deneyler α'nın 0,8 ile 0,99 arasında seçildiğinde daha iyi sonuçlar verdiğini göstermektedir. Ancak α değeri büyüdükçe iterasyon sayısının da artacağı dikkate alınmalıdır (Kendall, 2000).

TB'de özellikle geometrik soğutma planı kullanıldığında, sıcaklığın sıfıra kadar düşmesini beklemek algoritmanın çok uzun süre çalışmasına sebep olabilmektedir. Uygulamada sıcaklığın sıfıra ulaşmasına izin vermek şart değildir, çünkü algoritmanın sıfıra yaklaştıkça daha kötü hareketi kabul etme olasılığı ile sıcaklığın sıfıra eşit olması hemen hemen aynıdır. Bu yüzden durdurma kriteri belirlenirken son sıcaklık değerine de dikkat edilmelidir (Kendall,2000).

TB'de soğutma planı yapılırken dikkat edilmesi gereken bir diğer konu da her bir sıcaklıkta üretilen çözüm sayısının (tekrar sayısı) belirlenmesidir. Tekrar sayısı, sabit bir üst sınıra göre kabul edilen yeterli sayıda hareketler tarafından belirlenmektedir. Bu sayede, problemin fiziksel tavlamadaki ısıl dengeye karşılık gelen bir denge durumuna ulaşması beklenmektedir. Tekrar sayısı, sabit veya problemin boyutuna orantılı olarak alınabilmektedir. Böylece, sıcaklık parametresinin her değerinde elde edilen çözüm, belirli sayıda ardıl sıcaklık değişimleri boyunca değişmemekte ve algoritma durdurulmaktadır (Osman ve Potts, 1989). Diğer taraftan, tekrar sayısı sistemin denge dağılımına ulaşmasına yetecek kadar büyük seçilmelidir. (Aarst and Korst, 1989)

Durdurma Koşulu

Algoritmanın durdurulması için farklı yaklaşımlar mevcuttur. Bunlar, önceden belirlenen en büyük iterasyon sayısına ulaşılması, belirlenen en düşük sıcaklığa ulaşılması ve istenen kriterleri sağlayan çözüme ulaşılması olabilmektedir.

Bu çalışmada yapılan ön denemeler sonucunda başlangıç sıcaklığı için 100, soğutma oranı için 0,95, her bir sıcaklıkta üretilen çözüm sayısı için 3-5 dikkate alınmıştır. Durdurma koşulu olarak en düşük sıcaklığa ulaşılması kriteri kullanılmakta ve bulunan en iyi çözüm çıktı olarak alınmaktadır.

4.4.2. Probleme Özgü Kararlar

Çözüm uzayının belirlenmesi, minimize edilecek amaç fonksiyonu, başlangıç çözümü ve komşuluk üretim mekanizması TB algoritması için verilmesi gereken probleme özgü kararlar arasında yer almaktadır.

Çözüm Uzayı

Çözüm uzayı TB algoritmasının performansını etkileyen önemli etkenlerden biridir.

Ele alınan problemde, bir işin yalnızca bir ajana atanabildiği, bütün işlerin birbirinden bağımsız olduğu, her işin her ajana atanamadığı bünyesinde uygunluk kısıtını barındıran, her bir ajanın her bir dönemdeki kapasitesinin olduğu durumlar altında çözüm uzayı belirlenmiştir.

Amaç fonksiyonu

Problemde, amaçlardan biri toplam yükün tüm ajanlara dengeli bir şekilde dağıtılmasını gerçekleştirebilmek için ajan yüklerinin kareleri toplamının enküçüklenmesi iken, diğer amaç işlerin atandığı toplam ajan sayısını enküçüklemektir. Her bir amaç nadir değerleri kullanılarak normalleştirilmiş ve problemin çözümü için ağırlıklı toplam skalerleştirme yöntemi kullanılmıştır.

Başlangıç Çözümü

Başlangıç çözüm, uygunluk ve kapasite kısıtlarını dikkate alarak; her işin bir ajana atanmasını garanti edecek şekilde her bir amaç fonksiyonu için rassal olarak türetilmiştir. Türetilen iki başlangıç çözümden hangisinin kullanılacağına, ağırlık değerlerine göre karar verilmektedir. Bu sayede hangi amaca daha büyük ağırlık verildiyse, aramanın çözüm uzayının ilgili amaç fonksiyonuna daha iyi değerler verebilecek bir noktasından başlanması sağlanmaktadır.

Birinci başlangıç çözüm türetme algoritması, ilk amaca (ajan yüklerinin kareleri toplamı; f_1) yöneliktir. Algoritma adımlarına aşağıda yer verilmektedir.

Adım.1.1. 1 ile *n* (iş sayısı) arasında rassal bir sayı seç. (Atanacak işin seçilmesi sağlanmaktadır.) Seçilen iş i_0 olsun.

Adım 1.2. i_0 daha önce herhangi bir ajana atanmış ise Adım1.1'e dön. Atanmamış ise *Adım 1.3*'e geç.

Adım 1.3. 1 ile *m* (ajan sayısı) arasında rassal bir sayı seç. (İşin atanacağı ajan seçilmektedir.) Seçilen ajan j_0 olsun.

Adım 1.4. Seçilen iş (i_0) seçilen ajana (j_0) atanabiliyorsa (uygunluk kısıtı sağlanıyorsa) *Adım 1.5*'e geç diğer durumda Adım 1.3'e dön.

Adım 1.5. Seçilen işin (i_0) seçilen ajandaki (j_0) işlem süresini $(p_{i_0 j_0})$ tespit et. Seçilen ajanın her bir dönemdeki kapasitelerini incele ve her bir dönem için kapasite uygunsa $(b_{i_0 t})$ atamayı gerçekleştir, mevcut kapasiteyi güncelle ve *Adım 1.6*'ya geç. Eğer herhangi bir dönemde kapasite uygun değilse *Adım 1.3*'e geri dön.

Adım 1.6. Tüm işler atanmadıysa *Adım 1.1*'e dön. Tüm işler atandığında algoritmayı sonlandır, amaç fonksiyonunu hesapla (Bulunan çözüm z_1 olsun).

İkinci başlangıç çözüm türetme algoritması, ikinci amaca (toplam ajan sayısı; f_2) yöneliktir. Algoritma adımlarına aşağıda yer verilmektedir.

Adım.2.1. 1 ile m (ajan sayısı) arasında rassal bir sayı seç. (İşlerin atanacağı ajanın seçilmesi sağlanmaktadır.) Seçilen ajan j_0 olsun.

Adım 2.2. i=1'den başlayarak işleri seç. (Ajana atanacak iş seçilmektedir.) Seçilen iş i_0 olsun.

Adım 2.3. Seçilen iş daha önce bir ajana atandıysa *Adım 2.2*'ye geri dön. Atanmadıysa *Adım 2.4*'e git.

Adım 2.4. Seçilen iş (i_0) seçilen ajana (j_0) atanabiliyorsa *Adım 2.5*'e geç. Diğer durumda, *Adım 2.2*'ye dön. Eğer 5 iterasyon boyunca *Adım 2.5*'e geçilemediyse *Adım 2.1*'e dön.

Adım 2.5. Seçilen işin (i_0) seçilen ajandaki (j_0) işlem süresini $(p_{i_0 j_0})$ tespit et. Seçilen ajanın her bir dönemdeki kapasitelerini incele ve her bir dönem için kapasite uygunsa $(b_{i_0 t})$ atamayı gerçekleştir, b_{it} güncelle ve *Adım 2.6*'ya geç. Eğer herhangi bir dönemde kapasite uygun değilse *Adım 2.2*'ye geri dön. Eğer 5 iterasyon boyunca atama gerçekleşmediyse *Adım 2.1*'e dön.

Adım 2.6. Tüm işler atanmadıysa *Adım 2.1*'e dön. Tüm işler atandığında algoritmayı sonlandır, Amaç fonksiyonunu hesapla (Bulunan çözüm z_2 olsun).

Adım 3. Eğer $z_1 \leq z_2$ ise z_1 değerini elde eden çözümü başlangıç çözüm olarak seç. Değilse z_2 değerini elde eden çözümü başlangıç çözüm olarak seç.

Başlangıç çözüm türetme algoritması Bölüm 4.2.1'de verilen örnek problem kullanılarak gösterilmiştir. Birinci başlangıç çözüm türetme algoritmasının sonucunda elde edilen çözüm Çizelge 4.6' da verilmiştir.

Çizelge 4.6. Birinci Başlangıç Çözümü için x_{ij} Değerleri

İş	*Ajan 1*	*Ajan 2*	*Ajan 3*
1			1
2	1		
3	1		
4		1	
5		1	

Birinci başlangıç çözüme karşı gelen amaç fonksiyonu değerleri; $f_1 = ((12{,}44)^2 + (20{,}21 + 15{,}13)^2 + (15{,}02 + 14{,}14)^2)$=2253,97 ve $f_2 = 3$'tür. $w_1 = 49$, $w_2 = 1$ ağırlık çifti için birleştirilmiş amaç fonksiyonu değeri ; $z_1{}' = (2253{,}97/4828{,}03) * 49 + (3/3) *1$=23,88 olarak elde edilmiştir. Ağırlık çiftinin $w_1 = 1$, $w_2 = 49$ olarak alınması durumunda

$z_1{}'' = (2253{,}97/4828{,}03) * 1 + (3/3) *49$=49,47 olarak hesaplanır.

İkinci başlangıç çözüm için ise Çizelge 4.7' de verilen x_{ij} değerleri elde edilmiştir.

Çizelge 4.7. İkinci Başlangıç Çözümü Sonucu x_{ij} Değerleri

İş	*Ajan 1*	*Ajan 2*	*Ajan 3*
1			1
2	1		
3			1
4			1
5	1		

İkinci başlangıç çözümüne karşı gelen amaç fonksiyonu değerleri $f_1 = ((12{,}44 + 15{,}64 + 24{,}59)^2 + (15{,}02 + 30{,}03)^2)$=4828,03 ve $f_2 = 2$'dir.

$w_1 = 49$, $w_2 = 1$ için; $z_2{}' = (4828{,}03/4828{,}03) * 49 + (2/3) *1$=49,67 olarak$w_1 = 1, w_2 = 49$ için ise $z_2{}'' = (4828{,}03/4828{,}03) * 1 + (2/3) *49$=33,67 olarak elde edilmiştir.

$w_1 = 49$, $w_2 = 1$ için $z_1{}'$ amaç değerinin bulunduğu başlangıç çözümü kabul edilirken; $w_1 = 1$, $w_2 = 49$ için $z_2{}''$ amaç değerinin bulunduğu başlangıç çözümü kabul edilmektedir.

Komşuluk Üretim Mekanizması

Önerilen problemi çözmek için, mevcut çözümden yeni çözümün nasıl elde edileceğini belirleyen komşuluk üretim mekanizması yapısı;

Adım 1. 1 ile *n* (iş sayısı) arasında rassal bir sayı seç. (Değiştirilecek işin seçilmesi sağlanmaktadır.) Seçilen iş j_0 olsun.

Adım 2. j_0 işini yapan ajanı bul. Seçilen ajan i_0 olsun.

Adım 3. Aşağıda sözde kodu verilen algoritmayı çalıştır.

for x=1 to *m* (ajan sayısı)

if x *not equal* i_0 *then*

if h_{xj_0}=1 *then*

for each z in <*x* ajanına atanan işler>

if h_{i_0z}=1 *then*

for t=1 to *s* (dönem sayısı)

j_0 işi *x* ajanına atanması durumu incele

Güncel kapasiteleri hesapla. (Her bir b_{xt} için)

j_0 işi *x* ajanına atanması, *z* işi i_0 ajanına atanması durumu incele (karşılıklı değişim)

Güncel kapasiteleri hesapla. (Her bir b_{xt} için)

Güncel kapasiteleri hesapla. (Her bir b_{i_0t} için)

z işi i_0 ajanına atanması durumunu incele

Güncel kapasiteleri hesapla. (Her bir b_{i_0t} için)

if $b_{i_0t} < 0$ *or* $b_{xt} < 0$ then "Değişimi Gerçekleştirme"

else

Amaç fonksiyonu değerini hesapla. ($Amac_{xzt}$)

else "Değişimi Gerçekleştirme"

else "Değişimi Gerçekleştirme"

else "Değişimi Gerçekleştirme"

Adım 4. Aşağıda sözde kodu verilen algoritmayı çalıştır.

for x=1 to *m* (ajan sayısı)

for each z in <*x* ajanının yaptığı işler>

for t=1 to *s* (dönem sayısı)

enküçük amaç değerini kabul et. *(min* $Amac_{xzt}$*)*

end for

Adım 5.

Adım 4'ün sonucundan elde edilen en küçük amaç değerine sahip iş değişimini kabul et ve güncelle.

Adım 3'de anlatılan komşuluk yapısında 3 durum incelenmektedir. Birincisi rassal seçilen işin başka bir ajana atanması durumu; ikincisi rassal seçilen işin başka bir ajandaki bir iş ile karşılıklı yer değiştirmesi durumu ve üçüncüsü rassal seçilen işin bulunduğu ajana farklı bir ajana atanmış işlerden birinin aktarılması. *Adım 4*'te *Adım 3* ile tespit edilen komşulardan en iyi değişimin bulunması sağlanmaktadır.

Önerilen TB, C# dilinde yazılmıştır ve bir örnek problem için elde edilen sonuçlar Bölüm 4.4.3'de verilmiştir.

4.4.3. Örnek Problemin Tavlama Benzetimi ile Çözümü

Bölüm 4.2.1'de verilen örnek problem, geliştirilen TB ile çözülmüştür. Çözüm süresi 200 saniyede olarak gerçekleşmiştir. Elde edilen sonuçlar Çizelge 4.8'de verilmiş ve matematiksel modelin (GAMS) sonuçları ile kıyaslanmıştır.

Çizelge 4.8. GAMS ve TB Karşılaştırma Tablosu

		GAMS Sonuçları			**TB Sonuçları**		
w_1	w_2	f_1	f_2	z	f_1	f_2	z
0	50	4828,03	2	33,33	4828,03	2	33,33
1	49	4828,03	2	33,67	4828,03	2	33,67
2	48	4828,03	2	34,00	4828,03	2	34,00
3	47	4828,03	2	34,33	4828,03	2	34,33

4	46	4828,03	2	34,67	4828,03	2	34,67
5	45	4828,03	2	35,00	4828,03	2	35,00
6	44	4828,03	2	35,33	4828,03	2	35,33
7	43	4828,03	2	35,67	4828,03	2	35,67
8	42	4828,03	2	36,00	4828,03	2	36,00
9	41	4828,03	2	36,33	4828,03	2	36,33
10	40	4828,03	2	36,67	4828,03	2	36,67
11	39	4828,03	2	37,00	4828,03	2	37,00
12	38	2253,97	3	43,60	4828,03	2	37,33
13	37	2253,97	3	43,07	4828,03	2	37,67
14	36	2253,97	3	42,54	4828,03	2	38,00
15	35	2253,97	3	42,00	4828,03	2	38,33
16	34	2253,97	3	41,47	4828,03	2	38,67
17	33	2253,97	3	40,94	4828,03	2	39,00
18	32	2253,97	3	40,40	4828,03	2	39,33
19	31	2253,97	3	39,87	4828,03	2	39,67
20	30	2253,97	3	39,34	2253,97	3	39,34
21	29	2253,97	3	38,80	2253,97	3	38,80
22	28	2253,97	3	38,27	2253,97	3	38,27
23	27	2253,97	3	37,74	2253,97	3	37,74
24	26	2253,97	3	37,20	2253,97	3	37,20
25	25	2253,97	3	36,67	2253,97	3	36,67
26	24	2253,97	3	36,14	2253,97	3	36,14
27	23	2253,97	3	35,60	2253,97	3	35,60
28	22	2253,97	3	35,07	2253,97	3	35,07
29	21	2253,97	3	34,54	2253,97	3	34,54
30	20	2253,97	3	34,01	2253,97	3	34,01
31	19	2253,97	3	33,47	2253,97	3	33,47
32	18	2253,97	3	32,94	2253,97	3	32,94
33	17	2253,97	3	32,41	2253,97	3	32,41
34	16	2253,97	3	31,87	2253,97	3	31,87
35	15	2253,97	3	31,34	2253,97	3	31,34
36	14	2253,97	3	30,81	2253,97	3	30,81
37	13	2253,97	3	30,27	2253,97	3	30,27
38	12	2253,97	3	29,74	2253,97	3	29,74
39	11	2253,97	3	29,21	2253,97	3	29,21
40	10	2253,97	3	28,67	2253,97	3	28,67
41	9	2253,97	3	28,14	2253,97	3	28,14
42	8	2253,97	3	27,61	2253,97	3	27,61
43	7	2253,97	3	27,07	2253,97	3	27,07
44	6	2253,97	3	26,54	2253,97	3	26,54
45	5	2253,97	3	26,01	2253,97	3	26,01
46	4	2253,97	3	25,48	2253,97	3	25,48
47	3	2253,97	3	24,94	2253,97	3	24,94
48	2	2253,97	3	24,41	2253,97	3	24,41
49	1	2253,97	3	23,88	2253,97	3	23,88
50	0	2253,97	3	23,34	2253,97	3	23,34

TB için elde edilen sonuçlardan birisini ayrıntılı inceleyecek olursak, w_1=46, w_2=4 ağırlık çifti için elde edilen x_{ij} değerleri Çizelge 4.9'da verilmiştir.

Çizelge 4.9. TB ile çözülen problem için x_{ij} değerleri

İş	*Ajan 1*	*Ajan 2*	*Ajan 3*
1			1
2	1		
3	1		
4		1	
5		1	

x_{12}, x_{13}, x_{24}, x_{25} , x_{31} = 1 olarak, diğerlerinin '0' olarak değer aldığı görülmektedir. Her 3 ajana da iş atandığından y_1 , y_2 ve y_3 =1 olmaktadır. Bu çözüme karşı gelen Birinci amaç fonksiyonu değeri; $((12{,}44)^2 + (20{,}21 + 15{,}13)^2 + (15{,}02 + 14{,}14)^2)/2263$=0,467'dir, ikinci amaç fonksiyonu değeri ise 3/3=1'dir. Birleştirilmiş amaç fonksiyonu değeri z=46*0,467+4*1=25,48 olarak gerçekleşmiştir.

Küçük boyutlu problemde genel itibarıyla benzer sonuçlar elde edilse de problemin doğrusal olmayan yapısından dolayı, w_1= [12-19] w_2=[38-31] aralıklarında TB'nin daha iyi sonuçlar elde ettiği görülmektedir.

5. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde geliştirilen model ve çözüm metodolojisinin performanslarını test etmek amacıyla ilgili modeller GAMS/Dicopt çözücüsünde çözülmüştür. Büyük boyutlu problemlerin çözümü için önerilen TB algoritması C# ile kodlanmış ve türetilen test problemlerinin sonuçları karşılaştırılmıştır. Test problemlerinin özellikleri, GAMS ve TB algoritması ile elde edilen sonuçlar izleyen alt başlıklarda sunulmuştur.

5.1. Test Problemi Türetme

Test problemlerinin türetilmesinde Gavish ve Pirkul (1991), Yagiura vd. (2004), Karsu ve Azizoğlu (2012) ile Karsu ve Azizoğlu (2014)'de kullanılan yöntem kullanılmıştır. Birinci dönemde her bir ajana atanan işlerin işlem süreleri (p_{ijt}) a ve b arasında sürekli düzgün dağılma uygun olarak türetilmiştir. a ve b değerlerine bağlı olarak üç farklı veri seti oluşturulmuştur. Her bir veri setinde kullanılan değerler aşağıda verilmiştir.

Set I. a=5, b=25
p_{ij1}~ U [5, 25]

Set II. a=15, b=25
p_{ij1}~ U [15, 25]

Set III. a=25, b=35
p_{ij1}~ U [25, 35]

Her bir veri seti için p_{ijt} ve b_{it} değerleri aşağıda adımları verilen algoritma yardımıyla türetilmiştir.

Adım 0. Set I, Set II ve Set III' de belirtildiği gibi p_{ij1} türet. (p_{ij1}~ U [a,b])
Adım 1. $b_{i1} = c\sum_{j\in J} p_{ij1}/m$, c önceden tanımlanan bir sabit değer, m ajan sayısı

Adım 2. $p_{ijt} = 3p_{ij1}/4 + \gamma_{ijt}p_{ij1}/2, \quad \forall\, t \geq 2,\ \gamma_{ijt}$ [0,1] arasında rassal sayı

Adım 3. $b_{it} = c\sum_{j\in J} p_{ijt}/m$ (*c*: sabit katsayı)

Bu çalışmada *n* 10, *m* 50,100 ve 150, *s* 3 ve *c* katsayısının değeri 1,2 olarak alınmıştır. Uygunluk kısıtları (*h*) açısından işlerin %95'inin ajanlara atanabildiği ve %75'inin atanabildiği olmak üzere iki durum ele alınmıştır. Aynı *n*, *m*, *s* ve *h* değerlerine sahip her bir problem tipinden 3'er örnek türetilmiştir. Test problemleri türetme algoritması C# dilinde kodlanmıştır.

5.2. Elde Edilen Çözümlerin Karşılaştırılması ve Analizi

Önerilen matematiksel modelin ve TB'nin çözüm performanslarını test etmek amacıyla 54 adet test problemi türetilmiştir. Matematiksel model GAMS 24.5 ile kodlanmış ve Dicopt çözücüsüyle çözülmüştür. Önerilen TB C# dilinde yazılmış ve tüm test problemleri 8 GB RAM'e sahip çift çekirdekli (Intel Core i7 2.27 GHz) bir bilgisayarda çözülmüştür. Test problemlerinin çözüm süresi 7200 saniye ile sınırlandırılmıştır.

Problemler, iş-ajan-dönem-uygunluk-kullanılan veri seti örnek numarasından oluşan bir yapı kullanılarak isimlendirilmiştir. Örneğin; 50 iş, 10 ajan, 3 dönem, %75 oranlı uygunluk kısıtı olan Set III ile türetilen örnek problemin 2. örneği 50-10-3-75-S3-2 olarak isimlendirilmiştir.

Çizelge 5.1. 50-10-3-S1-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	50-10-3-S1-75-1		50-10-3-S1-75-2		50-10-3-S1-75-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	30	30	25	25	25	25
1	49	-*	30,45	-*	25,59	25,52	25,5
2	48	-*	30,91	-*	26,18	-*	32,56
3	47	-*	31,44	-*	26,77	-*	35,25
4	46	-*	31,84	-*	27,36	-*	35,71
5	45	-*	32,37	-*	27,95	-*	38,72
6	44	-*	32,91	-*	28,54	-*	35,71
7	43	-*	33,15	-*	29,13	-*	35,47
8	42	-*	33,57	-*	29,73	-*	38,08
9	41	-*	34,12	-*	30,32	-*	35,96
10	40	-*	34,3	-*	30,91	-*	35,72
11	39	-*	35	-*	31,43	-*	37,86
12	38	-*	35,16	-*	32,09	-*	35,44
13	37	-*	35,87	-*	32,68	-*	37,47
14	36	-*	36,02	-*	33,27	-*	37,29
15	35	-*	37,22	**32,5**	32,56	-*	37,29
16	34	-*	37,2	33	32,84	-*	36,11
17	33	-*	37,7	**33,5**	33,93	-*	35,87
18	32	-*	38,28	34	32,62	-*	36,87
19	31	-*	38,35	**34,5**	35,04	-*	36,45
20	30	-*	38,86	0	35,25	-*	35,87
21	29	-*	39,04	35,5	34,9	-*	36,06
22	28	42,69	38,75	36	35,99	36	34,6
23	27	40,5	38,9	36,5	33,38	-*	35,78
24	26	40,96	38,12	37	33,27	-*	35,77
25	25	41,41	37,85	37,5	35,71	37,5	34,9
26	24	41,87	37,31	38	33,58	-*	34,01
27	23	42,33	36,58	38,5	33,56	-*	33,62
28	22	42,78	36,03	39	34,03	39	33,55
29	21	43,24	36,24	35,99	33,73	34,5	32,76
30	20	43,7	35,64	32,47	31,79	34,65	31,98
31	19	44,15	34,49	32,55	32,41	34,81	31,46
32	18	44,61	34,26	32,64	29,86	34,96	30,29
33	17	45,07	33,36	32,72	30,41	35,12	29,68
34	16	45,52	33,09	32,8	30,22	35,27	29,14
35	15	45,98	32,48	32,88	30,59	35,43	29,05
36	14	46,44	32,36	31,08	29,35	35,59	28,19
37	13	35,38	31,38	30,97	28,33	32,95	28,62
38	12	35,25	30,74	30,86	27,07	32,89	27,62
39	11	35,13	30,85	30,75	27,57	30,49	26,48
40	10	36,42	30,69	30,64	26,03	28,24	26,86
41	9	36,33	29,33	30,53	25,67	27,94	25,44
42	8	32,2	28,61	27,01	24,73	25,41	24,83
43	7	31,9	28,41	26,89	24,48	25,13	24,49
44	6	31,59	27,83	24,23	22,2	24,67	23,38
45	5	29,81	26,42	**22,09**	22,13	21,81	21,8
46	4	29,36	25,85	21,47	21,47	21,18	21,08
47	3	28,91	25,39	20,85	20,85	**20,55**	20,6
48	2	28,46	24,83	20,27	20,24	19,93	19,83
49	1	28,01	24,44	19,65	19,65	19,3	19,25
50	0	27,34	24,3	19,03	18,99	**18,65**	18,57

* Tamsayı çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.2. 50-10-3-S1-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	50-10-3-S1-95-1		50-10-3-S1-95-2		50-10-3-S1-95-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	25	25	25	25	25	25
1	49	-*	25,50	-*	25,50	-*	25,55
2	48	-*	26,00	-*	26,00	-*	26,11
3	47	-*	26,50	-*	26,50	-*	26,66
4	46	-*	27,00	-*	26,98	-*	27,12
5	45	-*	27,50	-*	27,50	-*	27,76
6	44	-*	28,00	-*	28,00	-*	28,00
7	43	-*	28,50	-*	28,47	-*	28,63
8	42	-*	29,00	-*	29,00	-*	29,00
9	41	-*	29,50	-*	29,47	-*	29,50
10	40	-*	30,00	-*	30,00	-*	30,00
11	39	-*	30,50	-*	30,46	-*	30,50
12	38	-*	31,00	-*	30,95	-*	31,17
13	37	-*	31,50	32,70	31,50	-*	31,50
14	36	-*	32,00	33,30	32,00	-*	32,00
15	35	-*	32,50	33,89	32,50	32,78	32,50
16	34	-*	32,76	34,48	32,73	33,30	33,00
17	33	-*	33,50	35,08	33,50	33,82	33,07
18	32	-*	33,50	35,67	33,36	34,34	32,76
19	31	37,53	33,55	36,26	33,50	34,85	34,50
20	30	38,19	34,24	36,85	34,01	35,37	34,24
21	29	38,85	33,79	-*	34,04	35,89	34,33
22	28	39,51	33,92	36,23	34,07	36,41	34,15
23	27	40,17	35,08	36,74	34,25	36,93	34,09
24	26	40,83	35,01	37,26	34,61	37,45	35,46
25	25	41,49	36,09	37,77	34,46	37,97	34,69
26	24	42,15	35,43	38,00	34,61	38,48	34,18
27	23	42,81	34,87	38,50	34,40	39,00	33,70
28	22	43,47	34,28	39,00	34,06	39,52	33,76
29	21	44,13	33,41	39,50	32,84	35,94	32,53
30	20	40,08	34,11	40,00	32,77	36,14	32,21
31	19	40,58	32,78	40,50	32,38	36,35	32,01
32	18	41,09	32,26	41,05	31,88	36,55	30,97
33	17	36,94	31,48	35,64	30,87	36,76	30,52
34	16	37,15	30,93	36,25	30,65	36,96	29,88
35	15	37,46	30,30	36,43	29,17	37,17	29,06
36	14	37,67	30,25	36,62	28,76	37,37	29,24
37	13	37,89	29,22	35,44	28,61	37,58	28,09
38	12	38,10	28,46	32,57	28,22	37,78	27,20
39	11	38,31	27,69	32,51	26,90	32,10	26,70
40	10	38,53	27,02	31,94	26,76	28,26	26,02
41	9	32,98	26,94	30,03	26,20	27,78	25,25
42	8	29,20	26,38	28,53	25,51	27,74	24,55
43	7	29,41	25,45	26,02	25,84	27,45	25,04
44	6	25,64	24,57	25,64	24,91	24,28	24,13
45	5	25,27	23,66	22,73	22,64	21,82	21,82
46	4	23,42	23,21	**22,04**	22,15	21,19	21,19
47	3	22,66	22,65	**21,43**	21,42	**20,56**	20,57
48	2	20,82	22,08	20,82	20,82	19,93	19,87
49	1	21,50	21,44	20,22	20,36	19,30	19,32
50	0	**20,80**	20,85	19,79	19,71	**18,66**	18,95

* Tamsayı çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.3. 50-10-3-S2-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	50-10-3-S2-75-1		50-10-3-S2-75-2		50-10-3-S2-75-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	30	30	30	30	25	25
1	49	-*	30,40	-*	30,40	-*	25,50
2	48	-*	30,78	-*	30,79	-*	25,94
3	47	-*	31,20	-*	31,20	-*	26,42
4	46	-*	31,60	-*	31,59	-*	26,89
5	45	-*	32,00	-*	31,94	-*	27,36
6	44	-*	32,40	-*	32,35	-*	27,83
7	43	-*	32,66	-*	32,75	-*	28,31
8	42	-*	33,06	-*	33,17	-*	28,78
9	41	-*	33,49	-*	33,57	29,55	29,25
10	40	-*	33,82	-*	34,00	-*	29,72
11	39	-*	34,38	-*	34,40	30,57	30,19
12	38	-*	34,80	-*	34,69	31,07	30,67
13	37	-*	34,96	-*	35,10	31,81	31,14
14	36	-*	35,24	-*	35,53	32,34	31,61
15	35	-*	35,73	-*	35,88	32,86	31,97
16	34	-*	35,69	-*	36,18	33,38	32,56
17	33	-*	36,34	-*	36,65	33,91	31,97
18	32	-*	36,86	-*	36,90	34,00	33,50
19	31	-*	37,31	-*	37,60	34,50	33,46
20	30	-*	37,74	-*	37,15	35,48	33,70
21	29	-*	36,56	-*	38,33	35,50	32,40
22	28	-*	37,66	-*	36,69	36,00	35,24
23	27	-*	38,04	-*	37,75	36,50	34,85
24	26	-*	36,21	-*	36,00	37,00	35,03
25	25	-*	36,11	40,88	36,51	37,50	34,74
26	24	40,70	35,46	41,32	36,53	38,00	33,21
27	23	42,51	35,05	40,90	35,62	38,50	33,21
28	22	42,71	34,38	40,61	35,27	39,00	31,88
29	21	40,37	33,56	40,99	35,91	39,50	32,78
30	20	40,03	33,24	41,37	34,05	36,92	31,30
31	19	40,37	32,77	41,75	33,95	37,15	31,00
32	18	40,70	32,16	42,45	33,87	35,51	30,67
33	17	41,04	31,98	42,84	32,89	35,21	29,90
34	16	41,37	31,25	37,31	32,43	35,37	29,17
35	15	41,70	30,95	37,38	31,27	35,52	28,40
36	14	37,88	30,28	37,45	31,30	36,66	27,72
37	13	35,90	29,20	37,51	30,94	36,84	28,02
38	12	35,34	29,29	31,36	30,05	31,71	27,11
39	11	40,54	28,58	31,00	30,23	28,76	25,63
40	10	31,05	27,87	30,65	29,71	32,20	25,06
41	9	31,93	26,71	27,78	27,62	27,94	24,96
42	8	28,33	27,72	27,23	27,17	27,65	24,36
43	7	26,79	26,01	26,69	26,68	24,96	23,25
44	6	**26,12**	26,13	**25,84**	26,48	24,29	22,43
45	5	25,69	23,99	25,29	25,29	21,75	21,70
46	4	25,77	23,59	24,74	24,70	21,12	20,94
47	3	25,01	22,98	24,20	24,19	**20,51**	20,54
48	2	22,49	22,39	23,65	23,64	**19,84**	19,78
49	1	**21,96**	21,82	**23,10**	23,15	19,23	19,36
50	0	**21,18**	21,20	22,94	22,63	18,68	18,67

* Tamsayı çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.4. 50-10-3-S2-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	50-10-3-S2-95-1		50-10-3-S2-95-2		50-10-3-S2-95-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	25	25	25	25	25	25
1	49	-*	25,50	-*	25,50	-*	25,48
2	48	-*	26,00	-*	26,00	-*	25,96
3	47	-*	26,50	-*	26,62	-*	26,44
4	46	-*	27,26	-*	27,00	-*	26,92
5	45	-*	27,50	-*	27,50	-*	27,41
6	44	-*	28,00	-*	28,00	-*	27,89
7	43	-*	28,50	-*	28,50	-*	28,37
8	42	-*	29,00	-*	29,00	-*	28,85
9	41	-*	29,50	-*	28,27	-*	29,33
10	40	-*	30,30	-*	30,00	-*	29,81
11	39	-*	30,50	-*	30,50	-*	30,29
12	38	-*	31,00	-*	30,64	-*	30,77
13	37	-*	31,49	-*	31,50	31,23	31,25
14	36	-*	32,00	-*	32,00	31,74	31,74
15	35	-*	32,50	-*	32,50	32,22	32,22
16	34	-*	33,00	-*	32,83	32,70	32,64
17	33	34,62	33,36	34,17	33,38	33,18	33,18
18	32	35,19	33,66	34,71	33,75	33,66	33,66
19	31	35,76	33,59	35,25	33,56	34,14	34,24
20	30	36,32	33,83	35,79	34,56	34,62	33,18
21	29	36,91	34,15	36,32	35,13	35,10	33,62
22	28	36,63	34,18	36,86	33,82	35,58	33,72
23	27	37,16	34,34	37,40	34,36	36,06	34,35
24	26	37,69	34,88	37,94	34,42	36,55	34,14
25	25	38,22	36,03	38,66	34,86	37,03	34,46
26	24	38,75	34,88	39,02	34,67	37,51	33,76
27	23	39,27	34,28	39,75	33,87	37,99	33,70
28	22	39,80	33,62	40,30	32,75	38,47	33,16
29	21	39,50	33,05	40,85	33,54	38,95	32,97
30	20	40,00	32,56	41,39	31,90	39,43	31,88
31	19	40,50	31,97	36,81	31,64	39,91	31,64
32	18	37,39	31,31	37,03	30,90	36,11	30,57
33	17	38,18	30,62	37,09	30,10	35,21	30,41
34	16	36,28	30,40	36,33	29,72	31,17	29,61
35	15	36,47	29,67	36,52	29,04	31,06	28,94
36	14	37,12	29,41	36,70	28,50	36,04	28,47
37	13	37,55	28,58	33,29	27,52	36,21	28,12
38	12	37,76	27,86	32,88	27,11	31,09	27,36
39	11	33,60	27,73	32,14	26,26	30,99	26,84
40	10	33,41	26,54	33,15	25,78	30,89	26,34
41	9	33,37	26,04	32,78	25,16	27,41	26,32
42	8	29,69	25,34	32,72	24,29	27,42	25,17
43	7	25,88	24,42	32,67	23,78	27,12	24,14
44	6	25,74	24,69	24,91	23,36	24,68	23,42
45	5	25,30	23,19	22,56	22,10	**22,10**	22,25
46	4	22,62	22,57	21,48	21,40	**21,48**	21,51
47	3	22,02	21,94	20,86	20,80	**20,86**	20,96
48	2	21,43	21,29	20,24	20,19	**20,24**	20,37
49	1	20,83	20,78	19,62	19,49	19,62	19,71
50	0	20,21	20,19	19,16	19,04	19,38	19,17

* Tamsayı çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.5. 50-10-3-S3-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	50-10-3-S3-75-1		50-10-3-S3-75-2		50-10-3-S3-75-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	25	25	30	30	25	25
1	49	25,50	25,50	-*	30,65	-*	25,76
2	48	26,00	26,00	-*	31,29	-*	26,52
3	47	26,50	26,50	-*	31,94	-*	27,29
4	46	27,00	27,00	-*	32,58	-*	28,05
5	45	27,50	27,50	-*	33,23	-*	28,81
6	44	28,00	28,00	-*	32,40	-*	29,57
7	43	28,50	28,50	-*	32,80	-*	29,61
8	42	29,00	29,00	-*	33,20	-*	30,27
9	41	29,50	29,50	-*	34,34	-*	30,93
10	40	30,00	30,00	-*	34,00	-*	31,59
11	39	30,50	30,50	-*	34,40	-*	32,25
12	38	31,00	31,00	-*	34,80	-*	32,91
13	37	31,50	31,50	-*	35,61	-*	33,56
14	36	32,00	32,00	-*	35,60	-*	34,22
15	35	32,50	32,50	-*	36,00	-*	34,88
16	34	33,00	33,00	-*	36,40	-*	35,54
17	33	33,50	33,50	-*	36,74	-*	34,86
18	32	34,00	34,00	-*	37,20	-*	33,25
19	31	34,50	34,50	-*	37,60	-*	33,10
20	30	35,00	35,00	-*	38,00	-*	33,57
21	29	35,50	35,50	-*	38,40	-*	33,71
22	28	36,00	34,70	-*	38,80	-*	34,22
23	27	36,50	34,42	-*	37,74	-*	33,85
24	26	37,00	34,40	-*	37,62	-*	35,07
25	25	35,90	34,90	40,71	37,28	-*	34,82
26	24	-*	35,11	41,13	37,13	40,32	34,58
27	23	36,37	33,04	41,56	36,31	-*	33,23
28	22	36,60	33,08	41,99	35,61	41,50	33,53
29	21	36,84	33,64	42,42	36,76	-*	32,86
30	20	37,03	32,13	42,85	35,04	37,05	32,96
31	19	37,27	31,64	43,28	34,00	37,29	31,49
32	18	37,50	30,68	43,60	34,13	37,53	31,13
33	17	37,88	30,26	44,02	32,72	37,12	30,45
34	16	36,03	29,73	38,29	32,66	37,22	29,87
35	15	36,21	28,66	38,38	31,73	33,80	28,60
36	14	33,46	28,37	33,82	32,00	33,76	28,73
37	13	32,64	27,53	33,65	31,16	33,73	28,02
38	12	30,30	27,62	33,86	29,88	33,69	29,16
39	11	30,04	26,28	31,01	29,87	28,23	26,58
40	10	28,98	26,26	30,65	29,23	30,51	26,76
41	9	28,29	25,80	30,29	28,75	28,86	25,80
42	8	28,41	25,97	29,94	28,43	28,59	26,42
43	7	25,25	24,16	27,03	27,03	28,32	24,04
44	6	24,79	23,97	**26,50**	26,51	24,78	23,95
45	5	21,67	21,62	**25,96**	26,03	24,32	21,99
46	4	21,04	21,03	25,43	25,42	**21,45**	21,63
47	3	20,41	20,40	**24,89**	25,21	20,82	20,82
48	2	19,78	19,72	24,36	24,36	20,20	20,18
49	1	19,15	19,03	23,82	23,82	19,58	19,55
50	0	18,63	18,46	23,36	23,33	**18,93**	18,95

* Tamsayı çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.6. 50-10-3-S3-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	50-10-3-S3-95-1		50-10-3-S3-95-2		50-10-3-S3-95-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	25	25	25	25	25	25
1	49	-*	25,50	-*	25,60	-*	25,57
2	48	-*	26,00	-*	26,19	-*	26,13
3	47	-*	26,50	-*	26,79	-*	26,70
4	46	-*	27,00	-*	27,39	-*	27,26
5	45	-*	27,50	-*	27,98	-*	27,83
6	44	-*	28,00	-*	28,58	-*	28,40
7	43	-*	28,50	-*	29,18	-*	28,96
8	42	-*	29,00	-*	29,77	-*	29,53
9	41	-*	29,50	-*	30,37	-*	29,27
10	40	-*	30,00	-*	30,00	-*	29,74
11	39	-*	30,50	-*	30,47	-*	30,22
12	38	-*	31,00	-*	31,00	-*	30,69
13	37	-*	31,50	-*	31,50	-*	31,17
14	36	-*	32,00	-*	32,00	-*	31,64
15	35	-*	32,50	-*	32,21	-*	32,11
16	34	-*	33,00	-*	32,94	35,56	32,59
17	33	33,83	33,45	-*	33,45	36,22	32,20
18	32	34,35	33,62	-*	33,49	36,88	32,25
19	31	34,87	33,62	35,83	33,64	37,54	33,97
20	30	-*	33,74	36,40	34,26	36,92	33,18
21	29	35,91	33,97	36,97	34,22	38,86	34,20
22	28	36,43	33,82	37,54	34,79	38,09	34,48
23	27	36,95	34,37	38,11	34,73	38,71	34,23
24	26	37,37	34,94	38,68	34,46	39,31	33,94
25	25	37,52	35,17	37,50	34,41	39,90	36,41
26	24	38,02	34,61	39,82	34,03	40,50	34,33
27	23	38,53	34,36	38,50	33,39	41,10	34,00
28	22	38,72	32,96	39,00	33,01	41,69	33,30
29	21	39,53	32,29	39,50	32,99	42,29	32,72
30	20	40,03	32,85	35,55	31,99	42,88	32,19
31	19	40,50	31,03	35,74	30,77	40,80	32,36
32	18	40,68	30,49	35,92	30,51	37,11	31,12
33	17	41,11	30,00	36,11	30,12	37,33	30,67
34	16	42,00	29,10	36,29	29,53	37,55	29,92
35	15	42,50	28,55	36,48	28,37	38,24	29,64
36	14	35,56	28,46	36,66	27,58	38,48	29,44
37	13	35,71	27,24	31,89	26,93	38,71	28,35
38	12	33,84	27,30	31,80	26,42	38,95	27,04
39	11	32,25	26,06	31,31	25,53	35,85	26,96
40	10	32,18	25,27	31,21	24,88	35,42	25,66
41	9	32,11	24,74	27,57	24,22	32,57	25,29
42	8	29,13	24,32	26,82	23,51	27,64	24,63
43	7	28,87	23,70	24,55	23,10	26,51	24,33
44	6	**22,47**	22,77	24,07	22,20	23,27	23,00
45	5	21,84	21,84	**21,40**	21,44	22,67	22,21
46	4	21,22	21,22	20,77	20,77	22,06	21,59
47	3	**20,59**	20,65	20,13	20,06	21,45	20,99
48	2	**19,96**	20,02	19,59	19,59	20,84	20,36
49	1	19,34	19,34	18,83	18,83	20,24	19,74
50	0	18,78	18,78	18,20	18,20	19,70	19,12

* Tamsayı çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.7. 100-10-3-S1-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	100-10-3-S1-75-1		100-10-3-S1-75-2		100-10-3-S1-75-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	30	30	30	30	30	30
1	49	-*	30,41	-*	30,40	-*	30,38
2	48	-*	30,79	-*	30,80	-*	30,79
3	47	-*	32,19	-*	31,20	-*	31,17
4	46	-*	31,60	-*	31,60	-*	31,60
5	45	-*	32,04	-*	32,00	-*	31,93
6	44	-*	32,39	-*	32,40	-*	32,29
7	43	-*	32,80	-*	32,79	-*	32,74
8	42	-*	33,17	-*	33,20	-*	33,01
9	41	-*	33,62	-*	33,57	-*	33,60
10	40	-*	34,00	-*	34,00	-*	33,89
11	39	-*	34,38	-*	34,40	-*	34,32
12	38	-*	34,80	-*	34,80	-*	34,75
13	37	-*	35,13	-*	35,18	-*	34,99
14	36	-*	35,60	-*	35,60	-*	35,35
15	35	-*	36,00	-*	36,00	-*	35,60
16	34	-*	36,29	-*	36,40	-*	36,02
17	33	-*	36,80	-*	36,80	-*	36,66
18	32	-*	37,01	-*	37,13	-*	36,95
19	31	-*	37,52	-*	37,60	-*	37,60
20	30	-*	37,87	-*	38,00	-*	37,79
21	29	-*	38,40	-*	38,40	-*	38,06
22	28	-*	38,80	-*	38,78	-*	38,46
23	27	-*	37,95	-*	39,20	-*	39,10
24	26	21,57	37,74	-*	38,41	-*	37,67
25	25	21,59	36,83	-*	37,75	-*	37,30
26	24	21,61	36,52	-*	38,70	-*	37,40
27	23	21,63	37,02	41,06	37,19	-*	37,41
28	22	41,44	35,48	41,47	36,94	-*	36,98
29	21	41,85	34,77	41,88	35,79	42,96	35,46
30	20	42,25	34,66	42,27	35,99	43,18	34,73
31	19	42,58	34,11	42,68	35,18	43,62	35,07
32	18	42,99	34,16	43,09	34,99	43,60	34,05
33	17	42,29	33,67	39,68	34,34	43,40	33,22
34	16	36,51	32,19	38,58	34,11	43,80	32,79
35	15	36,56	32,90	38,64	32,99	44,21	33,19
36	14	36,60	31,75	38,74	32,65	40,64	32,10
37	13	36,65	31,13	34,36	32,50	38,10	32,11
38	12	32,89	30,12	34,20	32,51	38,36	31,95
39	11	32,70	30,37	34,05	31,70	34,14	31,98
40	10	29,54	29,01	31,17	31,67	34,48	29,45
41	9	29,16	27,87	28,74	29,76	34,34	28,82
42	8	26,57	27,41	30,48	29,28	30,36	28,14
43	7	**26,01**	26,84	**27,74**	27,77	29,53	27,60
44	6	25,46	25,46	27,23	27,23	26,44	26,44
45	5	24,90	24,90	**26,71**	26,74	25,91	25,90
46	4	**24,30**	25,37	26,19	26.19	**25,38**	25,40
47	3	**23,74**	24,90	25,67	25,63	**24,78**	24,90
48	2	**23,18**	23,74	25,12	25,12	24,34	24,30
49	1	**22,72**	22,73	24,61	24,60	23,73	23,73
50	0	22,08	22,07	**24,06**	24,08	23,19	23,17

* Tamsayı çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.8. 100-10-3-S1-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	100-10-3-S1-95-1		100-10-3-S1-95-2		100-10-3-S1-95-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	25	25	25	25	25	25
1	49	-*	25,58	-*	24,61	-*	25,61
2	48	-*	26,17	-*	24,23	-*	26,21
3	47	-*	26,65	-*	23,84	-*	26,82
4	46	-*	27,33	-*	23,45	-*	27,43
5	45	-*	27,91	-*	23,07	-*	28,04
6	44	-*	28,50	-*	28,72	-*	28,64
7	43	-*	28,50	-*	29,05	-*	29,15
8	42	-*	28,93	-*	29,70	-*	29,74
9	41	-*	30,24	-*	30,58	-*	21,49
10	40	-*	30,00	-*	30,75	-*	30,93
11	39	-*	31,41	-*	31,33	-*	31,50
12	38	-*	31,00	-*	31,94	-*	32,11
13	37	-*	31,50	-*	31,50	-*	32,70
14	36	-*	33,16	-*	32,00	-*	33,30
15	35	-*	32,50	-*	33,65	-*	33,87
16	34	-*	34,32	-*	33,00	-*	34,48
17	33	-*	33,50	-*	34,99	-*	35,08
18	32	-*	34,00	-*	35,58	-*	35,67
19	31	-*	34,25	35,96	34,50	-*	17,60
20	30	35,45	34,99	-*	36,75	35,27	36,85
21	29	-*	35,27	-*	37,14	-*	37,45
22	28	36,50	35,26	-*	36,00	-*	38,04
23	27	37,02	35,86	38,23	36,50	36,81	38,63
24	26	37,54	35,03	38,84	37,00	-*	39,22
25	25	38,07	35,23	-*	35,24	37,83	35,21
26	24	38,59	34,52	39,02	34,34	38,35	25,50
27	23	39,12	33,46	39,56	34,02	38,86	34,13
28	22	-*	32,78	40,10	33,36	39,37	33,43
29	21	41,75	32,55	-*	33,60	39,89	32,96
30	20	42,33	31,88	41,17	32,04	40,40	32,49
31	19	42,90	31,18	40,65	31,35	40,91	31,91
32	18	43,48	30,29	42,25	30,70	41,43	31,13
33	17	41,50	29,72	41,66	30,17	41,94	30,85
34	16	36,69	29,71	42,17	29,61	42,45	30,18
35	15	36,70	28,57	36,28	30,09	34,56	29,22
36	14	31,98	28,02	36,41	29,82	34,66	28,83
37	13	31,96	26,90	36,59	28,55	29,95	28,33
38	12	31,26	26,10	36,77	28,03	29,76	27,45
39	11	28,35	27,27	32,14	26,86	29,92	27,03
40	10	27,44	25,56	31,93	25,63	29,79	26,62
41	9	24,97	25,40	28,26	25,29	26,60	25,54
42	8	24,48	24,41	28,24	25,04	26,26	25,38
43	7	**22,13**	23,81	**24,93**	25,09	25,93	24,66
44	6	**21,49**	22,21	24,47	23,92	**21,80**	24,06
45	5	**20,84**	21,05	**21,82**	23,86	**21,20**	22,66
46	4	20,19	20,19	**21,20**	22,33	**20,52**	21,92
47	3	19,54	19,54	20,57	20,57	**19,89**	22,24
48	2	18,89	18,89	**19,94**	22,16	**19,21**	20,80
49	1	18,24	18,24	19,32	19,32	**18,56**	20,09
50	0	17,62	17,60	18,69	18,69	**17,91**	19,48

* Tamsayı çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.9. 100-10-3-S2-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	100-10-3-S2-75-1		100-10-3-S2-75-2		100-10-3-S2-75-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	25	25	25	25	30	30
1	49	-*	25,52	-*	24,86	-*	30,4
2	48	-*	26,04	-*	24,72	-*	30,8
3	47	-*	26,57	-*	24,58	-*	31,2
4	46	-*	27,09	-*	24,44	-*	31,57
5	45	-*	27,61	-*	24,3	-*	31,98
6	44	-*	28,13	-*	24,16	-*	32,4
7	43	-*	28,65	-*	24,02	-*	32,8
8	42	-*	29,17	-*	23,87	-*	33,2
9	41	-*	29,5	-*	23,73	-*	33,62
10	40	-*	30	-*	23,59	-*	34
11	39	-*	30,5	-*	23,45	-*	34,4
12	38	-*	31	-*	23,31	-*	34,8
13	37	-*	31,5	-*	31,5	-*	35,16
14	36	-*	32	-*	32	-*	35,61
15	35	-*	32,5	-*	32,5	-*	36,01
16	34	-*	33	-*	32,97	-*	36,4
17	33	-*	33,5	-*	33,38	-*	36,68
18	32	-*	34	-*	33,65	-*	37,2
19	31	-*	34,5	-*	34,13	-*	37,46
20	30	-*	35	-*	34,04	-*	37,85
21	29	-*	34,98	-*	34,36	-*	38,4
22	28	-*	36	-*	33,68	-*	38,6
23	27	-*	34,93	-*	33,97	-*	39,13
24	26	-*	36,48	-*	34,9	-*	39,6
25	25	-*	34,56	-*	34,16	-*	36,89
26	24	-*	34,06	-*	33,85	-*	36,86
27	23	-*	33,31	-*	32,8	-*	36,28
28	22	-*	32,61	-*	32,56	41,82	35,89
29	21	-*	32,04	-*	31,68	-*	35,37
30	20	-*	31,17	-*	31,05	42,07	35,06
31	19	38,49	30,76	-*	30,41	42,47	34,22
32	18	38,77	30,04	35,35	29,52	42,82	34,17
33	17	37,04	29,52	35,51	29,4	38,24	32,87
34	16	37,26	28,82	35,28	28,39	37,79	32,7
35	15	37,3	28,68	31,04	27,8	38,01	32,25
36	14	36,46	27,5	30,85	27,17	38,09	32,12
37	13	33,81	27,03	30,73	26,47	38,18	31,03
38	12	31,32	26,5	27,35	25,74	33,39	30,48
39	11	28,4	26,06	30,24	25,11	33,54	30,07
40	10	28,11	25,34	30,28	24,59	33,38	29,69
41	9	28,45	24,3	26,5	23,82	30,13	28,88
42	8	25,04	24,01	26,17	23,05	29,76	28,42
43	7	**22,56**	23,28	23,22	22,51	29,77	28,17
44	6	**21,93**	22,3	**21,34**	21,36	26,57	26.57
45	5	21,29	21,28	20,66	20,66	26,04	26.Nis
46	4	**20,62**	20,63	**20,01**	20,06	**25,51**	26,43
47	3	19,99	19,99	19,36	19,36	24,98	24,98
48	2	19,35	19,35	18,7	18,7	**24,44**	25,45
49	1	18,74	18,74	**18,05**	18,68	23,91	23,91
50	0	18,09	18,07	**17,37**	17,4	23,61	23,38

* Tamsayı çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.10. 100-10-3-S2-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	100-10-3-S2-95-1		100-10-3-S2-95-2		100-10-3-S2-95-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	25	25	25	25	25	25
1	49	-*	25,49	-*	25,50	-*	25,53
2	48	-*	25,99	-*	26,00	-*	26,04
3	47	-*	26,49	-*	26,50	-*	26,58
4	46	-*	27,00	-*	26,99	-*	27,11
5	45	-*	27,50	-*	27,48	-*	27,55
6	44	-*	27,94	-*	27,99	-*	28,15
7	43	-*	28,43	-*	28,49	-*	28,59
8	42	-*	29,00	-*	29,00	-*	29,22
9	41	-*	29,50	-*	29,50	-*	29,73
10	40	-*	29,90	-*	29,98	-*	30,27
11	39	-*	30,37	-*	30,49	-*	30,75
12	38	-*	30,87	-*	30,99	-*	31,33
13	37	-*	31,49	-*	31,50	-*	31,84
14	36	-*	31,86	-*	32,00	-*	32,38
15	35	-*	32,46	-*	32,48	-*	32,91
16	34	-*	33,00	-*	33,00	-*	33,44
17	33	-*	33,49	-*	33,48	34,85	33,63
18	32	-*	33,83	-*	33,98	-*	34,49
19	31	-*	34,31	-*	34,48	36,06	35,02
20	30	-*	34,80	-*	34,98	36,64	35,32
21	29	-*	35,18	-*	35,48	37,23	35,97
22	28	-*	35,78	-*	36,00	-*	36,60
23	27	-*	36,35	37,11	36,50	38,31	36,94
24	26	-*	36,70	37,64	37,00	38,88	37,66
25	25	-*	34,07	38,08	34,29	39,46	34,89
26	24	37,92	33,53	38,60	34,02	40,04	34,23
27	23	38,42	33,04	39,13	33,01	40,54	33,73
28	22	-*	32,26	39,51	32,49	41,20	33,08
29	21	39,42	31,70	40,03	31,66	41,78	32,48
30	20	39,91	30,90	40,54	31,14	42,35	31,56
31	19	40,41	30,37	41,06	30,75	40,92	31,19
32	18	40,91	29,82	41,58	29,88	43,51	30,44
33	17	41,40	29,14	42,11	29,24	41,95	29,95
34	16	41,90	28,78	35,76	28,94	42,47	29,32
35	15	42,40	27,74	35,40	28,49	36,06	28,67
36	14	37,81	27,30	35,56	27,59	36,22	27,91
37	13	32,85	26,55	31,30	26,77	32,32	27,68
38	12	30,63	25,78	30,93	26,14	32,21	26,89
39	11	32,73	25,45	30,97	25,40	32,13	26,14
40	10	27,55	24,30	30,79	24,78	31,70	25,44
41	9	27,48	24,09	30,68	24,44	29,20	25,15
42	8	24,17	23,60	30,58	23,66	27,67	24,10
43	7	22,06	22,37	26,26	23,03	24,76	23,66
44	6	21,41	22,22	23,56	22,34	24,29	23,42
45	5	20,76	21,49	23,08	21,94	23,80	22,51
46	4	20,11	20,11	20,40	20,40	**21,29**	21,76
47	3	19,46	19,46	19,78	19,76	20,67	20,64
48	2	18,81	18,81	**19,12**	19,14	20,04	20,04
49	1	**18,16**	18,95	18,47	19,36	**19,42**	19,92
50	0	17,51	17,51	17,83	17,83	**18,76**	18,77

* Tamsayı çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.11. 100-10-3-S3-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	100-10-3-S3-75-1		100-10-3-S3-75-2		100-10-3-S3-75-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	25	25	25	25	-	30
1	49	-*	25,50	-*	25,50	-	30,40
2	48	-*	26,00	-*	26,00	-	30,80
3	47	-*	26,50	-*	26,50	-	31,17
4	46	-*	26,98	-*	27,00	-	31,59
5	45	-*	27,49	-*	27,50	-	31,94
6	44	-*	27,99	-*	28,00	-	32,34
7	43	-*	28,49	-*	28,50	-	32,80
8	42	-*	29,00	-*	29,00	-	33,20
9	41	30,14	29,49	-*	29,50	-	33,60
10	40	-*	30,00	-*	30,00	-	34,00
11	39	-*	30,49	-*	30,50	-	34,40
12	38	-*	30,99	-*	31,00	-	34,66
13	37	-*	31,50	-*	31,50	-	35,20
14	36	-*	32,00	-*	32,00	-	35,54
15	35	-*	32,49	-*	31,92	-	35,88
16	34	-*	32,98	-*	33,00	-	36,18
17	33	-*	33,18	-*	32,91	-	36,54
18	32	34,00	33,62	-*	33,11	-	37,20
19	31	34,50	33,21	-*	33,80	-	37,60
20	30	35,00	34,45	-*	32,89	-	38,00
21	29	35,50	33,63	-*	33,64	-	38,36
22	28	36,00	34,74	-*	33,15	-	38,76
23	27	36,50	34,28	-*	33,91	-	39,16
24	26	37,00	35,52	-*	34,62	-	39,41
25	25	37,50	34,64	-*	33,69	-	37,49
26	24	38,00	34,04	-*	33,51	-	37,26
27	23	38,50	33,45	-*	32,60	-	36,68
28	22	39,00	32,96	-*	31,72	-	36,11
29	21	39,50	32,14	-*	31,24	-	35,93
30	20	40,00	31,86	34,40	30,44	-	35,26
31	19	40,50	30,97	34,55	29,83	-	34,66
32	18	41,00	30,44	34,61	29,07	-	34,04
33	17	34,89	29,72	34,61	28,58	-	33,57
34	16	35,04	29,17	34,75	27,84	-	33,29
35	15	35,40	28,71	35,01	27,31	-	32,38
36	14	35,56	27,69	35,16	26,59	-	31,81
37	13	35,71	27,02	30,22	25,83	-	31,20
38	12	31,19	26,58	30,06	25,21	-	30,66
39	11	31,09	25,75	26,70	24,70	-	30,76
40	10	27,95	25,42	26,42	24,05	-	30,30
41	9	27,77	24,94	23,83	23,19	-	29,74
42	8	27,47	24,10	23,32	22,41	-	28,93
43	7	22,72	22,71	22,80	21,76	-	28,65
44	6	**22,09**	22,97	**20,62**	21,11	-	28,01
45	5	**21,45**	22,16	19,95	19,92	-	28,49
46	4	**20,80**	21,67	19,29	19,09	-	26,79
47	3	20,17	20,17	18,62	18,57	-	26,60
48	2	**19,53**	20,50	17,97	17,74	-	26,20
49	1	**18,90**	19,62	**17,31**	17,92	-	25,31
50	0	18,29	18,26	16,60	16,46	-	26,00

*: Tamsayı çözüm elde edilemedi.

a: Belirlenen süre içinde çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.12. 100-10-3-S3-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	100-10-3-S3-95-1		100-10-3-S3-95-2		100-10-3-S3-95-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	25	25	25	25	25	25
1	49	-*	25,50	-*	25,54	-*	25,73
2	48	-*	25,99	-*	26,14	-*	26,39
3	47	-*	26,48	-*	26,75	-*	27,09
4	46	-*	26,98	-*	27,23	-*	27,73
5	45	-*	27,48	-*	27,76	-*	28,63
6	44	-*	27,97	-*	28,21	-*	29,28
7	43	-*	28,46	-*	28,79	-*	30,09
8	42	-*	28,94	-*	29,56	-*	30,49
9	41	-*	29,46	-*	30,18	-*	31,32
10	40	-*	29,95	-*	30,51	-*	32,25
11	39	-*	30,44	-*	31,12	-*	33,00
12	38	-*	30,91	-*	32,20	-*	33,21
13	37	-*	31,44	-*	32,41	-*	33,73
14	36	-*	31,92	-*	33,06	-*	34,60
15	35	-*	32,43	-*	33,61	-*	33,84
16	34	-*	32,92	-*	34,09	-*	35,05
17	33	-*	33,37	-*	33,99	-*	35,08
18	32	-*	33,91	-*	35,36	-*	34,78
19	31	-*	34,41	-*	35,28	-*	35,03
20	30	-*	34,89	-*	36,44	-*	35,31
21	29	-*	35,38	-*	36,60	37,89	35,55
22	28	-*	35,89	37,74	37,08	38,50	36,98
23	27	37,69	36,39	38,32	37,91	39,12	36,52
24	26	-*	36,88	38,90	38,20	39,73	36,26
25	25	38,80	34,64	39,48	34,97	40,35	35,24
26	24	39,35	33,93	40,06	34,33	40,96	34,74
27	23	39,90	33,42	40,64	33,87	41,57	34,20
28	22	40,45	32,89	41,22	33,31	42,19	33,49
29	21	41,00	32,08	41,80	32,80	42,80	33,14
30	20	41,56	31,69	40,02	32,18	40,00	32,38
31	19	-*	31,24	40,52	31,26	40,50	31,69
32	18	42,52	30,23	35,26	30,62	-*	31,28
33	17	43,08	29,54	35,10	30,15	41,50	30,64
34	16	43,63	29,12	35,49	29,37	42,00	30,06
35	15	36,45	28,38	35,65	29,29	36,17	29,25
36	14	36,64	27,91	31,51	28,92	36,35	28,87
37	13	36,82	27,37	30,99	28,02	33,99	28,11
38	12	32,72	26,43	30,88	27,01	32,47	27,49
39	11	32,25	26,08	27,92	26,51	32,42	27,04
40	10	28,46	25,43	27,61	26,09	28,57	26,61
41	9	28,15	24,69	26,01	25,55	28,29	25,68
42	8	27,87	24,27	25,54	24,71	25,67	25,15
43	7	22,89	22,87	24,66	24,54	25,21	25,17
44	6	**22,26**	23,08	24,19	23,94	24,75	24,45
45	5	21,62	22,31	23,76	22,72	22,84	22,83
46	4	20,99	20,93	**21,51**	22,57	22,24	22,28
47	3	20,36	20,35	20,90	20,88	**21,63**	21,66
48	2	**19,74**	20,31	20,28	20,28	**21,02**	21,78
49	1	**19,11**	19,66	19,66	19,64	20,42	20,39
50	0	18,49	18,41	19,09	19,04	19,84	19,76

*: Tamsayı çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.13. 150-10-3-S1-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	150-10-3-S1-75-1		150-10-3-S1-75-2		150-10-3-S1-75-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	25	25	30	30	-	30
1	49	-*	25,57	-*	30,39	-	30,40
2	48	-*	26,00	-*	30,80	-	30,80
3	47	-*	26,60	-*	31,20	-	31,20
4	46	-*	27,00	-*	31,60	-	31,59
5	45	-*	27,67	-*	32,00	-	32,00
6	44	-*	28,00	-*	32,40	-	32,39
7	43	-*	28,50	-*	32,74	-	32,78
8	42	-*	29,27	-*	33,20	-	33,17
9	41	-*	29,50	-*	33,55	-	33,60
10	40	-*	30,38	-*	33,99	-	34,00
11	39	-*	30,50	-*	34,36	-	34,37
12	38	-*	31,46	-*	34,80	-	34,76
13	37	-*	31,95	-*	35,01	-	35,20
14	36	-*	32,54	-*	35,60	-	35,60
15	35	-*	33,02	-*	36,00	-	36,00
16	34	-*	33,00	-*	36,34	-	36,34
17	33	-*	34,15	-*	36,80	-	36,74
18	32	-*	33,50	-*	37,10	-	37,20
19	31	-*	34,15	-*	37,60	-	37,53
20	30	-*	34,02	-*	38,00	-	37,93
21	29	-*	34,58	-*	38,28	-	38,32
22	28	-*	34,15	-*	38,68	-	38,72
23	27	-*	35,29	-*	39,18	-	39,11
24	26	-*	36,20	-*	39,36	-	39,51
25	25	-*	34,76	-*	36,82	-	37,34
26	24	-*	34,51	-*	36,05	-	36,59
27	23	-*	33,64	-*	35,62	-	35,96
28	22	-*	34,17	-*	35,31	-	35,34
29	21	-*	33,31	41,86	34,48	-	35,46
30	20	-*	31,98	42,27	34,57	-	34,65
31	19	37,14	31,96	42,68	33,64	-	33,63
32	18	37,37	31,50	43,08	33,00	-	33,26
33	17	35,42	30,48	43,49	32,59	-	32,51
34	16	35,59	29,51	43,72	32,14	-	32,65
35	15	30,59	31,85	38,89	32,22	-	31,91
36	14	30,47	29,57	33,61	30,85	-	31,21
37	13	30,34	27,92	33,34	30,57	-	30,97
38	12	27,40	37,43	33,20	29,78	-	30,24
39	11	27,07	27,12	33,03	30,30	-	29,52
40	10	26,82	25,84	29,82	29,67	-	29,12
41	9	25,01	24,66	29,44	28,47	-	28,65
42	8	24,38	24,16	**26,74**	27,62	-	27,82
43	7	23,89	22,19	26,18	27,01	-	27,91
44	6	23,40	21,54	25,63	26,18	-	26,66
45	5	**20,89**	20,94	25,07	25,07	-	26,23
46	4	**20,24**	20,26	**24,52**	25,79	-	25,87
47	3	**19,60**	19,64	23,97	23,97	-	25,62
48	2	18,95	18,92	23,41	23,41	-	24,65
49	1	18,30	18,23	22,86	22,86	-	24,01
50	0	**17,64**	19,23	22,30	22,30	-	23,47

*: Tamsayı çözüm elde edilemedi.
a: Belirlenen süre içinde çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.14. 150-10-3-S1-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	150-10-3-S1-95-1		150-10-3-S1-95-2		150-10-3-S1-95-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	25	25	25	25	-	25
1	49	-*	25,51	-*	25,54	-	25,50
2	48	-*	26,03	-*	26,07	-	26,00
3	47	-*	26,53	-*	26,63	-	26,50
4	46	-*	27,03	-*	27,17	-	26,99
5	45	-*	27,56	-*	27,68	-	27,50
6	44	-*	28,08	-*	28,50	-	27,99
7	43	-*	28,56	-*	28,84	-	28,49
8	42	-*	29,70	-*	29,18	-	29,00
9	41	-*	30,28	-*	29,93	-	29,50
10	40	-*	30,13	-*	30,26	-	30,00
11	39	-*	30,62	-*	30,83	-	30,49
12	38	-*	31,15	-*	31,50	-	30,99
13	37	-*	31,64	-*	31,78	-	31,49
14	36	-*	32,18	-*	32,49	-	31,99
15	35	-*	33,80	-*	32,98	-	32,49
16	34	-*	33,17	-*	33,49	-	32,99
17	33	-*	33,72	-*	34,39	-	33,49
18	32	-*	34,22	-*	34,53	-	33,98
19	31	-*	34,74	-*	35,45	-	34,48
20	30	-*	35,22	-*	35,93	-	34,98
21	29	-*	35,77	-*	36,28	-	35,48
22	28	-*	36,19	-*	36,77	-	35,98
23	27	-*	36,69	-*	37,24	-	36,48
24	26	-*	37,20	-*	37,75	-	36,98
25	25	-*	34,46	-*	34,19	-	34,30
26	24	-*	34,14	-*	33,53	-	33,48
27	23	-*	33,52	-*	32,99	-	32,91
28	22	-*	32,74	-*	32,23	-	32,05
29	21	-*	32,34	-*	31,79	-	31,42
30	20	-*	31,50	-*	30,95	-	30,99
31	19	40,85	30,86	40,50	30,31	-	30,05
32	18	-*	30,42	41,00	29,73	-	29,54
33	17	41,87	29,53	41,50	29,30	-	29,17
34	16	42,38	29,30	42,00	28,46	-	28,20
35	15	42,89	28,51	42,50	27,79	-	27,74
36	14	35,77	27,40	37,44	27,25	-	27,13
37	13	35,93	27,42	37,44	26,76	-	26,36
38	12	31,81	26,68	36,92	26,17	-	26,28
39	11	30,99	25,89	29,94	25,66	-	25,00
40	10	27,63	25,28	27,19	24,56	-	24,59
41	9	27,36	24,42	26,68	24,03	-	23,83
42	8	24,60	24,04	26,35	23,47	-	23,14
43	7	24,13	23,29	26,00	22,67	-	22,76
44	6	21,88	21,88	**21,48**	21,92	-	22,12
45	5	21,24	21,24	20,83	20,83	-	21,18
46	4	**20,60**	20,61	20,19	20,18	-	20,80
47	3	**19,96**	19,97	19,54	19,53	-	20,00
48	2	19,32	19,32	**18,89**	18,90	-	19,57
49	1	18,69	18,68	18,22	18,22	-	18,77
50	0	18,08	18,05	17,58	17,57	-	17,91

*: Tamsayı çözüm elde edilemedi.

a: Belirlenen süre içinde çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.15. 150-10-3-S2-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	150-10-3-S2-75-1		150-10-3-S2-75-2		150-10-3-S2-75-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	25,0	25,0	30,0	30,0	30,0	30,0
1	49	-*	25,48	-*	30,43	-*	30,51
2	48	-*	25,96	-*	30,87	-*	31,06
3	47	-*	26,45	-*	31,34	-*	31,58
4	46	-*	26,93	-*	31,82	-*	32,14
5	45	-*	27,40	-*	32,16	-*	32,58
6	44	-*	27,90	-*	32,68	-*	33,20
7	43	-*	28,38	-*	33,19	-*	33,67
8	42	-*	28,86	-*	33,43	-*	34,19
9	41	-*	29,34	-*	33,92	-*	34,73
10	40	-*	29,82	-*	34,30	-*	35,34
11	39	-*	30,31	-*	34,89	-*	35,76
12	38	-*	30,80	-*	35,10	-*	36,32
13	37	-*	31,28	-*	36,06	-*	36,63
14	36	-*	31,77	-*	36,37	-*	37,42
15	35	-*	32,25	-*	36,79	-*	37,87
16	34	-*	32,73	-*	37,48	-*	38,48
17	33	-*	33,22	-*	37,63	-*	38,98
18	32	-*	33,53	-*	38,38	-*	39,51
19	31	-*	33,10	-*	38,33	-*	39,80
20	30	-*	33,40	-*	38,45	-*	40,38
21	29	-*	33,93	-*	39,15	-*	40,77
22	28	-*	34,38	-*	40,11	-*	41,57
23	27	-*	34,83	-*	39,97	-*	41,92
24	26	-*	34,74	-*	40,53	-*	42,37
25	25	-*	34,12	-*	36,70	-*	37,03
26	24	-*	33,58	-*	36,10	-*	36,82
27	23	-*	32,75	42,12	35,46	-*	36,18
28	22	-*	32,42	-*	35,27	-*	35,80
29	21	-*	31,87	42,93	34,46	42,20	35,25
30	20	-*	31,08	42,23	34,04	42,63	34,60
31	19	-*	30,33	42,64	33,55	43,05	34,12
32	18	34,87	30,13	43,05	32,78	43,47	33,74
33	17	35,02	29,08	43,45	32,72	44,11	33,09
34	16	35,17	28,68	37,66	31,96	37,46	32,72
35	15	35,33	27,97	34,14	31,47	37,55	32,15
36	14	35,48	27,23	33,50	31,28	34,60	32,01
37	13	30,16	26,53	33,42	30,48	34,45	30,76
38	12	30,00	25,89	33,42	29,59	34,30	30,25
39	11	27,36	25,63	33,24	29,47	31,22	30,39
40	10	27,04	24,59	33,07	28,22	30,59	29,80
41	9	24,51	23,86	27,36	27,30	27,86	28,54
42	8	**22,54**	23,69	**26,62**	26,80	27,32	27,05
43	7	**21,89**	22,58	26,05	26,02	26,77	26,73
44	6	**21,23**	22,25	25,49	25,43	**26,23**	27,68
45	5	20,57	20,06	**24,91**	24,93	25,69	25,57
46	4	19,91	19,27	**24,33**	24,67	25,15	24,85
47	3	**19,26**	19,84	**23,77**	23,79	**24,61**	24,79
48	2	18,61	18,39	23,26	23,22	24,07	23,95
49	1	**17,95**	18,75	22,66	22,57	23,53	23,20
50	0	**17,28**	16,84	22,12	22,18	23,02	23,00

*: Tamsayı çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.16. 150-10-3-S2-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	150-10-3-S2-95-1		150-10-3-S2-95-2		150-10-3-S2-95-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	25	25	25	25	25	25
1	49	-*	25,58	-*	25,50	-*	25,48
2	48	-*	26,12	-*	26,00	-*	25,96
3	47	-*	26,67	-*	26,50	-*	26,43
4	46	-*	27,27	-*	27,00	-*	26,92
5	45	-*	27,82	-*	27,50	-*	27,40
6	44	-*	28,30	-*	27,99	-*	27,89
7	43	-*	28,85	-*	28,49	-*	28,36
8	42	-*	29,60	-*	28,99	-*	28,84
9	41	-*	30,13	-*	29,49	-*	29,30
10	40	-*	30,58	-*	29,99	-*	29,82
11	39	-*	31,27	-*	30,48	-*	30,28
12	38	-*	31,82	-*	30,98	-*	30,76
13	37	-*	32,27	-*	31,48	-*	31,26
14	36	-*	33,04	-*	32,00	-*	31,75
15	35	-*	33,30	-*	32,50	-*	32,20
16	34	-*	33,87	-*	32,98	-*	32,68
17	33	-*	34,65	-*	33,50	-*	33,16
18	32	-*	35,43	-*	30,08	-*	33,63
19	31	-*	35,25	-*	34,50	-*	34,16
20	30	-*	36,31	-*	35,00	-*	34,64
21	29	-*	36,39	-*	35,47	-*	35,12
22	28	-*	36,95	-*	36,00	-*	35,36
23	27	-*	37,68	37,70	36,50	37,84	35,83
24	26	-*	37,99	38,25	37,00	-*	36,48
25	25	-*	34,43	-*	34,09	38,96	34,03
26	24	-*	34,04	39,35	33,54	39,51	33,33
27	23	-*	33,20	39,84	32,95	-*	32,62
28	22	-*	32,55	40,39	32,06	40,63	32,00
29	21	40,62	31,75	40,94	31,51	41,19	31,61
30	20	41,16	31,20	41,49	30,86	41,75	30,76
31	19	41,70	30,65	42,04	30,40	41,46	30,33
32	18	42,24	30,30	42,59	30,21	-*	29,56
33	17	42,77	29,43	43,14	28,96	41,52	28,74
34	16	43,31	28,75	43,71	28,52	42,02	28,25
35	15	35,33	28,13	44,26	27,58	35,41	27,46
36	14	35,48	28,14	34,89	26,96	35,36	27,36
37	13	35,63	27,01	35,39	26,49	31,51	26,67
38	12	31,35	26,54	31,88	25,98	30,15	25,77
39	11	31,29	26,15	30,45	25,43	27,12	25,20
40	10	31,20	24,93	27,07	24,85	27,37	24,44
41	9	27,31	24,59	26,76	24,30	24,48	24,07
42	8	24,61	23,83	23,84	23,38	23,94	23,23
43	7	24,18	23,06	23,24	22,57	23,48	22,55
44	6	**21,76**	21,84	**21,14**	21,72	23,09	22,54
45	5	21,12	21,14	**20,47**	20,51	**20,47**	20,51
46	4	20,48	20,48	**19,81**	20,87	**19,79**	20,63
47	3	19,84	19,83	19,20	19,20	**19,12**	19,15
48	2	19,21	19,18	18,54	18,54	**18,46**	18,49
49	1	18,58	18,56	17,89	18,48	17,80	17,80
50	0	17,94	17,92	17,24	17,23	17,11	17,09

*: Tamsayı çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.17. 150-10-3-S3-75 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	150-10-3-S3-75-1		150-10-3-S3-75-2		150-10-3-S3-75-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	25	25	25	25	-	25
1	49	-*	25,51	-*	25,51	-	25,50
2	48	-*	26,01	-*	26,02	-	26,00
3	47	-*	26,52	-*	26,53	-	26,50
4	46	-*	27,02	-*	27,04	-	27,00
5	45	-*	27,53	-*	27,55	-	27,50
6	44	-*	28,04	-*	28,00	-	28,00
7	43	-*	28,54	-*	28,50	-	28,50
8	42	29,00	29,05	-*	29,00	-	28,97
9	41	-*	29,54	-*	29,50	-	29,47
10	40	-*	30,05	-*	30,00	-	29,97
11	39	-*	30,57	-*	30,50	-	30,49
12	38	-*	31,07	-*	31,00	-	30,99
13	37	31,50	31,58	-*	31,50	-	31,50
14	36	-*	32,09	-*	32,00	-	31,99
15	35	-*	32,59	-*	32,50	-	32,49
16	34	-*	33,10	-*	33,00	-	32,99
17	33	-*	33,60	-*	33,43	-	33,49
18	32	-*	33,59	-*	33,63	-	33,79
19	31	-*	33,68	-*	33,77	-	34,22
20	30	-*	33,65	-*	33,78	-	34,14
21	29	-*	34,02	-*	34,08	-	33,90
22	28	-*	34,22	-*	34,97	-	34,57
23	27	-*	34,79	-*	35,32	-	35,69
24	26	-*	34,88	-*	34,69	-	34,83
25	25	-*	34,60	-*	34,47	-	35,88
26	24	-*	33,66	-*	34,00	-	35,59
27	23	-*	32,92	-*	33,43	-	35,35
28	22	-*	32,22	-*	32,72	-	36,58
29	21	-*	31,54	-*	32,36	-	36,30
30	20	-*	31,01	-*	31,49	-	36,39
31	19	-*	30,34	-*	30,88	-	37,13
32	18	34,73	29,56	35,59	30,33	-	36,55
33	17	34,67	29,05	35,76	29,80	-	37,10
34	16	34,79	28,35	35,83	28,92	-	36,79
35	15	34,88	27,82	36,11	28,58	-	36,47
36	14	31,40	27,47	36,29	27,87	-	38,17
37	13	31,18	26,47	36,46	27,24	-	37,91
38	12	30,58	25,86	31,53	26,49	-	38,58
39	11	27,33	25,02	31,33	26,06	-	38,08
40	10	27,00	24,89	31,23	25,36	-	33,13
41	9	24,53	23,16	27,58	24,97	-	32,08
42	8	24,03	22,57	27,28	24,39	-	32,01
43	7	23,53	21,96	24,82	23,55	-	27,78
44	6	21,23	21,20	22,03	21,87	-	24,90
45	5	20,57	20,65	21,40	21,95	-	24,38
46	4	19,91	19,87	20,75	20,46	-	21,42
47	3	19,26	18,93	**20,12**	20,38	-	21,01
48	2	**18,59**	18,60	**19,48**	19,51	-	20,26
49	1	**17,93**	17,95	18,84	19,71	-	19,90
50	0	17,30	16,94	**18,25**	18,90	-	19,00

*: Tamsayı çözüm elde edilemedi.

a: Belirlenen süre içinde çözüm elde edilemedi.

Çizelge 5.18. 150-10-3-S3-95 İçin Elde Edilen Sonuçlar

w_1	w_2	150-10-3-S3-95-1		150-10-3-S3-95-2		150-10-3-S3-95-3	
		GAMS	TB	GAMS	TB	GAMS	TB
0	50	-	25	25	25	25	25
1	49	-	25,50	-*	25,42	-*	25,48
2	48	-	26,00	-*	25,85	-*	25,96
3	47	-	26,50	-*	26,27	-*	26,43
4	46	-	27,00	-*	26,71	-*	26,92
5	45	-	27,50	-*	27,13	-*	27,41
6	44	-	28,00	-*	27,55	-*	27,89
7	43	-	28,50	-*	27,98	-*	28,36
8	42	-	29,00	-*	28,41	-*	28,84
9	41	-	29,50	-*	28,84	-*	29,30
10	40	-	30,00	-*	29,24	-*	29,82
11	39	-	30,50	-*	29,69	-*	30,28
12	38	-	31,00	-*	30,12	-*	30,76
13	37	-	31,49	-*	30,54	-*	31,26
14	36	-	31,99	-*	30,94	-*	31,75
15	35	-	32,49	-*	31,37	-*	32,23
16	34	-	32,99	-*	31,79	-*	32,71
17	33	-	33,50	-*	32,23	-*	33,19
18	32	-	34,00	-*	32,67	-*	33,63
19	31	-	34,50	-*	33,10	-*	34,11
20	30	-	35,00	-*	33,47	-*	34,64
21	29	-	35,50	36,59	33,91	-*	35,12
22	28	-	36,00	-*	34,34	-*	35,55
23	27	-	36,50	37,70	34,76	37,84	36,08
24	26	-	35,86	38,25	35,23	-*	36,48
25	25	-	34,68	-*	33,95	38,96	34,03
26	24	-	34,86	39,35	33,25	39,51	33,33
27	23	-	34,07	39,84	32,65	-*	32,62
28	22	-	33,00	40,39	32,26	40,63	32,00
29	21	-	32,77	40,94	31,29	41,19	31,61
30	20	-	32,57	41,49	30,90	41,75	30,76
31	19	-	31,24	42,04	30,13	41,46	30,33
32	18	-	30,39	42,59	29,97	-*	29,56
33	17	-	30,21	43,14	28,99	41,52	28,74
34	16	-	30,36	43,71	28,17	42,02	28,25
35	15	-	28,97	44,26	27,65	35,41	27,46
36	14	-	28,82	34,89	27,09	35,36	27,36
37	13	-	28,36	35,39	26,10	31,51	26,67
38	12	-	28,58	31,88	25,71	30,15	25,77
39	11	-	27,07	30,45	25,04	27,12	25,20
40	10	-	26,34	27,07	24,00	27,37	24,44
41	9	-	25,61	26,76	23,97	24,48	24,07
42	8	-	25,72	23,84	22,98	23,94	23,23
43	7	-	25,17	23,24	22,90	23,48	22,55
44	6	-	23,67	**21,14**	21,58	23,09	22,54
45	5	-	22,93	**20,47**	20,87	20,47	20,46
46	4	-	22,32	**19,81**	19,86	19,79	19,75
47	3	-	21,53	**19,20**	19,57	19,12	19,08
48	2	-	21,13	18,54	18,54	**18,46**	19,09
49	1	-	20,48	17,89	17,89	17,80	17,77
50	0	-	21,05	17,24	17,24	17,11	17,09

*: Tamsayı çözüm elde edilemedi.

a: Belirlenen süre içinde çözüm elde edilemedi

Çizelge 5.19. Test Problemlerinin Çözüm Süreleri

Örnek Numarası	GAMS Çözüm Süresi	TB Çözüm Süresi
50-10-3-S1-75-1	268	514
50-10-3-S1-75-2	358	521
50-10-3-S1-75-3	371	517
50-10-3-S1-95-1	259	697
50-10-3-S1-95-2	259	516
50-10-3-S1-95-3	329	680
50-10-3-S2-75-1	250	357
50-10-3-S2-75-2	337	364
50-10-3-S2-75-3	267	543
50-10-3-S2-95-1	290	556
50-10-3-S2-95-2	1.588	888
50-10-3-S2-95-3	300	564
50-10-3-S3-75-1	238	380
50-10-3-S3-75-2	270	540
50-10-3-S3-75-3	255	358
50-10-3-S3-95-1	290	671
50-10-3-S3-95-2	128	480
50-10-3-S3-95-3	222	671
100-10-3-S1-75-1	296	1.261
100-10-3-S1-75-2	553	1.240
100-10-3-S1-75-3	303	1.298
100-10-3-S1-95-1	309	2.993
100-10-3-S1-95-2	419	2.884
100-10-3-S1-95-3	307	2.166
100-10-3-S2-75-1	1.226	1.845
100-10-3-S2-75-2	662	3.148
100-10-3-S2-75-3	321	2.984
100-10-3-S2-95-1	374	3.624
100-10-3-S2-95-2	366	3.464
100-10-3-S2-95-3	356	3.127
100-10-3-S3-75-1	310	2.826
100-10-3-S3-75-2	2.446	2.870
100-10-3-S3-75-3	-[a]	3.189
100-10-3-S3-95-1	292	3.386
100-10-3-S3-95-2	337	3.346

100-10-3-S3-95-3	484	4.815
150-10-3-S1-75-1	6.885	7.198
150-10-3-S1-75-2	272	5.789
150-10-3-S1-75-3	-[a]	6.831
150-10-3-S1-95-1	4.466	6.620
150-10-3-S1-95-2	806	7.157
150-10-3-S1-95-3	-[a]	7.031
150-10-3-S2-75-1	7.180	5.351
150-10-3-S2-75-2	317	4.144
150-10-3-S2-75-3	248	4.235
150-10-3-S2-95-1	902	7.167
150-10-3-S2-95-2	2.035	6.610
150-10-3-S2-95-3	574	6.662
150-10-3-S3-75-1	4.315	7.184
150-10-3-S3-75-2	353	4.995
150-10-3-S3-75-3	-[a]	5.165
150-10-3-S3-95-1	-[a]	4.553
150-10-3-S3-95-2	2.095	7.009
150-10-3-S3-95-3	574	7.062

a: Belirlenen çözüm süresinde sonuç elde edilememiştir.

Çözüm sürelerine bakıldığında GAMS programının daha hızlı çözümler elde ettiği görüldüyse de çözümler incelendiğinde TB'nin GAMS paket programıyla elde edilen çözümlerden daha iyi sonuçlar elde ettiği görülmektedir. Diğer taraftan, belirlenen 7200 saniye içerisinde GAMS paket programının 54 örnekten 5'ini çözemediği görülmüştür.

Çizelge 5.1-5.18'de her bir ağırlık çifti ile hesaplanarak elde edilmiş amaç fonksiyonu değerleri verilmiştir. Her bir örnek için baskın çözüm değerlerine 50 iş için Ek Açıklamalar B, 100 iş için Ek Açıklamalar C ve 150 iş için Ek Açıklamalar D'de yer verilmiştir. Herbir test problemi için ideal ve nadir nokta değerleri Ek Açıklamalar A'da gösterilmiştir.

Elde edilen sonuçlar incelendiğinde GAMS paket programının genel olarak w_1 [2-21] aralığında olması durumunda tamsayı çözüm elde edemediği görülmektedir. TB algoritması ile elde edilen çözümlerin daha iyi sonuçlar elde ettiği gözlemlenmektedir. GAMS paket programının daha iyi olduğu sonuçlar Çizelge 5.1-5.18'de kalın ve altı çizili

olarak gösterilmiştir. Test problemlerinin matematiksel model (GAMS) ve TB ile çözüm süresi saniye cinsinden Çizelge 5.19'da verilmiştir. TB'nin performansı incelendiğinde GAMS paket programına göre %87 oranla daha iyi sonuç elde edildiği görülmüştür. GAMS programının başarılı olduğu sonuçlarda w_1 değerlerinin [41-50] aralığında olduğu göze çarpmaktadır.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, uygunluk kısıtının da yer aldığı ÇKGAP üzerinde durulmuştur. Problemimizde iki amaç bulunmaktadır. Amaçlardan biri yüklerin dengeli bir şekilde ajanlara dağıtılmasını sağlarken, diğer amaç işlerin atandığı toplam ajan sayısını enküçüklemektedir. Erişilen literatür incelendiğinde, uygunluk kısıtlarının ele alındığı herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Diğer yandan, yüklerin ajanlara dengeli dağıtılmasını amaçlayan sınırlı sayıda çalışma mevcuttur.

Geliştirilen matematiksel modelin çözümü için ağırlıklı toplam yöntemi kullanılmış ve GAMS paket programının Dicopt çözüsü ile çözülmüştür. Önerilen yöntemin işlerliği, oluşturulan örnek problem üzerinde gösterilmiştir. Büyük boyutlu problemlerin çözümü için bir TB algoritması geliştirilmiştir. Oluşturulan farklı boyuttaki test problemleri, önerilen yöntemler ile çözülmüş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Çözüm süresi açısından bakıldığında, GAMS paket programının iyi sürelerde çözüm verdiği görülse de ikinci amacın ağırlığının fazla olduğu w_2=[49-26] örneklerde tamsayı çözüm elde edemediği görülmüştür. Ayrıca, test edilen 54 problemin 5'inde GAMS/Dicopt ile çözüm elde edilememiştir. Büyük boyutlu problemler için kullanılan TB ile makul sürelerde olurlu çözümler elde edilmiştir. Önerilen algoritmanın, GAMS paket programına göre %87 oranla daha başarılı olduğu gözlemlenmiştir.

Gelecek çalışmalarda, ele alınan problemler farklı amaç fonksiyonları ile çözülebilir. Büyük boyutlu problemler için yasaklı arama, genetik algoritmalar gibi farklı metasezgiseller kullanılarak diğer metasezgisellerin performansları değerlendirilebilir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Aarst, J., Korst, J.,1989, "Simulated Annealing And Boltzman Machines", Wiley, Chichester.

Akkaş, S., 2016, "Karesel Atama Probleminin Tavlama Benzetimi Ve Paralel Programlama Teknikleri Kullanarak Çözümü", Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Denizli.

Albareda -Sambola, M., van der Vlerk, M.H., Fernandez, E., 2006, "Exact Solutions To A Class Of Stochastic Generalized Assignment Problems", European Journal of Operational Research, 173(2), p. 465-487.

Alidaee, B., Gao, H., Wang, H., 2010, "A Note On Task Assignment Of Several Problems", Computers & Industrial Engineering, 59, p. 1015-1018.

Alidaee, B., Wang, H., Landram, F., 2011, "On The Flexible Demand Assignment Problems Case Of Unmanned Aerial Vehicles", IEE Transactions on Automation Science and Engineering, 8 (4).

Amini, M.M., Racer, M., 1994, "A Rigorous Computational Comparison Of Alternative Solution Methods For The Generalized Assignment Problem", Management Science, 40(70), p. 868-890.

Anghinolfi, D., Paolucci, M., Sacone, S., Siri, S., 2011, "Freight Transportation In Railway Networks With Automated Terminals A Mathematical Model And MIP Heuristic Approaches", European Journal of Operational Research, 214, p. 588-594.

Arenas, M. G.,Castillo, P. A., Mora, A. M., Merelo, J. J., Laredo, J. L. J., Sanchez, P. G., Prieto, A., 2010, "Statistical Analysis Of The Parameters Of The Simulated Annealing Algorithm", WCCI IEEE World Congress on ComputationalIntelligence, Barcelona, Spain, p. 4164-4171.

Avella P., Boccia M., Vasilyev I., 2013, "A Branch-And-Cut Algorithm For The Multilevel Generalized Assignment Problem", IEEE Access, 1, p. 475-479.

Avella, P., Boccia, M., Vasilyev, I., 2010, "A Computational Study Of Exact Knapsack Separation For The Generalized Assignment Problem", Computational Optimization and Applications, 45, p. 543-555.

Barcia, P., Jörnsten, K., 1990, "Improved Lagrangean Decomposition: An Allpication To The Generalized Assignment Problem", European Journal of the Operational Research, 46, p. 84-92.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Beausoleil, R., Miro, Y.V., 2013, "One-Side Oscillation Strategic Approach", Revista de Matematica: Teoria y Aplicaciones, 20(1), p. 35-48.

Bender, M., Thielen, C., Westphal, S., 2015, "Packing Items Into Several Bins Facilitates Approximating The Separable Assignment Problem", Information Processing Letters, 115, p. 570-575.

Benders, J.F., Van Nunen, J.A., 1983, "A Property Of Assignment Type Mixed Linear Programming Problems", Operations Research Letters, 2, p. 47-52.

Bonomi, E., Lutton, J., 1984, "The N-City Travelling Salesman Problem: Statistical Mechanicsand The Metropolis Algorithm", SIAM Review, 26 (4), p. 551-568.

Bozdoğan, A.Ö., Yılmaz, A.E., Efe, M., 2010, "Performance Analysis Of Swarm Optimization Approaches For The Generalized Assignment Problem In Multi-Target Tracking Applications", Turk J Elec Eng & Comp Sci,18 (6).

Cattrysee, D.G., 1990, "Set Partitioning Approaches To Combinatorial Optimization Problems", PhD Thesis, Katholieke University Leuven, Department Wertuigkunde, Centrum Industrieel Beleid, Belgium.

Cattrysee, D.G., Salomon, M., Van Wassenhove, L.N., 1994, "A Set Partitioning Heuristic For The Generalized Assignment Problem", European Journal of Operational Research, 72, p. 167-174.

Cattrysse, D.G., Degraeve, Z., Tistaert, J., 1998, "Solving The Generalized Assignment Problem Using Polyhedral Results", European Journal of Operational Research, 108, p. 618-628.

Chu, P.C., Beasley, J.E., 1997, "A Genetic Algorithm For The Generalized Assignment Problem", Computers and Operations Research, 24(1), p. 17-23.

Cohen, R., Katzir, L., Raz, D., 2006, "An Efficient Approximation For The Generalized Assignment Problem", Information Processing Letters, 100, p. 162-166.

Çakır, B., 2006, "Stokastik İşlem Zamanlı Montaj Hattı Dengeleme İçin Tavlama Benzetimi Algoritması", Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Diaz, J.A., Fernandez, E., 2001, "A Tabu Search Heuristic For Generalized Assignment Problem", European Journal of Operational Research, 132, p. 22-38.

Fisher, M.L., 2004, "The Lagrangian Relaxation Method For Solving Integer Programming Problems", Management Science, 50(12), p. 1861-1871.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

French, A.P., Wilson J.M. 2007, "An LP-Based Heuristic Procedure For The Generalized Assignment Problem With Special Ordered Sets", Computers & Operations Research, 34, p. 2359-2369.

Fu, Y., Sun, J., La, K.K., Leung, J.W.K., 2015, "A Robust Optimization Solution To Bottleneck Generalized Assignment Problem Under Uncertainty", Annals of Operations Research, 233, p. 123-133.

Gaudioso, M., Moccia L., Monaco, M.F., 2010, "Repulsive Assignment Problem", Journal of Optimization Theory and Applications, 144, p. 255-273.

Gavish B., Pirkul H., 1991, "Algorithms For The Multi-Resource Generalized Assignment Problem", Management Science, 37(6), p. 695–713.

Glover, F.W., Kochenberger G.A., 2003, "Handbook of Metaheuristics", Kluwer Academic Publishers, p. 286-321.

Golfarelli, M., Rizzi, S., Turricchia, E., 2013, "Multi-Sprint Planning And Smooth Replanning An Optimization Model", The Journal of Systems and Software, 86, p. 2357-2370.

Gözen, Ş., 2007, "Bulanık Esnek Akış Tipi Çok Prosesli Çizelgeleme Problemlerinin Genetik Algoritma Ve Tavlama Benzetimi İle Çözümü", Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Konya.

Guignard, M., RosenWein, M.B., 1989, "An Improved Dual Based Algorithm For The Generalized Assignment Problem", Operations Research, 37(4), p. 658-663.

Güden, H., Vakvak, B., Özkan, B.E., Altıparmak, F., Dengiz, B., 2005, "Genel Amaçlı Arama Algoritmaları İle Benzetim En İyilemesi En İyi Kanban Sayısının Bulunması", Makine Mühendisleri Odası Endüstri Mühendisliği Dergisi, 16(1), s. 2-15.

Gülsün, B., Tuzkaya, G., Bildik, E., 2008, "Reverselogistics Network Design: A Simulated Annealing Approach", Sigma, 26 (1), p. 68-80.

Güner, E., Altıparmak, F., 2003, "İki Ölçütlü Tek Makinalı Çizelgeleme Problemi İçin Sezgisel Bir Yaklaşım", Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi, 18(3), s. 27-42.

Haddadi, S., 1999, "Lagrangian Decomposition Based Heuristic For The Generalized Assignment Problem", INFOR, 37(4), p. 392-402.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Haddadi, S., Ouzai, H., 2004, "Effective Algorithm And Heuristic For The Generalized Assignment Problem", European Journal of Operational Research, 153, p. 184-190.

Haddadi, S., Ouzia, H., 2001, "An Effective Lagrangian Heuristic For The Generalized Assignment Problem", INFOR, 39(4), p. 354-356.

Imai, A., Nishimura, E., Current, J., 2007, "A Lagrangian Relaxation-Based Heuristic For The Vehicle Routing With Full Container Load", European Journal of Operational Research, 176, p. 87-105.

Janak, S.L., Taylor M.S., Floudas C.A., 2006, "Novel And Effective Integer Optimization Approach For The NSF Panel-Assignment Problem: A Multiresource And Preference-Constrained Generalized Assignment Problem", Industrial & Engineering Chemistry Research, 45, p. 258-265.

Jeet, V., Kutanoğlu, E., 2007, "Lagrangian Relaxation Guided Problem Space Search Heuristic For Generalized Assignment Problems", European Journal of Operational Research, 182, p. 1039-1056.

Jörnsten, K., Nasberg, M., 1986, "A New Lagrangian Relaxation Approach To The Generalized Assignment Problem", European Journal of Operational Research, 27, p. 313-323.

Karsu, Ö., Azizoglu, M., 2012, "The Multi-Resource Agent Bottleneck Generalised Assignment Problem", International Journal of Production Research, 50 (2), p. 309-324.

Karsu, Ö., Azizoglu, M., 2014, "Bicriteria Multiresource Generalized Assignment Problem", Naval Research Logistics, 61,p. 621-636.

Karsu, Ö., Azizoglu, M., 2019, "An Exact Algorithm For The Minimum Squared Load Assignment Problem", Computers and Operations Research , 106, p. 76-90.

Kendall, G., 2000, "AI Methods", http://www.cs.nott.ac.uk/~pszgxk/aim/,erişim tarihi:11.11.2020.

Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., Vecchi, M.P., 1983, "Optimization by Simulated Annealing", Science, New Series, 220, p. 671-680.

Korupolu, M., Meyerson, A., Rajaraman, R., Tagiku, B., 2015, "Coupled And K-Sided Placements Generalizing Generalized Assignment", Math. Program., Ser. B, 154, p. 493-514.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Krumke, S.O., Thielen, C., 2013, "The Generalized Assignment Problem With Minimum Quantities", European Journal of Operational Research, 228, p. 46-55.

Kutucu H., Durgut R., 2018, "Silah Hedef Atama Problemi İçin Tavlama Benzetimli Bir Hibrit Yapay Arı Kolonisi Algoritması", Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 22 (Özel Sayı), s. 263-269.

Laarhoven, V., Aarts, E., Lenstra, JK.,1992, "Job Shop Scheduling By Simulated Annealing", Operation Research, 40, p. 113-125.

LeBlanc, L.J., Shtub, A., Anandalingam, G., 1999, "Formulating And Solving Production Planning Problems", European Journal of Operational Research, 112, p. 54-80.

Lee, C., Park, S., 2011, "Chebyshev Center Based Column Generation", Discrete Applied Mathematics, 159, p. 2251-2265.

Li, J.Q., Borenstein, D., Mirchandani, P.B., 2008, "Truck Scheduling For Solid Waste Collection In The City Of Porto Alegre, Brazil", Omega, 36, p. 1133-1149.

Li, T., Luyuan, F. 1991, "Competition Based Neural Networks For Assignment Problems", Journal of Computer Science and Technology, 6(4), p. 305-315.

Liang, Z., Li, Y., Lim, A., Guo, S., 2010, "Load Balancing In Project Assignment", Computers and Operations Research, 37, p. 2248-2256.

Liu L., Mu, H., Song Y., Luo H., Li X., Wu F., 2012, "The Equilibrium Generalized Assignment Problem And Genetic Algorithm", Applied Mathematics and Computation, 218, p. 6526-6535.

Liu, Y.Y., Wang, S., 2015, "A Scalable Parallel Genetic Algorithm For The Generalized Assignment Problem", Parallel Computing, 46, p. 98-119.

Lokman, B., 2017, "Çok Amaçlı Tamsayı Programlama Problemleri İçin Temsili Çözüm Üreten Yaklaşımların ve Kalite Ölçülerinin İncelenmesi", Endüstri Mühendisliği Dergisi, 28 (1), s. 19-39.

Lorena, L.A.N., Narcisio, M.G. 1996, "Relaxation Heuristics For A Generalized Assignment Problem", European Journal of Operational Research, 91, p. 600-610.

Lorena, L.A.N., Narciso, M.G., Beasley, J.E., 2002, "A Constructive Genetic Algorithm For The Generalized Assignment Problem", Evolutionary Optimization.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Lou, L.,Chakraborty, N., Sycara, K., 2015, "Distributed Algorithms For Multirobot Task Assignment With Task Deadline Constraints", IEEE Transactions on Automation Science And Engineering, 12 (3).

Lourenço, H.R.D., Serra, D., 2002, "Adaptive Approach Heuristics For The Generalized Assignment Problem", Mathware and Soft Computing, 9, p. 209-234.

Lutfiyya, H., Mcmillin, B., Poshyanonda, P., Daglı, C., 1992, "Composite Stock Cutting Through Simulated Annealing", Mathematical Computing Modelling, 16(1), p. 57-74.

Martello, S., Toth, P., 1981, "An Algorithm For The Generalized Assignment Problem", Proceedings of the 9th IFORS Conference, Hamburg, Germany.

Martello, S., Toth, P., 1990, "Knapsack Problems: Algorithms And Computer Implementations", John Wiley and Sons, Chichester, England.

Martello, S., Toth, P., 1995, "A Note On Exact Algorithms For The Bottleneck Generalized Assignment Problem", Europen Journal of Operational Research, 83, p. 711-712.

Martello, S., Toth, P., 1995, "The Bottleneck Generalized Assignment Problem", Europen Journal of Operational Research, 83, p. 621-638.

Masri, S.F., Smıth, A.W., Chassıakkos, A.G., Nakamura, M., Caughey, T.K., 1999,"Training Neural Networks By Adaptive Random Search Techniques", Journal of Enginnering Mechanics, 125(2), p.123-132.

Mazzola, J.B., Neebe, A.B., 2012, "A Generalized Assignment Model For Dynamic Supply Chain Capacity Planning", Naval Research Logistics, 59(6), p. 470–485.

Mitrović-Minić, S., Punnen, A. P., 2009, "Local Search Intensified: Very Large-Scale Variable Neighborhood Search For The Multi-Resource Generalized Assignment Problem", Discrete Optimization, 6 (4), p. 370–377.

Moccia L., Cordeau J. F., Monaco M. F., Sammarra M., 2009, "A Column Generation Heuristic For A Dynamic Generalized Assignment Problem", Computers & Operations Research, 36, p. 2670-2681.

Monfred, M.A.S., Etemadi, M., 2006, "The Impact Of Energy Function Structure On Solving Generalized Assignment Problem Using Hopfield Neural Network", European Journal of Operational Research, 18, p. 339-348.

Narcisio, M.G., Lorena, L.A.N., 1999, "Lagrangean/Surrogate Relaxation For Generalized Assignment Problems", European Journal of Operational Research, 114, p. 165-177.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Nauss, R.M., 2003, "Solving The Generalized Assignment Problem: An Optimizing And Heuristic Approach", INFORMS Journal on Computing, 15(3), p. 249-266.

Nemhauser, G.L., Savelsbergh, M.W.P., Sigismondi, G.C. 1994, "MINTO, A Mixed Integer Optimizer", Operations Research Letters, 15, p. 47-58.

Osman, I.H. 1995, "Heuristics For The Generalized Assignment Problem: Simulated Annealing And Tabu Search Approaches", OR Spectrum, 17, p. 211-225.

Osman, I.H., Potts, C.N.,1989, "Simulated Annealing And Taboo Search: Lessons From A Line Search", Computers & Operations Research, 21(8), p. 823-839.

Öncan, T. 2007, "A Survey Of TheGeneralized Assignment Problem And Its Applications", INFOR, 45 (3), p. 123-141.

Öncüer, T., 2012, "Çevrimsel İş Gücü Çizelgeleme Problemlerinin Genetik Algoritma Ve Tavlama Benzetimi Yoluyla Çözülmesi", Yüksek Lisans Tezi, Hava Harp Okulu Havacılık ve Uzay Teknolojileri Enstitüsü, İstanbul.

Özbakir, L., Baykasoğlu A., Tapkan P. 2010, "Bees Algorithm For Generalized Assignment Problem", Applied Mathematics and Computation, 215, p. 3782-3795.

Özçelik F., Saraç T., 2017, "Farklı Yeteneklere Ve Önceliklere Sahip Ajanların Ve Aynı Ajana Atanması Gereken İşlerin Olduğu Çok Kaynaklı Genelleştirilmiş Atama Problemi İçin Bir Hedef Programlama Modeli", Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi Part C: Tasarım ve Teknoloji, 5(1), s. 75-90.

Pham, D.T., Karaboga, D., 2000, "Intelligent Optimisation Techniques", Springer - Verlag London, p. 187-218.

Pigatti, A., de Aragoa, M.P., Uchoa, E., 2004, "Stabilized Branch-And-Cut-And-Price For The Generalized Assignment Problem", Electronic Notes in Discrete Mathematics, 19, p. 389-395.

Posta, M., Ferland, J.A., Michelon, P., 2012, "An Exact Method With Variable Fixing For Solving The Generalized Assignment Problem", Computational Optimization and Applications, 52, p. 629-644.

Rainwater, C., Geunes J., Romeijn H. E., 2009, "The Generalized Assignment Problem With Flexible Jobs", Discrete Applied Mathematics, 157, p. 49-67.

Rosocha, L., Vernerova, S., Verner, R., 2015, "Medical Staff Scheduling Using Simulated Annealing", Quality Innovation Prosperity, 19 (1), p. 1–11.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Ross, G.T., Soland, R.M., 1975, "A Branch And Bound Approach For The Generalized Assignment Problem", Mathematical Programming, 8, p. 91-105.

Savelsbergh, M.W.P., 1997, "A Branch-And-Price Algorithm For The Generalized Assignment Problem", Operations Research, 45, p. 831-841.

Shapiro, J. A., Alfa, A. S., 1995, "An Experimental Analysis Of The Simulated Annealing Algorithm For A Single Machine Scheduling Problem", Engineering Optimization, 24, p. 79-100.

Sharkey, T., Romeijn H.E., 2010, "Greedy Approaches For A Class Of Nonlinear Generalized Assignment Problems", Discrete Applied Mathematics, 158, p. 559-572.

Shtub, A., Kogan, K. 1998, "Capacity Planning By The Dynamic Multi-Resources Generalized Assignment Problem (DMRGAP)", European Journal of Operational Research, 105, p. 91-99.

Söke, A., Bingül, Z., 2005, "İki Boyutlu Giyotinsiz Kesme Problemlerinin Benzetilmiş Tavlama Algoritması İle Çözümlerinin İncelenmesi", Politeknik Dergisi, Cilt:8 Sayı:1, s. 25-35.

Srivastava, V., Bullo, F. 2014, "Knapsack Problems With Sigmoid Utilities Approximation Algorithms Via Hybrid Optimization", European Journal of Operational Research, 236, p. 488-498.

Şahin, R., 2004, "Çok Kriterli Dinamik Tesis Düzenleme Probleminin Tavlama Benzetimi İle Çözülmesi", Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Tapkan, P., Özbakır, L., Baykasoğlu, A. 2013, "Solving Fuzzy Multiple Objective Generalized Assignment Problems Directly Via Bees Algorithm And Fuzzy Ranking", Expert Systems with Applications, 40, p. 892-898.

Temiz, İ., 2010, "Çok Kriterli Permütasyon Akış Tipi Çizelgeleme Problemi İçin Bir Tavlama Benzetimi Yaklaşımı", Çankaya University Journal of Science and Engineering, 7(2), s. 141-153.

Toktaş, B., Yen, J. W., Zabinsky Z.B., 2006, "Addressing Capacity Uncertainty In Resource-Constrained Assignment Problems", Computers and Operations Research, 33(3), p. 724-745.

Topcuoglu, H.R., Ucar, A., Altin, L. 2014, "A Hyper-Heuristic Based Framework For Dynamic Optimization Problems", Applied Soft Computing, 19, p. 236-251.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Trick, M.A. 1992, "A Linear Relaxation Heuristic For The Generalized Assignment Problem", Noval Research Logistics, 39, p. 137-152.

Wang, Z., Lü, Z., Ye, T. 2016, "Multi-Neighborhood Local Search Optimization For Machine Reassignment Problem", Computers & Operations Research, 68, p. 16-29.

Wilson, J.M. 1997a, "A Simple Dual Algorithm For The Generalized Assignment Problem", Journal of Heuristics, 2(4), p 303-311.

Wilson, J.M. 1997b, "Genetic Algorithm For The Generalized Assignment Problem", Journal of the Operational Research Society, 48(8), p. 804-809.

Woodcock A. J., Wilson J. M. 2010, "A Hybrid Tabu Search/Branch & Bound Approach To Solving The Generalized Assignment Problem", European Journal of Operational Research, 207 (2), p. 566-578.

Yagiura, M., Iwasaki, S., Ibaraki, T., Glover, F. 2004, "A Very Large-Scale Neighborhood Search Algorithm For The Multi-Resource Generalized Assignment Problem", Discrete Optimization, 1 (1), p. 87–98.

Yagiura, M., Yamaguchi, T., Ibaraki, T. 1999, "A Variable Depth Search Algorithm For The Generalized Assignment Problem", In Metaheuristics: Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization; Kluwer Academic Publisher Boston; MA, p. 459-471.

Yang, Z., Niu, Z. 2013, "Energy Saving In Cellular Networks By Dynamic RS–BS Association And BS Switching", IEEE Transactions On Vehicular Technology, 62, 9.

Zapfel, G., Bögl, M. 2012, "Two Heuristic Solution Concepts For The Vehicle Selection Problem In Line Haul Transports", European Journal of Operational Research, 217, p. 448-458.

Zhang, C.W., Ong H.L. 2007," An Efficient Solution To Biobjective Generalized Assignment Problem", Advances in Engineering Software, 38, p. 50-58.

Zheng, F., Cheng Y., Xu Y., Liu M. 2013, "Competitive Strategies For An Online Generalized Assignment Problem With A Service Consecution Constraint", European Journal of Operational Research, 229, p. 59-66.

EK AÇIKLAMALAR

Ek Açıklama A: Test Problemlerinin İdeal ve Nadir Noktaları

Örnek Numarası	Z_1^I	Z_2^I	Z_1^N	Z_2^N
50-10-3-525-75-1	137.728,60	6	245.157,06	10
50-10-3-525-75-2	119.327,95	5	304.851,71	10
50-10-3-525-75-3	124.355,56	5	328.655,59	10
50-10-3-525-95-1	117.155,33	5	280.403,51	10
50-10-3-525-95-2	103.623,28	5	263.314,61	10
50-10-3-525-95-3	110.456,64	5	294.643,74	10
50-10-3-1525-75-1	127.277,13	6	295.660,94	10
50-10-3-1525-75-2	116.424,06	6	257.983,19	10
50-10-3-1525-75-3	112.117,63	5	303.298,13	10
50-10-3-1525-95-1	107.550,80	5	266.735,37	10
50-10-3-1525-95-2	110.634,34	5	293.011,41	10
50-10-3-1525-95-3	99.345,92	5	257.826,88	10
50-10-3-2535-75-1	124.943,21	5	338.247,57	10
50-10-3-2535-75-2	119.162,19	6	254.803,42	10
50-10-3-2535-75-3	111.807,76	5	295.277,95	10
50-10-3-2535-95-1	114.289,00	5	304.975,38	10
50-10-3-2535-95-2	101.168,19	5	278.141,63	10
50-10-3-2535-95-3	106.388,81	5	270.996,91	10
100-10-3-525-75-1	512.223,50	6	1.155.367,86	10
100-10-3-525-75-2	469.029,08	6	971.268,72	10
100-10-3-525-75-3	522.483,15	6	1.128.861,65	10
100-10-3-525-95-1	426.613,25	5	1.208.637,97	10
100-10-3-525-95-2	418.298,74	5	1.117.051,19	10
100-10-3-525-95-3	437.974,78	5	1.220.584,47	10
100-10-3-1525-75-1	476.709,30	5	1.315.379,52	10

100-10-3-1525-75-2	453.117,70	5	1.301.988,27	10
100-10-3-1525-75-3	517.327,44	6	1.102.772,48	10
100-10-3-1525-95-1	409.176,55	5	1.159.700,40	10
100-10-3-1525-95-2	401.089,72	5	1.124.914,41	10
100-10-3-1525-95-3	460.912,23	5	1.229.592,45	10
100-10-3-2535-75-1	461.868,21	5	1.263.281,97	10
100-10-3-2535-75-2	478.404,54	5	1.437.015,34	10
100-10-3-2535-75-3	508.360,57	6	1.053.694,38	10
100-10-3-2535-95-1	423.853,83	5	1.147.572,89	10
100-10-3-2535-95-2	426.510,66	5	1.120.175,06	10
100-10-3-2535-95-3	447.387,36	5	1.129.522,03	10
150-10-3-525-75-1	1.062.800,42	5	3.017.840,63	10
150-10-3-525-75-2	1.073.768,86	6	2.407.222,80	10
150-10-3-525-75-3	1.083.718,66	6	382.907,08	10
150-10-3-525-95-1	924.321,50	5	2.558.762,97	10
150-10-3-525-95-2	946.014,48	5	2.686.805,65	10
150-10-3-525-95-3	937.566,16	5	2.716.536,18	10
150-10-3-1525-75-1	1.083.401,08	5	3.131.613,68	10
150-10-3-1525-75-2	1.092.100,99	6	2.468.463,73	10
150-10-3-1525-75-3	1.168.062,52	6	2.540.979,21	10
150-10-3-1525-95-1	973.721,26	5	2.717.876,14	10
150-10-3-1525-95-2	965.914,43	5	2.810.079,77	10
150-10-3-1525-95-3	952.134,73	5	2.782.942,48	10
150-10-3-2535-75-1	1.044.264,43	5	3.016.147,96	10
150-10-3-2535-75-2	1.146.478,02	5	3.146.257,69	10
150-10-3-2535-75-3	1.083.877,50	5	2.996.307,01	10
150-10-3-2535-95-1	912.955,39	5	2.564.800,07	10
150-10-3-2535-95-2	965.914,43	5	2.810.079,77	10
150-10-3-2535-95-3	952.134,73	5	2.782.942,48	10

Ek Açıklama B: *m*=50, *n*=10, *s*=3 Baskın Noktalar

Örnek Numarası	GAMS		TB	
	F_1	F_2	F_1	F_2
50-10-3-S1-75-1	259.019,32	6	252.525,98	6
	165.498,53	8	117.246,87	10
	145.941,09	9		
	134.057,72	10		
50-10-3-S1-75-2	304851,71	5	332497,03	5
	208017,98	6	224396,618	6
	180164,07	7	196785,013	7
	149596,04	8	147280,596	8
	130462,94	9	116425,569	9
	116015,02	10	116028,578	10
50-10-3-S1-75-3	328655,59	5	328655,594	5
	248182,06	6	242122,983	7
	192059,65	7	178777,763	8
	166291,42	8	144703,218	9
	142457,79	9	122061,54	10
	122581,36	10		
50-10-3-S1-95-1	281165,4	5	280403,5	5
	227222,02	6	216535,3	6
	182444,21	7	116274,6	10
	152217,16	8		
	128959,15	9		
	116648,93	10		
50-10-3-S1-95-2	263314,6	5	262318,8	5
	196674,4	6	202861,7	6
	164194,5	7	164748,6	7
	138758	8	103222,8	10
	120776,9	9		
	103259,5	10		
50-10-3-S1-95-3	300130,13	5	294643,7	5
	237114,81	6	221931,5	6
	184346,04	7	109696,8	10
	147877,33	8		
	126437,48	9		
	109936,17	10		
50-10-3-S2-75-1	271501,86	6	287733,2	6
	209620,92	7	219792,8	7
	170405,67	8	149454,5	9
	139217,5	9	124782,9	10
	125248,88	10		
50-10-3-S2-75-2	252539,9	6	253619,9	6
	198121,6	7	191333,3	7
	139604,2	9	140210	9
	116343,7	10	116095,2	10
50-10-3-S2-75-3	294910,29	5	294825,1	5
	229855,73	6	216628,4	6
	186072,31	7	178528,4	7
	153435,59	8	131737	9
	130225,97	9	111672,7	10
	112742,99	10		

50-10-3-S2-95-1	266735,37	5	266618,8	5
	209345,94	6	210142,4	6
	176087,01	7	168771,9	7
	147933,87	8	121655,6	9
	121445,35	9	107214,5	10
	107823,37	10		
50-10-3-S2-95-2	304517,84	5	252819	5
	230359,9	6	226637,2	6
	183640	7	181597,1	7
	129905,9	9	132068,4	9
	111341,4	10	110545,3	10
50-10-3-S2-95-3	252442,62	5	252948,6	5
	195432,73	6	195690	6
	151466,6	7	153654,3	7
	127101,44	8	98123,52	10
	113002,9	9		
	97992,51	10		
50-10-3-S3-75-1	338247,57	5	338247,6	5
	262950,63	6	265025,8	6
	215216,11	7	212162,7	7
	173992,7	8	171943,1	9
	149086,45	9	124445,6	10
	125312,3	10		
50-10-3-S3-75-2	261172	6	253950,5	6
	202983,4	7	201640,7	7
	160111,4	8	138913,8	9
	137932	9	118675	10
	118687,3	10		
50-10-3-S3-75-3	320687,96	5	295277,9	5
	239883,23	6	225398,7	6
	196530,64	7	173242,3	7
	147120,31	8	150811,3	8
	130053,66	9	27352,83	9
	111807,76	10	111483,1	10
50-10-3-S3-95-1	301345,15	5	304975,4	5
	230056,1	6	236004	6
	191970,24	7	132390,8	9
	165041,08	8	114136,9	10
	114136,87	10		
50-10-3-S3-95-2	278141,6	5	277088,5	5
	218345,7	6	207825,7	6
	168379	7	175423,5	7
	135220,8	8	101230,2	10
	118021	9		
	101183,5	10		
50-10-3-S3-95-3	273587,22	5	270996,9	5
	222785,76	6	201718,9	6
	192524,32	7	106388,8	10
	167659,8	8		
	127390,51	9		
	106388,81	10		

Ek Açıklama C: *m*=100, *n*=10, *s*=3 Baskın Noktalar

Örnek Numarası	GAMS		TB	
	F_1	F_2	F_1	F_2
100-10-3-S1-75-1	1099648,0	6	1147985	6
	860145,7	7	509871,1	10
	708037,5	8		
	593360,8	9		
	509871,1	10		
100-10-3-S1-75-2	979951,8	6	969564,8	6
	780876	7	468559,86	10
	628842,5	8		
	538308,5	9		
	467351,9	10		
100-10-3-S1-75-3	1135553	6	1098909,1	6
	884882,8	7	523026,2	10
	733520,5	8		
	609892,3	9		
	523026,2	10		
100-10-3-S1-95-1	1208638	5	1198725,3	5
	956433,4	6	978523,4	6
	727105,9	7	425360,7	10
	587433,2	8		
	497177,3	9		
	425360,7	10		
100-10-3-S1-95-2	1160801,4	5	1117051	5
	869100,8	6	417611,4	10
	696324,8	7		
	573827,1	8		
	484079,1	9		
	417603,4	10		
100-10-3-S1-95-3	1234092	5	1218226,3	5
	891306,8	6	435177,6	10
	686125,5	7		
	577100,7	8		
	437181,3	10		
100-10-3-S2-75-1	1344113,7	5	1315379,5	5
	1025333,9	6	1070931,4	6
	793220,9	7	475509,09	10
	661158,7	8		
	558856,9	9		
	475372,5	10		
100-10-3-S2-75-2	1311092,5	5	453735,3	5
	983275,4	6	998744,7	6
	752626,5	7	453117,7	10
	608330,2	8		
	512393,5	9		
	452305,4	10		
100-10-3-S2-75-3	1103315	6	1092646,4	6
	862359,6	7	515626,6	10
	690252,5	8		
	592408,6	9		
	515626,6	10		
100-10-3-S2-95-1	1156324,4	5	1142279,6	5

	947362,9	6	406155	10
	678347,3	7		
	566795,1	8		
	468654,3	9		
	406058,9	10		
100-10-3-S2-95-2	1145301,5	5	1120904,8	5
	848592,8	6	401127,8	10
	666968,9	7		
	540453,6	8		
	464349,8	9		
	401089,7	10		
100-10-3-S2-95-3	1263403,8	5	1240933,4	5
	950182,3	6	461517	10
	759425,5	7		
	622739,4	8		
	527421,2	9		
	461391,7	10		
100-10-3-S3-75-1	1244793,9	5	1257936,8	5
	945279,1	6	976596,4	6
	757553,9	7	461407,87	10
	630060,1	8		
	461407,9	10		
100-10-3-S3-75-2	1063070,7	6	1437015,3	5
	819248,5	7	1046297,5	6
	659651	8	471301,4	10
	551377,9	9		
	477110,2	10		
100-10-3-S3-75-3			1037535,8	6
			517355,6	10
100-10-3-S3-95-1	1202019	5	1138570,5	5
	900061,8	6	422423,9	10
	722387,2	7		
	586302,9	8		
	424108,9	10		
100-10-3-S3-95-2	1120800,8	5	1152444,6	5
	845246,3	6	426078,9	10
	662814,6	7		
	549030,2	8		
	478252,5	9		
	426510,7	10		
100-10-3-S3-95-3	1129522	5	1334967,2	5
	876955,7	6	967145,2	6
	715573,3	7	446412,1	10
	580906,9	8		
	496743,6	9		
	447678,1	10		

Ek Açıklama D: *m*=150, *n*=10, *s*=3 Baskın Noktalar

Örnek Numarası	GAMS		Tavlama Benzetimi	
	F_1	F_2	F_1	F_2
150-10-3-S1-75-1	3121514,9	5	3017840,6	5
	2306762,1	6	2379854,2	6
	1732153,6	7	1.218.577,50	9
	1419519,0	8	1.160.422,70	10
	1234567,7	9		
	1064480,1	10		
150-10-3-S1-75-2	2415873,1	6	2372546,7	6
	1952742,3	7	1073804,6	10
	1492375	8		
	1253004,1	9		
	1073816,9	10		
150-10-3-S1-75-3			2374009,6	6
			1118765,9	10
150-10-3-S1-95-1	2587468,9	5	2580348,4	5
	1945436,3	6	923199,4	10
	1528034,5	7		
	1255514,1	8		
	1060232,8	9		
	923276,8	10		
150-10-3-S1-95-2	2686805,7	5	2745373,1	5
	2101519,9	6	944215,5	10
	1531881,5	7		
	1274655	8		
	944215,5	10		
150-10-3-S1-95-3			2712231,9	5
			968637,5	10
150-10-3-S2-75-1	3069862,7	5	3071208,2	5
	2355459,1	6	2389273,8	6
	1780114,3	7	1039894,9	10
	1490290,9	8		
	1253217,5	9		
	1082362,6	10		
150-10-3-S2-75-2	2487537,2	6	2524362	6
	1921024,1	7	1086468,6	10
	1529083,1	8		
	1091010,3	10		
150-10-3-S2-75-3	2593949,5	6	2821038,7	6
	1962376	7	1151223,2	10
	1651551,4	8		
	1371247,3	9		
	1168062,5	10		
150-10-3-S2-95-1	2822770,2	5	2824523	5
	2044522,1	6	973047,1	10
	2044522,1	6		
	1641508,7	7		

	1333409	8		
	1126302,1	9		
	973780,7	10		
150-10-3-S2-95-2	2918015,7	5	2198007,2	5
	2067533,1	6	968335	10
	1639559,3	7		
	1339501,8	8		
	1107290,8	9		
	968335	10		
150-10-3-S2-95-3	2687996	5	2702074,2	5
	2084172,2	6	951102,7	10
	1592606,6	7		
	1307561,9	8		
	1108970,9	9		
	952430	10		
150-10-3-S3-75-1	3016148	5	3029927,4	5
	2230644,3	6	2359819,4	6
	1760856,6	7	1021750,5	10
	1432985,1	8		
	1208552,8	9		
	1042222,8	10		
150-10-3-S3-75-2	3172389,4	5	3146257,7	5
	2437295,2	6	2482313,4	6
	1906128,6	7	1125533,6	10
	1564002,7	8		
	1354765,4	9		
	1145527,2	10		
150-10-3-S3-75-3			2985931,2	5
			2351764	6
			1883826,6	7
			1545353,7	8
			1323583,6	9
			1134687,7	10
150-10-3-S3-95-1			2563749,6	5
			2165068,8	6
			993433,7	10
150-10-3-S3-95-2	2918015,7	5	2595181,9	5
	2067533,1	6	968335	10
	1639559,3	7		
	1339501,8	8		
	1107290,8	9		
	965878,1	10		
150-10-3-S3-95-3	2687996	5	2719840,1	5
	2084172,2	6	951102,7	10
	1592606,6	7		
	1307561,9	8		
	1108970,9	9		
	952430	10		