Fibered Projektif Düzlemlerde Nümerik Hesaplamalar Üzerine

Mehmet Melik UZUN

DOKTORA TEZİ

Matematik ve Bilgisayar Bilimleri Anabilim Dalı

Mart 2016

On the Numeric Calculations of Fibered Projective Planes

Mehmet Melik UZUN

DOCTORAL DISSERTATION

Department of Mathematics and Computer Sciences Department

March 2016

Fibered Projektif Düzlemlerde Nümerik Hesaplamalar Üzerine

Mehmet Melik UZUN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Matematik ve Bilgisayar Bilimleri Anabilim Dalı
Geometri Bilim Dalı
DOKTORA TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Prof. Dr. Ziya AKÇA

Mart 2016

ONAY

Matematik ve Bilgisayar Bilimleri Anabilim Dalı DOKTORA öğrencisi Mehmet Melik UZUN'un DOKTORA tezi olarak hazırladığı "**Fibered Projektif Düzlemlerde Nümerik Hesaplamalar Üzerine**" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek oybirliği ile kabul edilmiştir.

Danışman : Prof. Dr. Ziya AKÇA

İkinci Danışman : Prof. Dr. Süheyla EKMEKÇİ

Doktora Tez Savunma Jürisi:

Üye : Prof. Dr. Ziya AKÇA

Üye : Prof. Dr. Nedim DEĞİRMENCİ

Üye : Prof. Dr. Ayşe BAYAR

Üye : Prof. Dr. Süheyla EKMEKÇİ

Üye : Doç. Dr. Mine TURAN

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof.Dr. Hürriyet ERŞAHAN
Enstitü Müdürü

ETİK BEYAN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Prof. Dr. Ziya AKÇA danışmanlığında hazırlamış olduğum "**Fibered Projektif Düzlemlerde Nümerik Hesaplamalar Üzerine**" başlıklı tezimin özgün bir çalışma olduğunu; tez çalışmamın tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; tezimde verdiğim bilgileri, verileri akademik ve bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak elde ettiğimi; tez çalışmamda yararlandığım eserlerin tümüne atıf yaptığımı ve kaynak gösterdiğimi ve bilgi, belge ve sonuçları bilimsel etik ilke ve kurallara göre sunduğumu beyan ederim. 31/03/2016

Mehmet Melik UZUN

ÖZET

Bu çalışmada, q asal sayı olmak üzere, $GF(q)$ dan elde edilen projektif düzlemler ve taban düzlemleri bu projektif düzlemler olan fiber projektif düzlemler ele alınmıştır. İlk bölümde, projektif düzlemler ve fiberleştirilmiş projektif düzlemler hakkında bazı tanımlar, teoremler ve temel kavramlar literatürden özetlenerek verilmiştir.

İkinci bölümde, ilk olarak $GF(q)$ dan elde edilmiş projektif düzlemler incelenmiştir. Daha sonra MATLAB programı yardımıyla bu projektif düzlemlerin nokta, doğru ve üzerinde bulunma yapısı verilmiştir.

Üçüncü bölümde ise, ilk olarak $GF(q)$ dan elde edilen projektif düzlemlerin fibeleştirilmesi incelenmiştir. Daha sonra MATLAB programı yardımıyla anılan projektif düzlemlerin fiberleştirilmesi verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Projektif Düzlem, Matlab, Fiber Projektif Düzlem

SUMMARY

In this thesis, the finite projective planes obtained from $GF(q)$ and the fibered projective planes with the base projective planes of prime order were given. In the first section, necessary definitions, theorems and basic consepts about projective planes and the fibered projective planes were given by summarizing the literature.

In the second section, the finite projective planes obtained from $GF(q)$ were reviewed. Then the lines, the points and the incidence matrix of those finite projective planes were consructed by using MATLAB programme.

In the last section, fiber version of the finite projective planes obtained from $GF(q)$ were reviewed. Then the construction of finite fibered projective planes were given by using MATLAB programme.

Keywords: Projective Planes, Matlab, Fibred Projective Planes

TEŞEKKÜR

Doktora çalışmamın her aşamasında deneyimlerini, bilimsel katkılarını ve desteklerini esirgemeyen değerli danışman hocalarım

Prof. Dr. Ziya AKÇA ve Prof. Dr. Süheyla EKMEKÇİ'ye,

her zaman fikirlerine başvurduğum ve desteklerini benden esirgemeyen sayın hocam

Prof. Dr. Ayşe BAYAR'a

tez yazım sürecinde fikirlerine başvurduğum ve desteklerini benden esirgemeyen sayın hocam

Doç. Dr. Özcan GELİŞGEN'e

bu süreçte her zaman yanımda olup maddi, manevi bana destek olan sevgili eşim ve aileme, ayrıca değerli dostum Mehmet TOPSAKAL'a en samimi teşekkürlerimi sunarım.

Eskişehir, 2016
Mehmet Melik UZUN

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ETİK BEYAN . . . . . **v**

ÖZET . . . . . **vi**

SUMMARY . . . . . **vii**

TEŞEKKÜR . . . . . **viii**

ŞEKİLLER DİZİNİ . . . . . **xi**

1. Bazı Temel Kavramlar **1**
1.1. Giriş 1
1.2. Projektif Düzlem Hakkında Temel Kavramlar 2
Sonlu cisimler 2
Projektif düzlemler 2
Galois cisimlerinden elde edilen projektif düzlemler 4
1.3. Fiber Projektif Düzlemler Hakkında Temel Kavramlar 5
Bulanık kümeler 5
Fiber Noktalar ve Fiber Doğrular 5

2. Galois Cisimlerinden Elde Edilen Projektif Düzlemler **8**
2.1. C# ile Projektif Düzlem Uygulaması 8
2.2. MATLAB ile Projektif Düzlem Elde Edilmesi 9
MATLAB Kodu Algoritması 9
Matlab ile Fano Düzleminin Elde Edilmesi 10
Matlab ile $PG(2,3)$ Düzleminin Elde Edilmesi 12

3. Matlab Programıyla $PG(2,q)$ Düzlemlerinin Fiber Versiyonu **25**
3.1. Fano Düzleminin Fiberleştirilmesi 25
3.2. $PG(2,3)$ Düzleminin Fiberleştirilmesi 26
3.3. C# ile Fano Projektif Düzleminin Fiber Versiyonu 29
3.4. C# ile $PG(2,3)$ Projektif Düzleminin Fiber Versiyonu 30
3.5. MATLAB Programıyla $PG(2,q)$ Projektif Düzlemlerinin Fiber Versiyonu . 32
MATLAB Kodu Algoritması 32
MATLAB Programıyla Fano Projektif Düzleminin Fiber Versiyonu 33

MATLAB Programıyla $PG(2,3)$ Projektif Düzleminin Fiber Versiyonu . . 35

4. SONUÇ VE ÖNERİLER 61

KAYNAKLAR DİZİNİ 62

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil **Sayfa**

2.1 $PG(2,2)$ Elemanları 8
2.2 $PG(2,3)$ Elemanları 9
2.3 $q=2$ için P ve L nin Elemanları 10
2.4 $q=2$ için P ve L nin Elemanlarının İç Çarpım Matrisi 10
2.5 $PG(2,2)$ için Nokta ve Doğruların İç Çarpım Matrisi 11
2.6 $PG(2,2)$ için Nokta ve Doğruların Üzerinde Bulunma Matrisi 11
2.7 $q=3$ için P ve L nin Elemanları 12
2.8 $q=3$ için P ve L nin elemanlarının İç Çarpım Matrisi 12
2.9 $PG(2,3)$ için N ve D nin Elemanları 13
2.10 $PG(2,3)$ için Nokta ve Doğruların İç Çarpım Matrisi 13
2.11 $PG(2,3)$ için Nokta ve Doğruların Üzerinde Bulunma Matrisi 14
2.12 $PG(2,5)$ de Nokta ve Doğrular için Üzerinde Bulunma Matrisi 15
2.13 $PG(2,7)$ de Nokta ve Doğrular için Üzerinde Bulunma Matrisi 16
2.14 $PG(2,7)$ de Nokta ve Doğrular için Üzerinde Bulunma Matrisi 17

3.1 $PG(2,2)$ de A Doğrusu Üyelik Dereceleri 30
3.2 $PG(2,3)$ de A Dogrusu Üyelik Dereceleri 31
3.3 Fano Düzlemi 33
3.4 $PG(2,2)$ de Noktaların İlk Fiber Üyelik Dereceleri 33
3.5 $PG(2,2)$ de Doğruların İlk Fiber Üyelik Dereceleri 34
3.6 $PG(2,2)$ de Noktaların İkinci Fiber Üyelik Dereceleri 34
3.7 $PG(2,2)$ de Doğruların İkinci Fiber Üyelik Dereceleri 34
3.8 $PG(2,2)$ de Noktaların En Son Fiber Üyelik Dereceleri 35
3.9 $PG(2,2)$ de Doğruların En Son Fiber Üyelik Dereceleri 35
3.10 $PG(2,3)$ de Noktaların İlk Fiber Üyelik Dereceleri 35
3.11 $PG(2,3)$ de Doğruların İlk Fiber Üyelik Dereceleri 36
3.12 $PG(2,3)$ de Noktaların İkinci Fiber Üyelik Dereceleri 36
3.13 $PG(2,3)$ de Doğruların İkinci Fiber Üyelik Dereceleri 37
3.14 $PG(2,3)$ de Noktaların En Son Fiber Üyelik Dereceleri 37
3.15 $PG(2,3)$ de Doğruların En Son Fiber Üyelik Dereceleri 38
3.16 $PG(2,5)$ de Noktaların En Son Fiber Üyelik Dereceleri 39
3.17 $PG(2,5)$ de Doğruların En Son Fiber Üyelik Dereceleri 40
3.18 $PG(2,7)$ de Noktaların En Son Fiber Üyelik Dereceleri 41
3.19 $PG(2,7)$ de Noktaların En Son Fiber Üyelik Dereceleri 42

3.20 $PG(2,7)$ de Doğruların En Son Fiber Üyelik Dereceleri 43
3.21 $PG(2,7)$ de Doğruların En Son Fiber Üyelik Dereceleri 44

1. BAZI TEMEL KAVRAMLAR

1.1 Giriş

Bu çalışmada, Galois cismi üzerine kurulmuş sonlu projektif düzlemlerin ve bu düzlemler üzerine inşa edilen bazı fiber projektif düzlemlerin noktalarını, doğrularını ve incidence yapısını bilgisayar yardımıyla oluşturmak hedeflenmiştir. Çalışmada MATLAB yazılım dili kullanılmış olup, açık kaynak kodları bölümler halinde çalışmaların sonlarına eklendi. Çalışmada MATLAB programını kullanma nedeni olarak matrissel formdaki çalışmalarda çok etkili ve hızlı olması, matematiksel hesaplamalarda çok tercih edilen bir program olması ve uzun döngülere gerek duymadan hesaplamaların yapılabilmesi olarak sıralanabilir.

Birinci bölümde projektif düzlemler ve fiber projektif düzlemler ile ilgili bazı tanımlar ve teoremler verilmiştir.

İkinci bölümün ilk kısmında Galois cisimlerinden elde edilen projektif düzlemlerin C# uygulamasına (Keskin H, 2013), ikinci kısımda ise yine Galois cisminden elde edilmiş projektif düzlemlerin noktalarını, doğrularını ve üzerinde bulunma matrisini veren MATLAB çalışmasına yer verilmiştir.

Üçüncü bölümün ilk kısmında (Kuijken, 1999)'un minimum operatörüne göre fiberleştirdiği 2. mertebeden projektif düzlem için (Keskin H, 2013) tarafından yapılan C# uygulamasına, ikinci kısmında $PG(2,3)$ fiberleştirilmesine ve yine (Keskin H, 2013) tarafından yapılan C# uygulamasına, son kısımda ise (q asal sayı olmak üzere) $PG(2,q)$ projektif düzlemlerinin MATLAB ile fiberleştirilmesine yer verilmiştir.

Sonuç bölümünde, programın yeterlilikleri ve eksik yönlerine değinildi ve bu çalışmayı baz alarak yapılabilecek yeni çalışmalar hakkında öngörülerde bulunulmaya çalışılmıştır.

1.2 Projektif Düzlem Hakkında Temel Kavramlar

Sonlu cisimler

Tanım 1.1 *$F \neq \varnothing$ olmak üzere;*

i. $(F, +)$ *abel grup,*

ii. $F^* = F - \{0\}$ *olmak üzere,* $(F^*, .)$ *abel grup,*

iii. $a.(b + c) = a.b + a.c$ *ve* $(a + b).c = a.c + b.c$ *ise* $(F, +, .)$ *sistemine* ***cisim*** *denir.*

Tanım 1.2 *Verilen her p asal sayısı ve r pozitif tamsayısı için karakteristiği p olan p^r elemanlı bir tek* ***sonlu cisim*** *vardır. Bu cisme mertebesi p^r olan* ***Galois cismi*** *denir ve $q = p^r$ olmak üzere $GF(q)$ ile gösterilir.*

Projektif düzlemler

Önce projektif geometrinin, bu çalışmada geçen, bazı temel kavramlarını kısaca verelim.

Nokta kümesi N, doğru kümesi D olan nokta-doğru geometrisi $\mathcal{P} = (N, D, \circ)$ olsun. $\mathcal{P}$, yaklaşık lineer uzay olsun. Yani $\mathcal{P}$ de farklı iki nokta en fazla bir doğru belirtirken bir doğru üzerinde en az iki nokta vardır. p ve q noktalarının üzerinde bulunduğu ortak doğru $\langle p, q \rangle$ ile gösterilir ve p ile q **doğrudaş** denir. L ve M ortak bir noktada kesişen doğrular ise bu nokta $L \cap M$ ile gösterilip L ve M nin **kesişimi** olarak adlandırılır. (Kuijken L, 1999)

Tanım 1.3 *$\mathcal{N}$ ve $\mathcal{D}$ elemanları sırasıyla noktalar ve doğrular olan ayrık iki küme ve $\mathcal{N} \cap \mathcal{D} = \varnothing$ olsun.* o *da $\mathcal{N} \times \mathcal{D}$ kümesinde bir üzerinde bulunma bağıntısı olmak üzere aşağıdaki P1, P2, P3 aksiyomlarını sağlayan $\mathbb{P} = (\mathcal{N}, \mathcal{D}, \circ)$ sistemine* ***projektif düzlem*** *denir. (Kaya R., 2005).*

P1) $\forall A, B \in \mathcal{N}, A \neq B$ için $A \circ d$ ve $B \circ d$ olacak şekilde bir tek $d \in \mathcal{D}$ doğrusu vardır.

P2) $\forall c, d \in \mathcal{D}$ için $A \circ c$ ve $A \circ d$ olacak şekilde en az bir $A \in \mathcal{N}$ noktası vardır.

P3) Herhangi üçü doğrudaş olmayan dört nokta vardır.

Teorem 1.1 *Bir* $\mathbb{P} = (\mathcal{N}, \mathcal{D}, \circ)$*, projektif düzleminde farklı iki doğru bir tek noktada kesişirler. (Kaya R., 2005)*

Teorem 1.2 *Her sonlu* $\mathbb{P} = (\mathcal{N}, \mathcal{D}, \circ)$ *projektif düzlemi için aşağıdaki koşulları saglayan bir n pozitif tamsayısı vardır. (Bu tam sayıya ilgili projektif düzlemin* ***mertebesi*** *denir.)*

i) $\mathbb{P}$ *nin her doğrusu üzerinde* $n + 1$ *nokta vardır.*

ii) $\mathbb{P}$ *nin her noktasından* $n + 1$ *doğru geçer.*

iii) $\mathbb{P}$ *deki tüm noktaların sayısı* $n^2 + n + 1$ *dir.*

iv) $\mathbb{P}$ *deki tüm doğruların sayısı* $n^2 + n + 1$ *dir. (Kaya R., 2005)*

Teorem 1.3 *K bir cisim ve V, K üzerinde üç boyutlu bir vektör uzayı olsun. V nin tüm bir ve iki alt uzaylarını içeren PG(V) bir projektif düzlemdir.*

$PG(V)$, iki boyutlu olduğundan aynı zamanda $PG(2, K)$ ile gösterilir. Boyuttan dolayı bir boyutlu altuzayları noktalar, iki boyutlu altuzaylara ise doğrular diyeceğiz. Şimdi $PG(V)$ nin özelliklerini inceleyelim.

Birbirinden farklı A ve B noktaları için bu iki noktayı içeren tek bir L doğrusu vardır. Gerçekten de A ve B, V nin birbirinden farklı bir boyutlu iki altuzayıdır ve bunlar tarafından gerilen bir tek iki boyutlu L altuzayı vardır.

Aynı zamanda L ve M doğruları için bu doğrular üzerinde bulunan bir tek A noktası vardır. Gerçekten de L ve M, V nin birbirinden farklı iki boyutlu iki altuzayıdır ve bunlar bir tek bir boyutlu A altuzayında kesişirler.

Son olarak altı farklı doğru belirten dört nokta vardır. Gerçekten de sırasıyla (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1), (1,1,1) vektörleri tarfından üretilen vektör doğrularını alabiliriz. (Akça Z, Bayar A, Ekmekçi S, Maldeghem H.V., 2006)

Galois cisimlerinden elde edilen projektif düzlemler

Teorem 1.4 *Verilen her F cismi için nokta ve doğruları bu cismin elemanlarıyla belirtilebilen bir projektif düzlem vardır. Bu düzlemde*

$$((p^r)^3 - 1)/(p^r - 1) = (p^r)^2 + (p^r) + 1$$

nokta vardır. Bu da düzlemin mertebesinin p^r olduğunu gösterir. Yani, her r pozitif tamsayısı ve her p asal sayısı için mertebesi $n = p^r$ olan sonlu bir projektif düzlem vardır. (Kaya R., 2005)

Teorem 1.5 $\mathbb{P} = (\mathcal{N}, \mathcal{D}, \circ)$ *mertebesi p^r (p asal, $r \in \mathbb{Z}^+$) olan sonlu mertebeli bir projektif düzlem olsun ve $\mathbb{P}$ projektif düzleminin nokta ve doğrularını sırasıyla (x_1, x_2, x_3) ve $[a_1, a_2, a_3]$ şeklinde homojen temsille gösterelim. O halde $\mathbb{P}$ düzleminin nokta ve doğruları aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;*

$$\begin{aligned}
\mathcal{N} &= (0,0,1) \cup \{(0,1,x_3) | x_3 \in GF(q)\} \cup \{(1,x_2,x_3) | x_2, x_3 \in GF(q)\} \\
\mathcal{D} &= [0,0,1] \cup \{[0,1,a_3] | a_3 \in GF(q)\} \cup \{[1,a_2,a_3] | a_2, a_3 \in GF(q)\} \\
\circ &: (x_1,x_2,x_3) \circ [a_1,a_2,a_3] \Longleftrightarrow a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = 0
\end{aligned}$$

Tanım 1.4 $r_{ij} = r_{(N_i,d_j)} = \begin{cases} 0, & N_i \notin d_j \\ 1, & N_i \in d_j \end{cases}$ *olmak üzere; r_{ij} değerine N_i noktasının d_j doğrusu üzerinde bulunma değeri, buradaki matrise de üzerinde bulunma matrisi denir. (Batten,1986)*

Tanım 1.5 *Verilen F cismi için; $a_1, a_2, a_3 \in F$, $P = [a_1, a_2, a_3]$ ve $x_1, x_2, x_3 \in F$, $L = [x_1, x_2, x_3]$ biçimindeki matrisler olsun; $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = m$, $m \in F$; şeklindeki matrissel çarpıma iç çarpım denir. Birden çok vektörün iç çarpımını resmeden matrise de iç çarpım matrisi denir.*

1.3 Fiber Projektif Düzlemler Hakkında Temel Kavramlar

Bulanık kümeler

Tanım 1.6 λ ***bulanık (fuzzy) kümesi***, X *kümesi üzerinde*

$$\begin{aligned} \lambda: \quad & X \to [0,1] \\ & x \to \lambda(x) \end{aligned}$$

şeklinde tanımlı dönüşümdür. $\lambda(x)$ *sayısı* x *noktasının* ***üyelik derecesi*** *şeklinde adlandırılır.* X *kümesi üzerindeki* λ *ve* μ *gibi iki fuzzy kümelerinin arakesiti*

$$\begin{aligned} \lambda \wedge \mu: \quad & X \to [0,1] \\ & x \to \lambda(x) \wedge \mu(x) \end{aligned}$$

şeklinde tanımlanan $\lambda \wedge \mu$ *fuzzy kümesidir. Burada,* $\wedge$ ***minimum operatörünü*** *ifade eder. (Kuijken, 1999)*

Fiber Noktalar ve Fiber Doğrular

$\mathcal{P} = (N, D, \circ)$ bir projektif düzlem dolsun. Aşağıda f-nokta ve f-doğru şeklinde kısaca adlandırdığımız fiber doğruları ve fiber noktaları tanımlanmaktadır. (Kuijken L., 1999)

Tanım 1.7 $a \in N$ *ve* $\alpha \in (0,1]$ *olsun.*

$$\begin{aligned} (a,\alpha): \quad N &\to [0,1] \\ a &\to \alpha \\ x &\to 0,\ x \in N \setminus \{a\} \end{aligned}$$

biçiminde tanımlanan (a, α) *sıralı ikilisine* f***-nokta*** *denir. (Kuijken L, 1999)*

Tanım 1.8 *Dual olarak ,* $L \in D$ *ve* $\beta \in (0,1]$ *için*

$$\begin{aligned} (L,\beta): \quad D &\to [0,1] \\ L &\to \beta \\ X &\to 0,\ X \in D \setminus \{L\} \end{aligned}$$

biçiminde tanımlanan (L, β) *sıralı ikilisine* f***-doğru*** *denir. (Kuijken L, 1999)*

Bu tanımlamayla herhangi bir (a, α) f-noktası, $\mathcal{P}$ nin a noktasının sıfırdan farklı bir α üyelik derecesi almış bir noktasıdır. a, (a, α) f-noktasının **taban noktası** olarak adlandırılır. Farklı f-noktaları aynı taban noktasına sahip olabilir.

Dual olarak bir (L, β) f-doğrusu, $\mathcal{P}$ nin L doğrusunun sıfırdan farklı bir β üyelik derecesi almış bir doğrusudur. L ye (L, β) f-doğrusunun **taban doğrusu** denir. Benzer olarak farklı f-doğruları aynı taban doğrusuna sahip olabilir.

Tanım 1.9 *(L, α) ve (M, β) **f-doğrularının arakesit noktası** $(L \cap M, \alpha \wedge \beta)$ şeklinde tanımlı bir tek f-noktasıdır. (Kuijken, 1999).*

*(a, λ) ve (b, β) **f-noktalarının gerdiği f-doğrusu** $(\langle a, b \rangle, \lambda \wedge \beta)$ şeklinde tanımlanır ve bu doğru tektir (Kuijken, 1999).*

Tanım 1.10 *$\mathcal{P} = (N, D, \circ)$ bir projektif düzlem olsun. N, $\mathcal{P}$ nin sıfırdan farklı en az bir taban noktasına sahip olan noktalar kümesi ve D, $\mathcal{P}$ nin sıfırdan farklı en az bir taban doğrusuna sahip olan doğrular kümesi olsun. Eğer aşağıdaki iki koşul sağlanırsa (N, D) yapısına bir **fiber projektif düzlem** denir ve $\mathcal{FP}$ ile gösterilir. (Kuijken, 1999).*

F1) Farklı taban noktalarından oluşan her f-nokta çifti yalnız bir f-doğrusunu gerer.

F2) Farklı taban doğrularından oluşan her f-doğru çifti yalnız bir f-noktasında kesişir.

Tanım 1.11 *f- noktalarının her bir çifti aynı f- doğrusunu gererse bu f-noktalar kümesine **doğrudaş fiber noktalar** denir (Kuijken, 1999).*

Tanım 1.12 *İkişer ikişer aynı bir f-noktada kesişen f-doğrulara **noktadaş f-doğrular** ya da **kesişen f-doğrular** denir (Kuijken, 1999).*

$\mathcal{P}$ projektif düzlemi, $\mathcal{FP}$ nin **taban düzlemi** olarak adlandırılır. Aşağıdaki yolla bir fiber projektif düzlem üretilir. $N' \subseteq N$ ve $D' \subseteq D$ olsun. $N' \cup D'$ yü içeren tek kapalı konfigürasyon $N \cup D$ olacak şekilde, $N' \cup D'$ nün her bir x elemanı için $]0, 1]$ in bir keyfi $\sum_x$ boş olmayan alt kümesini seçelim, bu alt kümenin elemanlarına x in **başlangıç değerleri** denir. $\mathcal{FP}$ aşağıdaki gibi bir fiber projektif düzlem olarak tanımlanır. Her bir $x \in N' \cup D'$

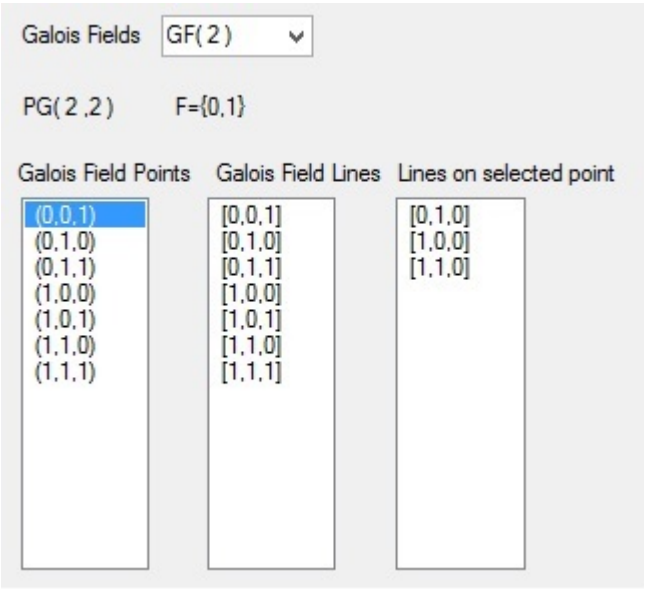
ve her bir $\alpha \in \sum_x$ için (x, α) elemanı $\mathcal{FP}$ ye aittir. Bu oluşumun ilk adımıdır. Şimdi i. adımını tanımlayalım, $i > 1$ için elde ettiğimiz f-noktalarının herhangi bir çifti bu çiftle gerilmiş f-doğrusu da tanımla $\mathcal{FP}$ ye aittir. Dual olarak, f-doğrularının herhangi bir çifti için kesişim $\mathcal{FP}$ ye aittir. Sonlu sayıda adımla bu yolla oluşturulmuş bütün f doğruların ve noktaların kümesi, bir fiber projektif düzlem oluşturmak için kullanılır. Anlaşılıyor ki her fiber projektif düzlem yukarıda olduğu gibi inşa edilebilir. Aslında, herbir elaman için onun bütün denk değerleri başlangıç değerleri olarak her zaman alınabilir. Her $x \in N \cup D$ için $\sum_x$ bir tek küme olsun. Eğer $N' = N$ ve $D' = \varnothing$ ise fiber projektif düzlem **mono-point-generated** olarak adlandırılır. Eğer $N' = N$ ve $D' = D$ ise o zaman fiber projektif düzlem **mono-generated** olarak adlandırılır. $\mathcal{FP}$ sıradan bir projektif düzlemin her nokta ve doğrusuna $]0, 1]$ değerler kümesinden değer verilerek elde edilen bir projektif düzlem olarak düşünülebilir. (Kuijken, 1999)

2. GALOİS CİSİMLERİNDEN ELDE EDİLEN PROJEKTİF DÜZLEMLER

Bu bölümde, ilk olarak Bölüm 1 deki teoremde yer alan mertebesi p^r olan sonlu bir projektif düzlemin nokta, doğru kümeleri ve üzerinde bulunma bağıntısıyla ilgili (Keskin H, 2013)'ün .Net Platformunda C# yazılım dili kullanarak yapmış olduğu uygulama incelenmiştir. Daha sonra ise Galois cisimlerinden elde edilmiş projektif düzlemlerin nokta, doğru, nokta ve doğruların (mod q)'ya göre iç çarpım matrisine ve üzerinde bulunma matrisini veren MATLAB çalışmasına yer verilmiştir.

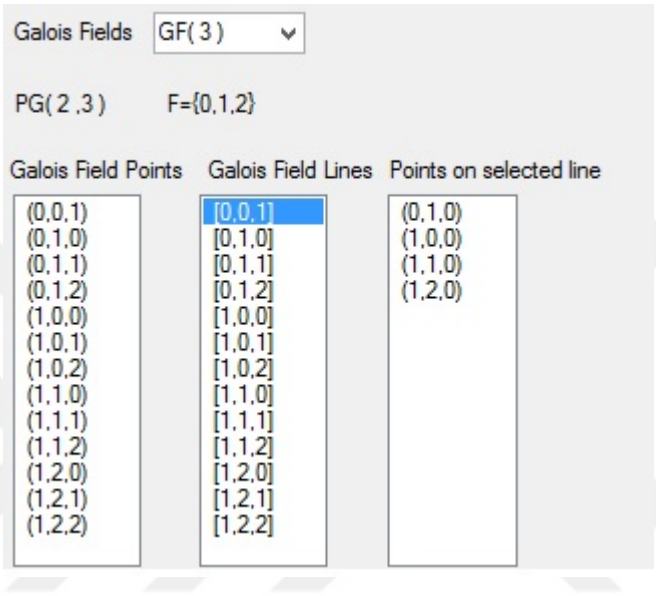
2.1 C# ile Projektif Düzlem Uygulaması

İlk olarak mertebesi p^r olan sonlu bir projektif düzlemin nokta ve doğru kümeleri hakkında .Net platformunda C# yazılım dili kullanılarak yapılan çalışmanın sayfa görüntüsüne yer verilmiştir. Şekil 2.1 de programın üst kısmında görüldüğü üzere $GF(2)$ cisminden elde edilen projektif düzlem seçilmiş ve alt kısımlarında cismin elemanları, noktaları ve doğruları listelenmiştir. İkinci adımda ise listelenen nokta kümesinden ilk nokta seçilmiş ve "lines on selected point" kısmında bu nokta üzerinden geçen 3 doğru belirmiştir. Bu işlem farklı noktalar için denendiğinde oluşan doğrular değişmektedir. (Keskin H, 2013)



Şekil 2.1 $PG(2,2)$ Elemanları

Şekil 2.2 de yine programın bir sayfa görüntüsüne yer verilmiştir. Programın üst kısmında görüldüğü üzere $GF(3)$ cisminden elde edilen projektif düzlem seçilmiş ve alt kısımlarında cismin elemanları, noktaları ve doğruları listelenmiştir. İkinci adımda listenen doğru kümesinden ilk nokta seçilmiş ve ”Points on selected line” kısmında bu doğru üzerinde yer alan 4 nokta belirlenmiştir. Bu işlem farklı doğrular için denendiğinde oluşan noktalar değişmektedir. (Keskin H, 2013)



Şekil 2.2 $PG(2,3)$ Elemanları

2.2 MATLAB ile Projektif Düzlem Elde Edilmesi

Bu kısımda, bölüm başında anılan MATLAB kodunun; adım adım nasıl çalıştığı ve elde edilen çıktı ele alınacaktır.

MATLAB Kodu Algoritması

1.ADIM:n asal sayı olmak üzere; $F = \{0, 1, 2..n-1\}$, $P = \{[x_1\ x_2\ x_3] : x_1, x_2, x_3 \in F\ ve\ [x_1\ x_2\ x_3] \neq [0\ 0\ 0]\}$ ve $L = P^T$ olsun. Bu adımda belirtilen şartı sağlayan P ve L kümelerinin bütün elemanları bulunur.

2.ADIM: P ve L nin elemanlarının $(n^3-1) \times (n^3-1)$ formundaki iç çarpım matrisi bulunur.

3.ADIM: Galois cisminin elemanları ile elde edilebilecek bütün 1×3 ya da 3×1 formundaki matrisleri içeren P ve L nin elemanlarından birbirinin λ katı olanlar tespit edilir.

4.ADIM: P ve L nin elemanlarından birbirinin λ katı olanlardan bir tek temsilci seçilir. Böylelikle elde edilen yeni yapının noktalar kümesi N ve doğrular kümesi D ile gösterilecek olursa, N ve D nin elemanları elde edilir.

5.ADIM: Galois cisminden elde edilen projektif düzlemin noktarını temsil eden N ve doğrularını temsil eden D nin elemanlarının iç çarpım matrisi elde edilir.

6.ADIM: Galois cisminden elde edilen projektif düzlemin noktalarını temsil eden N ve doğrularını temsil eden D nin üzerinde bulunma matrisi elde edilir.

Matlab ile Fano Düzleminin Elde Edilmesi

1.ADIM: $F = \{0, 1\}$ olmak üzere; $P = \{[x_1\ x_2\ x_3]; x_1, x_2, x_3 \in F\ ve\ [x_1\ x_2\ x_3] \neq [0\ 0\ 0]\}$, $L = P^T$ olsun. Bu adımda belirtilen şartı sağlayan P ve L kümelerinin bütün elemanları bulunur.

P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
001	010	011	100	101	110	111

L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7
001	010	011	100	101	110	111

Şekil 2.3 $q = 2$ için P ve L nin Elemanları

2.ADIM: P ve L nin elemanlarının (mod 2'ye göre) üzerinde bulunma bağıntısı kullanılarak $(2^3 - 1) \times (2^3 - 1)$ formundaki matris elde edilir.

P\L		L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7
		001	010	011	100	101	110	111
P_1	001	1	0	1	0	1	0	1
P_2	010	0	1	1	0	0	1	1
P_3	011	1	1	0	0	1	1	0
P_4	100	0	0	0	1	1	1	1
P_5	101	1	0	1	1	0	1	0
P_6	110	0	1	1	1	1	0	0
P_7	111	1	1	0	1	0	0	1

Şekil 2.4 $q = 2$ için P ve L nin Elemanlarının İç Çarpım Matrisi

3.ADIM: Galois cisminin elemanları ile elde edilebilecek bütün 1×3 ya da 3×1 formundaki bütün matrisleri içeren P ve L nin elemanlarından birbirinin λ katı olanlar tespit edilir.(Fano Düzlemi için bu adım işlevsizdir. Çünkü birbirinin katı olan P ve L nin elemanı yoktur.)

4.ADIM: P ve L nin elemanlarından birbirinin λ katı olanlardan bir tek temsilci seçilir. Böylece projektif düzlemin noktalarını *N* ve doğrularını *D* ile gösterecek olursak, *N* ve *D* nin elemanları elde edilir. (Fano düzlemi için bu adım işlevsizdir. Çünkü birbirinin katı olan P ve L nin elemanı yoktur.)

5.ADIM: Fano projektif düzlemin noktalarını temsil eden *N* ve doğrularını temsil eden *D* nin elemanlarının iç çarpım matrisi elde edilir.

N\d		d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7
		[001]	[010]	[011]	[100]	[101]	[110]	[111]
N_1	(001)	1	0	1	0	1	0	1
N_2	(010)	0	1	1	0	0	1	1
N_3	(011)	1	1	0	0	1	1	0
N_4	(100)	0	0	0	1	1	1	1
N_5	(101)	1	0	1	1	0	1	0
N_6	(110)	0	1	1	1	1	0	0
N_7	(111)	1	1	0	1	0	0	1

Şekil 2.5 $PG(2,2)$ için Nokta ve Doğruların İç Çarpım Matrisi

6.ADIM: Fano projektif düzlemin noktalarını temsil eden *N* ve doğrularını temsil eden *D* nin üzerinde bulunma matrisi elde edilir.

N\d		d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7
		[001]	[010]	[011]	[100]	[101]	[110]	[111]
N_1	(001)	0	1	0	1	0	1	0
N_2	(010)	1	0	0	1	1	0	0
N_3	(011)	0	0	1	1	0	0	1
N_4	(100)	1	1	1	0	0	0	0
N_5	(101)	0	1	0	0	1	0	1
N_6	(110)	1	0	0	0	0	1	1
N_7	(111)	0	0	1	0	1	1	0

Şekil 2.6 $PG(2,2)$ için Nokta ve Doğruların Üzerinde Bulunma Matrisi

Matlab ile $PG(2,3)$ Düzleminin Elde Edilmesi

1.ADIM: $F = \{0,1,2\}$ olmak üzere; $P = \{[x_1\ x_2\ x_3]; x_1, x_2, x_3 \in F\ ve\ [x_1\ x_2\ x_3] \neq [0\ 0\ 0]\}$, $L = P^T$ olsun. Bu adımda belirtilen şartı sağlayan P ve L kümelerinin bütün elemanları bulunur.

P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{14}	P_{15}	P_{16}	P_{17}	P_{18}	P_{19}	P_{20}	P_{21}	P_{22}	P_{23}	P_{24}	P_{25}	P_{26}
001	002	010	011	012	020	021	022	100	101	102	110	111	112	120	121	122	200	201	202	210	211	212	220	221	222
L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7	L_8	L_9	L_{10}	L_{11}	L_{12}	L_{13}	L_{14}	L_{15}	L_{16}	L_{17}	L_{18}	L_{19}	L_{20}	L_{21}	L_{22}	L_{23}	L_{24}	L_{25}	L_{26}
001	002	010	011	012	020	021	022	100	101	102	110	111	112	120	121	122	200	201	202	210	211	212	220	221	222

Şekil 2.7 $q = 3$ için P ve L nin Elemanları

2.ADIM: P ve L nin elemanlarının üzerinde bulunma bağıntısı kullanılarak bulunan $(3^3 - 1) \times (3^3 - 1)$ formundaki matris elde edilir.

P\L	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7	L_8	L_9	L_{10}	L_{11}	L_{12}	L_{13}	L_{14}	L_{15}	L_{16}	L_{17}	L_{18}	L_{19}	L_{20}	L_{21}	L_{22}	L_{23}	L_{24}	L_{25}	L_{26}
	001	002	010	011	012	020	021	022	100	101	102	110	111	112	120	121	122	200	201	202	210	211	212	220	221	222
P_1	001	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2
P_2	002	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1
P_3	010	0	0	1	1	1	2	2	2	0	0	0	1	1	1	2	2	2	0	0	0	1	1	1	2	2	2
P_4	011	1	2	1	2	0	2	0	1	0	1	2	1	2	0	2	0	1	0	1	2	1	2	0	2	0	1
P_5	012	2	1	1	0	2	2	1	0	0	2	1	1	0	2	2	1	0	0	2	1	1	0	2	2	1	0
P_6	020	0	0	2	2	2	1	1	1	0	0	0	2	2	2	1	1	1	0	0	0	2	2	2	1	1	1
P_7	021	1	2	2	0	1	1	2	0	0	1	2	2	0	1	1	2	0	0	1	2	2	0	1	1	2	0
P_8	022	2	1	2	1	0	1	0	2	0	2	1	2	1	0	1	0	2	0	2	1	2	1	0	1	0	2
P_9	100	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
P_{10}	101	1	2	0	1	2	0	1	2	1	2	0	1	2	0	1	2	0	2	0	1	2	0	1	2	0	1
P_{11}	102	2	1	0	2	1	0	2	1	1	0	2	1	0	2	1	0	2	2	1	0	2	1	0	2	1	0
P_{12}	110	0	0	1	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	0	0	0	2	2	2	0	0	0	1	1	1
P_{13}	111	1	2	1	2	0	2	0	1	1	2	0	2	0	1	0	1	2	2	0	1	0	1	2	1	2	0
P_{14}	112	2	1	1	0	2	2	1	0	1	0	2	2	1	0	0	2	1	2	1	0	0	2	1	1	0	2
P_{15}	120	0	0	2	2	2	1	1	1	1	1	1	0	0	0	2	2	2	2	2	2	1	1	1	0	0	0
P_{16}	121	1	2	2	0	1	1	2	0	1	2	0	0	1	2	2	0	1	2	0	1	1	2	0	0	1	2
P_{17}	122	2	1	2	1	0	1	0	2	1	0	2	0	2	1	2	1	0	2	1	0	1	0	2	0	2	1
P_{18}	200	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
P_{19}	201	1	2	0	1	2	0	1	2	2	0	1	2	0	1	2	0	1	1	2	0	1	2	0	1	2	0
P_{20}	202	2	1	0	2	1	0	2	1	2	1	0	2	1	0	2	1	0	1	0	2	1	0	2	1	0	2
P_{21}	210	0	0	1	1	1	2	2	2	2	2	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	2	2	2	0	0	0
P_{22}	211	1	2	1	2	0	2	0	1	2	0	1	0	1	2	1	2	0	1	2	0	2	0	1	0	1	2
P_{23}	212	2	1	1	0	2	2	1	0	2	1	0	0	2	1	1	0	2	1	0	2	2	1	0	0	2	1
P_{24}	220	0	0	2	2	2	1	1	1	2	2	2	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	2	2	2
P_{25}	221	1	2	2	0	1	1	2	0	2	0	1	1	2	0	0	1	2	1	2	0	0	1	2	2	0	1
P_{26}	222	2	1	2	1	0	1	0	2	2	1	0	1	0	2	0	2	1	1	0	2	0	2	1	2	1	0

Şekil 2.8 $q = 3$ için P ve L nin elemanlarının İç Çarpım Matrisi

3.ADIM: Galois cisminin elemanları ile elde edilebilecek bütün 1×3 ya da 3×1 formundaki bütün matrisleri içeren P ve L nin elemanlarından birbirinin λ katı olanlar tespit edilir.

4.ADIM: P ve L nin elemanlarından birbirinin λ katı olanlardan bir tek temsilci seçilir. Böylece projektif düzlemin noktalarını *N* ve doğrularını *D* ile gösterecek olursak; *N* ve *D* nin elemanları elde edilir.

d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
[001]	[010]	[011]	[012]	[100]	[101]	[102]	[110]	[111]	[112]	[120]	[121]	[122]
N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9	N_{10}	N_{11}	N_{12}	N_{13}
(001)	(010)	(011)	(012)	(100)	(101)	(102)	(110)	(111)	(112)	(120)	(121)	(122)

Şekil 2.9 $PG(2,3)$ için N ve D nin Elemanları

5.ADIM: $PG(2,3)$ projektif düzlemin noktalarını temsil eden *N* ve doğrularını temsil eden *D* nin elemanlarının iç çarpım matrisi elde edilir.

N\d		d_1 [001]	d_2 [010]	d_3 [011]	d_4 [012]	d_5 [100]	d_6 [101]	d_7 [102]	d_8 [110]	d_9 [111]	d_{10} [112]	d_{11} [120]	d_{12} [121]	d_{13} [122]
N_1	(001)	1	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2
N_2	(010)	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	2	2	2
N_3	(011)	1	1	2	0	0	1	2	1	2	0	2	0	1
N_4	(012)	2	1	0	2	0	2	1	1	0	2	2	1	0
N_5	(100)	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
N_6	(101)	1	0	1	2	1	2	0	1	2	0	1	2	0
N_7	(102)	2	0	2	1	1	0	2	1	0	2	1	0	2
N_8	(110)	0	1	1	1	1	1	1	2	2	2	0	0	0
N_9	(111)	1	1	2	0	1	2	0	2	0	1	0	1	2
N_{10}	(112)	2	1	0	2	1	0	2	2	1	0	0	2	1
N_{11}	(120)	0	2	2	2	1	1	1	0	0	0	2	2	2
N_{12}	(121)	1	2	0	1	1	2	0	0	1	2	2	0	1
N_{13}	(122)	2	2	1	0	1	0	2	0	2	1	2	1	0

Şekil 2.10 $PG(2,3)$ için Nokta ve Doğruların İç Çarpım Matrisi

6.ADIM: $PG(2,3)$ projektif düzlemin noktalarını temsil eden *N* ve doğrularını temsil eden *D* nin üzerinde bulunma matrisi elde edilir. (Akca Z., Bayar A. ve Uzun M. M., 2016)

N\d		d_1 [001]	d_2 [010]	d_3 [011]	d_4 [012]	d_5 [100]	d_6 [101]	d_7 [102]	d_8 [110]	d_9 [111]	d_{10} [112]	d_{11} [120]	d_{12} [121]	d_{13} [122]
N_1	(001)	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
N_2	(010)	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
N_3	(011)	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0
N_4	(012)	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
N_5	(100)	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_6	(101)	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
N_7	(102)	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
N_8	(110)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
N_9	(111)	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0
N_{10}	(112)	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
N_{11}	(120)	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
N_{12}	(121)	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
N_{13}	(122)	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1

Şekil 2.11 $PG(2,3)$ için Nokta ve Doğruların Üzerinde Bulunma Matrisi

Yazılan MATLAB kodunda sadece Galois cisminin mertebesi değiştirilerek, asal mertebeye sahip bütün projektif düzlemlerin üzerinde bulunma matrisleri elde edilebilir. Aşağıda örnek olarak $PG(2,5)$ ve $PG(2,7)$ için bulunan üzerinde bulunma matrisleri verilmiştir.

Örnek 2.1 *Verilen algoritmada adım adım nasıl oluşturulduğu anlatılan MATLAB kodu kullanılarak* $PG(2,5)$ *in üzerinde bulunma matrisi aşağıda verilen tablodaki gibi bulunmuştur.*

N\D		d_1 [001]	d_2 [010]	d_3 [011]	d_4 [012]	d_5 [013]	d_6 [014]	d_7 [100]	d_8 [101]	d_9 [102]	d_{10} [103]	d_{11} [104]	d_{12} [110]	d_{13} [111]	d_{14} [112]	d_{15} [113]	d_{16} [114]	d_{17} [120]	d_{18} [121]	d_{19} [122]	d_{20} [123]	d_{21} [124]	d_{22} [130]	d_{23} [131]	d_{24} [132]	d_{25} [133]	d_{26} [134]	d_{27} [140]	d_{28} [141]	d_{29} [142]	d_{30} [143]	d_{31} [144]
N_1	(001)	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
N_2	(010)	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_3	(011)	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
N_4	(012)	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
N_5	(013)	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
N_6	(014)	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
N_7	(100)	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_8	(101)	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_9	(102)	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
N_{10}	(103)	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
N_{11}	(104)	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
N_{12}	(110)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
N_{13}	(111)	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
N_{14}	(112)	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
N_{15}	(113)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
N_{16}	(114)	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
N_{17}	(120)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{18}	(121)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
N_{19}	(122)	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
N_{20}	(123)	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
N_{21}	(124)	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
N_{22}	(130)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
N_{23}	(131)	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
N_{24}	(132)	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
N_{25}	(133)	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
N_{26}	(134)	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
N_{27}	(140)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{28}	(141)	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
N_{29}	(142)	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
N_{30}	(143)	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
N_{31}	(144)	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0

Şekil 2.12 $PG(2,5)$ de Nokta ve Doğrular için Üzerinde Bulunma Matrisi

Örnek 2.2 *Verilen algoritmada adım adım nasıl oluşturulduğu anlatılan MATLAB kodu kullanılarak* $PG(2,7)$ *nin 57 nokta ve 57 doğrusuna ait üzerinde bulunma matrisi aşağıda verilen Şekil 2.13 ve Şekil 2.14 gibi bulunmuştur. Şekil sayfaya sığmadığı için iki parça halinde verilmiştir.*

N\d	d_1 [001]	d_2 [010]	d_3 [011]	d_4 [012]	d_5 [013]	d_6 [014]	d_7 [015]	d_8 [016]	d_9 [100]	d_{10} [101]	d_{11} [102]	d_{12} [103]	d_{13} [104]	d_{14} [105]	d_{15} [106]	d_{16} [110]	d_{17} [111]	d_{18} [112]	d_{19} [113]	d_{20} [114]	d_{21} [115]	d_{22} [116]	d_{23} [120]	d_{24} [121]	d_{25} [122]	d_{26} [123]	d_{27} [124]	d_{28} [125]
N_1 ⟨001⟩	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
N_2 ⟨010⟩	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_3 ⟨011⟩	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
N_4 ⟨012⟩	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_5 ⟨013⟩	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
N_6 ⟨014⟩	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
N_7 ⟨015⟩	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
N_8 ⟨016⟩	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
N_9 ⟨100⟩	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{10} ⟨101⟩	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
N_{11} ⟨102⟩	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
N_{12} ⟨103⟩	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
N_{13} ⟨104⟩	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
N_{14} ⟨105⟩	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
N_{15} ⟨106⟩	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
N_{16} ⟨110⟩	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{17} ⟨111⟩	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
N_{18} ⟨112⟩	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
N_{19} ⟨113⟩	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{20} ⟨114⟩	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
N_{21} ⟨115⟩	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
N_{22} ⟨116⟩	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
N_{23} ⟨120⟩	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{24} ⟨121⟩	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
N_{25} ⟨122⟩	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
N_{26} ⟨123⟩	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
N_{27} ⟨124⟩	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
N_{28} ⟨125⟩	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
N_{29} ⟨126⟩	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
N_{30} ⟨130⟩	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
N_{31} ⟨131⟩	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
N_{32} ⟨132⟩	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
N_{33} ⟨133⟩	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
N_{34} ⟨134⟩	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
N_{35} ⟨135⟩	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
N_{36} ⟨136⟩	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
N_{37} ⟨140⟩	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{38} ⟨141⟩	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
N_{39} ⟨142⟩	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{40} ⟨143⟩	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
N_{41} ⟨144⟩	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
N_{42} ⟨145⟩	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
N_{43} ⟨146⟩	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
N_{44} ⟨150⟩	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{45} ⟨151⟩	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
N_{46} ⟨152⟩	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
N_{47} ⟨153⟩	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
N_{48} ⟨154⟩	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{49} ⟨155⟩	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
N_{50} ⟨156⟩	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
N_{51} ⟨160⟩	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
N_{52} ⟨161⟩	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
N_{53} ⟨162⟩	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
N_{54} ⟨163⟩	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
N_{55} ⟨164⟩	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
N_{56} ⟨165⟩	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
N_{57} ⟨166⟩	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Şekil 2.13 $PG(2,7)$ de Nokta ve Doğrular için Üzerinde Bulunma Matrisi

N\d	d_{29} [126]	d_{30} [130]	d_{31} [131]	d_{32} [132]	d_{33} [133]	d_{34} [134]	d_{35} [135]	d_{36} [136]	d_{37} [140]	d_{38} [141]	d_{39} [142]	d_{40} [143]	d_{41} [144]	d_{42} [145]	d_{43} [146]	d_{44} [150]	d_{45} [151]	d_{46} [152]	d_{47} [153]	d_{48} [154]	d_{49} [155]	d_{50} [156]	d_{51} [160]	d_{52} [161]	d_{53} [162]	d_{54} [163]	d_{55} [164]	d_{56} [165]	d_{57} [166]
N_1 (001)	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
N_2 (010)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_3 (011)	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
N_4 (012)	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
N_5 (013)	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
N_6 (014)	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
N_7 (015)	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
N_8 (016)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
N_9 (100)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{10} (101)	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
N_{11} (102)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
N_{12} (103)	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
N_{13} (104)	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
N_{14} (105)	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
N_{15} (106)	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
N_{16} (110)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
N_{17} (111)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
N_{18} (112)	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
N_{19} (113)	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
N_{20} (114)	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
N_{21} (115)	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
N_{22} (116)	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
N_{23} (120)	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{24} (121)	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
N_{25} (122)	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
N_{26} (123)	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
N_{27} (124)	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
N_{28} (125)	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
N_{29} (126)	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
N_{30} (130)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{31} (131)	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
N_{32} (132)	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
N_{33} (133)	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
N_{34} (134)	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
N_{35} (135)	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
N_{36} (136)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
N_{37} (140)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
N_{38} (141)	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
N_{39} (142)	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
N_{40} (143)	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
N_{41} (144)	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
N_{42} (145)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
N_{43} (146)	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
N_{44} (150)	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{45} (151)	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
N_{46} (152)	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
N_{47} (153)	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
N_{48} (154)	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
N_{49} (155)	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
N_{50} (156)	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
N_{51} (160)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N_{52} (161)	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
N_{53} (162)	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
N_{54} (163)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
N_{55} (164)	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
N_{56} (165)	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
N_{57} (166)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Şekil 2.14 $PG(2,7)$ de Nokta ve Doğrular için Üzerinde Bulunma Matrisi

Yukarıda $GF(2)$, $GF(3)$, $GF(5)$ ve $GF(7)$ için yapılan uygulama benzer şekilde q asal sayı olmak üzere bütün $GF(q)$ lar için yapılabilir.

Programda kullanılan kodlar aşağıdaki çizelgede verilmiştir. Aşağıda verilen kod yardımıyla, asal metebeye sahip bütün Galois cisimlerinin nokta, doğru, mod q ya göre iç çarpım matrisi ve üzerinde bulunma matrisleri bulunabilir.

```
clear all

mode =3; % Uygulaması yapılacak Galois cisminin Mertebesi buraya yazılır.

kume =mode-1;

x =0:1:kume;

N =size(x,2);

c =0;

for n1 =1:N

for n2 =1:N

for n3 =1:N

c =c+1;

cellz =n1-1;celly =n2-1;cellx =n3-1;

confs_cell{n1,n2,n3}=[cellx celly cellz];

end

end

end

confs_cell =reshape(confs_cell,(kume+1)^3,1);
```

```
for i =1:size(confs_cell,1)

points_all(i,1) =confs_cell{i}(1); points_all(i,2) =confs_cell{i}(2);

points_all(i,3) =confs_cell{i}(3);

end

confs_size_all =size(points_all,1);

points_set = confs_cell; lines_set = confs_cell;

multiplication_matrix =zeros(size(lines_set,1),size(points_set,1));

for d =1:size(lines_set,1)

for n =1:size(points_set,1)

multiplication_matrix(d,n) =mod((lines_set{d}(1)*points_set{n}(1)+

lines_set{d}(2)*points_set{n}(2)+lines_set{d}(3)*points_set{n}(3)),(kume+1));

end

end

multiplication_matrix(2:size(points_all,1),1) =(1:1:size(points_all,1)-1)';

multiplication_matrix(1,2:size(points_all,1)) =(1:1:size(points_all,1)-1);

% kesisim matrisini bul

kcell =1;

for kr =2:size(multiplication_matrix,1);

n =1;

for kc =2:size(multiplication_matrix,1);
```

```
if multiplication_matrix(kr,kc) ==0;

kesisimler(n) =kc-1;

n =n+1;

end

end

crossings_cell{kcell}=[kesisimler];

carpim =1;

for mc =1:size(crossings_cell{kcell},2);

carpim =carpim*crossings_cell{kcell}(mc); carpim =mod(carpim,100001);

end

characters_cell(kcell) =mod(carpim,100001);

kcell =kcell+1;

kesisimler = 0;

end

% write full matrix

fileID =fopen('full_matrix.txt','w');

r =1;

for row =2:size(multiplication_matrix,1);

fprintf(fileID,'%3.0f ',multiplication_matrix(row,1));

tmp(r,1) =multiplication_matrix(row,1); tmp(r,2) =characters_cell(row-1); r = r+1;
```

```
fprintf(fileID,'%6.0f ',characters_cell(row-1));

fprintf(fileID,'(%1.0f%1.0f%1.0f) ',points_set{row}(1),points_set{row}(2),

points_set{row}(3));

fprintf(fileID,' ');

for col =2:size(multiplication_matrix,1);

fprintf(fileID,'%1.0f ',multiplication_matrix(row,col));

end

fprintf(fileID,'\n');

end

% % sort full matrix (NEW)

tmp2 =unique(tmp(:,2));

r =1;

for i =1:size(tmp2,1)

for j =1:size(tmp,1)

if tmp2(i) == tmp(j,2)

reduced(r,1) = tmp(j,1); reduced(r,2) = tmp(j,2);

r =r+1;

break

end

end
```

```
        end

        reduced = sort(reduced(:,1));

        reduced =reduced+1;

        % write reduced matrix

        fileID =fopen('reduced_matrix.txt','w');

        for i =1:size(reduced,1);

        fprintf(fileID,'%3.0f ',multiplication_matrix(reduced(i),1));

        fprintf(fileID,'%6.0f ',characters_cell(reduced(i)-1));

        fprintf(fileID,'(%1.0f%1.0f%1.0f)
',points_set{reduced(i)}(1),points_set{reduced(i)}(2),

        points_set{reduced(i)}(3));

        fprintf(fileID,' ');

        for col =reduced;

        fprintf(fileID,'%1.0f ',multiplication_matrix(reduced(i),col));

        end

        fprintf(fileID,'\n');

        end

        % reduced =reduced+1;

        for i =1:size(reduced,1);

        fprintf(fileID,'%3.0f ',multiplication_matrix(reduced(i),1));
```

```
        fprintf(fileID,'%6.0f ',characters_cell(reduced(i)-1));

        fprintf(fileID,'(%1.0f%1.0f%1.0f)
',points_set{reduced(i)}(1),points_set{reduced(i)}(2),

        points_set{reduced(i)}(3));

        fprintf(fileID,' ');

        for col =reduced;

        fprintf(fileID,'%1.0f ',multiplication_matrix(reduced(i),col));

        reduced_matrix(d,:) =multiplication_matrix(reduced(i),col); d = d + 1;

        end

        fprintf(fileID,'%6.3f ',multiplication_matrix(reduced(i),1)/1000);

        fprintf(fileID,'%6.3f',allweight(i,:) );

        fprintf(fileID,'\n');

        end

        %write final matrix

        fileID =fopen('tmp.txt','w');

        for i =1:size(reduced,1);

        for col =reduced;

        fprintf(fileID,'%1.0f ',multiplication_matrix(reduced(i),col));

        end

        fprintf(fileID,'\n');
```

```
end

I =load('tmp.txt'); [m,n] =size(I); S =zeros(m,n);

for i =1:m

for j =1:n

if I(i,j) == 0

S(i,j) =1;

elseif I(i,j) ~= 0

S(i,j) =0;

end

end

end

fileID =fopen('zero_one_matrix.txt','w');

for i =1:size(S,1);

fprintf(fileID,' ');

for col =1:size(S,2);

fprintf(fileID,'%1.0f ',S(i,col));

end

fprintf(fileID,'\n');

end

delete('tmp.txt')
```

3. MATLAB PROGRAMIYLA $PG(2,Q)$ DÜZLEMLERİNİN FİBER VERSİYONU

Bu bölümde, asal mertebeye sahip $PG(2,q)$ düzlemlerinin minimum operatörü ile fiberleştirilmesi ele alınmıştır. Aşağıda ilk olarak $PG(2,2)$ düzleminin 7 noktası için Kuijken tarafından yapılmış olan örneğe ve $PG(2,3)$ düzleminin minimum operatörüyle fiberleştirilmesine (Keskin H, 2013), ikinci aşamada anılan örneklerin .Net Paltformunda C# ile yapılan uygulamasına (Keskin H, 2013), son olarak da $PG(2,q)$ düzlemlerinin nokta, doğru ve üzerinde bulunma yapısının noktaları ve doğruları üyelik dereceleri cinsinden MATLAB ile elde edilmesine yer verilmiştir.

3.1 Fano Düzleminin Fiberleştirilmesi

Örnek 3.1 *$\mathcal{F}=PG(2,2)$ düzlemini ele alalım. $\mathcal{F}$ taban düzlemi ile bir mono-point-generated fiber projektif düzlemi inşa edilecektir. $\mathcal{F}$ nin 7 noktası ve 7 doğrusu sırasıyla $\{a,b,c,d,e,f,g\}$ ve $\{A,B,C,D,E,F,G\}$ ile gösterilmektedir. Burada $A=\{a,b,c\}$, $B=\{c,d,e\}$, $C=\{e,f,a\}$, $D=\{a,g,d\}$, $E=\{b,g,e\}$, $F=\{c,g,f\}$, $G=\{b,d,f\}$ dir. 1. adımda P nin noktaları üzerinde $(a\ \ 0,9)$, $(b\ \ 0,8)$, $(c\ \ 0,7)$, $(d\ \ 0,6)$, $(e\ \ 0,3)$, $(f\ \ 0,4)$ ve $(g\ \ 0,5)$ f-noktalarını alalım. Böylece 0,9 0,8 0,7 0,6 0,3 0,4 ve 0,5 sırasıyla **a, b, c, d, e, f** ve **g** taban noktalarının başlangıç değerleridir. İlk oluşumda A doğrusu üzerindeki $(a\ \ 0,9)$, $(b\ \ 0,8)$, $(c\ \ 0,7)$ fiber noktaları taban doğrusu A olan ikişer ikişer farklı fiber doğrular oluşturur. Bu fiber doğruların üyelik dereceleri minimum operatörü kullanılarak $\{0,7\ \ 0,8\}$ olarak bulunur. Benzer şekilde tabanı B doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri $\{0,3\ \ 0,6\}$, tabanı C doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri $\{0,3\ \ 0,4\}$, tabanı D doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri $\{0,5\ \ 0,6\}$, tabanı E doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri $\{0,3\ \ 0,5\}$, tabanı F doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri $\{0,4\ \ 0,5\}$, tabanı G doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri $\{0,4\ \ 0,6\}$ dır. 2. aşamada tabanı a,b,c,d,e,f,g noktaları olan fiber noktaların aldığı üyelik dereceleri sırasıyla $\{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\}$, $\{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\}$, $\{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\}$, $\{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\}$, $\{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\}$, $\{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\}$, $\{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\}$ kümeleriyle verilebilir. Bunlar kullanılarak A,B,C,D,E,F,G tabanlı fiber doğruların aldığı üyelik dereceleri sırasıyla $\{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\ \ 0,7\ \ 0,8\}$, $\{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\}$, $\{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\}$, $\{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\}$, $\{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\}$, $\{0,3\ \ 0,4\ \ 0.5\}$, $\{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\}$ kümeleriyle*

verilebilir. 3. aşamada yeni fiber nokta ve doğru oluşmaz. Böylece nokta ve doğruları aşağıda verilen fiber projektif düzlemi oluşturulmuş olur. (Kuijken, 1999)

$a = \{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\ \ 0,9\}$,

$b = \{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\ \ 0,8\}$,

$c = \{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\ \ 0,7\}$,

$d = \{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\}$,

$e = \{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\}$,

$f = \{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\}$,

$g = \{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\}$ *ve*

$A = \{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\ \ 0,7\ \ 0,8\}$,

$B = \{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\}$,

$C = \{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\}$,

$D = \{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\}$,

$E = \{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\}$,

$F = \{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\}$,

$G = \{0,3\ \ 0,4\ \ 0,5\ \ 0,6\}$.

3.2 $PG(2,3)$ Düzleminin Fiberleştirilmesi

$PG(2,3)$ düzleminin 13 noktası için taban değerler atanmış ve bu durumlarda oluşan nokta ve doğruların üyelik dereceleri incelenmiştir.

Örnek 3.2 *$\mathcal{F} = PG(2,3)$ düzlemi klasik projektif düzlem olsun. $\mathcal{F}$ taban düzlemi ile bir mono-point-generated fiber projektif düzlemi inşa edilecektir. $\mathcal{F}$ nin 13 noktası ve 13*

doğrusu sırasıyla $\{a, b, c, d, e, f, g, h, \imath, j, k, l, m\}$ *ve* $\{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M\}$ *ile gösterilmektedir. Burada* $A = \{a, d, g, l\}$, $B = \{a, b, c, k\}$, $C = \{c, h, \imath, l\}$, $D = \{c, d, j, m\}$, $E = \{b, e, j, l\}$, $F = \{c, e, f, g\}$ $G = \{g, \imath, j, k\}$, $H = \{b, g, h, m\}$, $I = \{b, d, f, \imath\}$, $J = \{c, d, j, m\}$, $K = \{d, e, h, k\}$, $L = \{f, k, l, m\}$, $M = \{a, e, \imath, m\}$ *dir. 1. adımda P nin noktaları üzerinde* $(a \;\; 0, 9)$, $(b \;\; 0, 8)$, $(c \;\; 0, 7)$, $(d \;\; 0, 6)$, $(e \;\; 0, 3)$, $(f \;\; 0, 4)$, $(\; g \;\; 0, 45)$, $(\; h \;\; 0, 35)$, $(\imath \;\; 0, 55)$, $(j \;\; 0, 2)$, $(k \;\; 0, 1)$, $(l \;\; 0, 25)$ *ve* $(m \;\; 0, 5)$ *f-noktalarını alalım. Böylece 0,9 0,8 0,7 0,6 0,3 0,4 0,45 0,35 0,55 0,2 0,1 0, 25 ve 0,5 sırasıyla* $a, b, c, d, e, f, g, h, , j, k, l$ *ve* g *taban noktalarının başlangıç değerleridir. İlk oluşumda* A *doğrusu üzerindeki* $(a\, 0, 9)$, $(d\, 0, 6)$, $(g\, 0, 45)$, $(l\, 0, 25)$ *fiber noktaları taban doğrusu* A *olan üçer üçer farklı fiber doğrular oluşturur. Bu fiber doğruların üyelik dereceleri minimum operatörü kullanılarak* $\{0, 25 \;\; 0, 45 \;\; 0, 65\}$ *olarak bulunur. Benzer şekilde tabanı* B *doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri* $\{0, 1 \;\; 0, 7 \;\; 0, 8\}$*, tabanı* C *doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri* $\{0, 25 \;\; 0, 35 \;\; 0, 55\}$*, tabanı* D *doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri* $\{0, 2 \;\; 0, 5 \;\; 0, 6\}$*, tabanı* E *doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri* $\{0, 2 \;\; 0, 25 \;\; 0, 3\}$*, tabanı* F *doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri* $\{0, 3 \;\; 0, 4 \;\; 0, 45\}$ *,tabanı* G *doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri* $\{0, 1 \;\; 0, 2 \;\; 0, 45\}$ *,tabanı* H *doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri* $\{0, 35 \;\; 0, 45 \;\; 0, 5\}$, *tabanı* I *doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri* $\{0, 4 \;\; 0, 55 \;\; 0, 6\}$, *tabanı* J *doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri* $\{0, 2 \;\; 0, 5 \;\; 0, 6\}$, *tabanı* K *doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri* $\{0, 1 \;\; 0, 3 \;\; 0, 35\}$, *tabanı* L *doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri* $\{0, 1 \;\; 0, 25 \;\; 0, 40\}$, *tabanı* M *doğrusu olan fiber doğruların üyelik dereceleri* $\{0, 3 \;\; 0, 5 \;\; 0, 55\}$ *dır. 2. aşamada tabanı* $a, b, c, d, e, f, g, h, \imath, j, k, l, m$ *noktaları olan fiber noktaların aldığı üyelik dereceleri sırasıyla*

$$\{0, 1 \;\; 0, 2 \;\; 0, 25 \;\; 0, 3 \;\; 0, 35 \;\; 0, 4 \;\; 0, 45 \;\; 0, 5 \;\; 0, 55 \;\; 0, 6\},$$

$$\{0, 1 \;\; 0, 2 \;\; 0, 25 \;\; 0, 3 \;\; 0, 35 \;\; 0, 4 \;\; 0, 45 \;\; 0, 5 \;\; 0, 55 \;\; 0, 6\},$$

$$\{0, 1 \;\; 0, 2 \;\; 0, 25 \;\; 0, 3 \;\; 0, 35 \;\; 0, 4 \;\; 0, 45 \;\; 0, 5 \;\; 0, 55 \;\; 0, 6\},$$

$$\{0, 1 \;\; 0, 2 \;\; 0, 25 \;\; 0, 3 \;\; 0, 35 \;\; 0, 4 \;\; 0, 45 \;\; 0, 5 \;\; 0, 55\},$$

$$\{0, 1 \;\; 0, 2 \;\; 0, 25, \;\; 0, 3 \;\; 0, 35 \;\; 0, 4 \;\; 0, 45\},$$

$$\{0, 1 \;\; 0, 2 \;\; 0, 25 \;\; 0, 3 \;\; 0, 35 \;\; 0, 4 \;\; 0, 45\},$$

$$\{0, 1 \;\; 0, 2 \;\; 0, 25 \;\; 0, 3 \;\; 0, 35 \;\; 0, 4 \;\; 0, 45\},$$

$\{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\}$,

$\{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,5\}$,

$\{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\}$,

$\{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\}$,

$\{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,5\ \ 0,55\}$,

$\{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\,0,4\ \ 0,45\ \ 0,5\ \ 0,6\}$.

3. aşamada yeni fiber nokta ve doğru oluşmaz. Böylece nokta ve doğruları aşağıda verilen mono-point-generated fiber projektif düzlemi oluşturulmuş olur. (Keskin H, 2013)

$a = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4,\ \ 0,45\ \ 0,5\ \ 0,55\ \ 0,6\ \ 0,9\}$,

$b = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,5\ \ 0,55\ \ 0,6\ \ 0,8\}$,

$c = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,5\ \ 0,55\ \ 0,6\ \ 0,7\}$,

$d = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,5\ \ 0,55\ \ 0,6\}$,

$e = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\}$,

$f = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\}$,

$g = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\}$,

$h = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\}$,

$i = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,5\ \ 0,55\}$,

$j = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\}$,

$k = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\}$,

$l = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,55\}$,

$m = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,5\ \ 0,6\}$ *ve*

$A = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,5\ \ 0,55\ \ 0,6\}$,

$B = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,5\ \ 0,55\ \ 0,6\ \ 0,7\ \ 0,8\}$,

$C = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,55\}$,

$D = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,5\ \ 0,55\ \ 0,6\}$,

$E = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,55\}$,

$F = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\}$,

$G = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\}$,

$H = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,5\ \ 0,55\ \ 0,6\}$,

$I = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,5\ \ 0,55\ \ 0,6\}$,

$J = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,55\}$,

$K = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\}$,

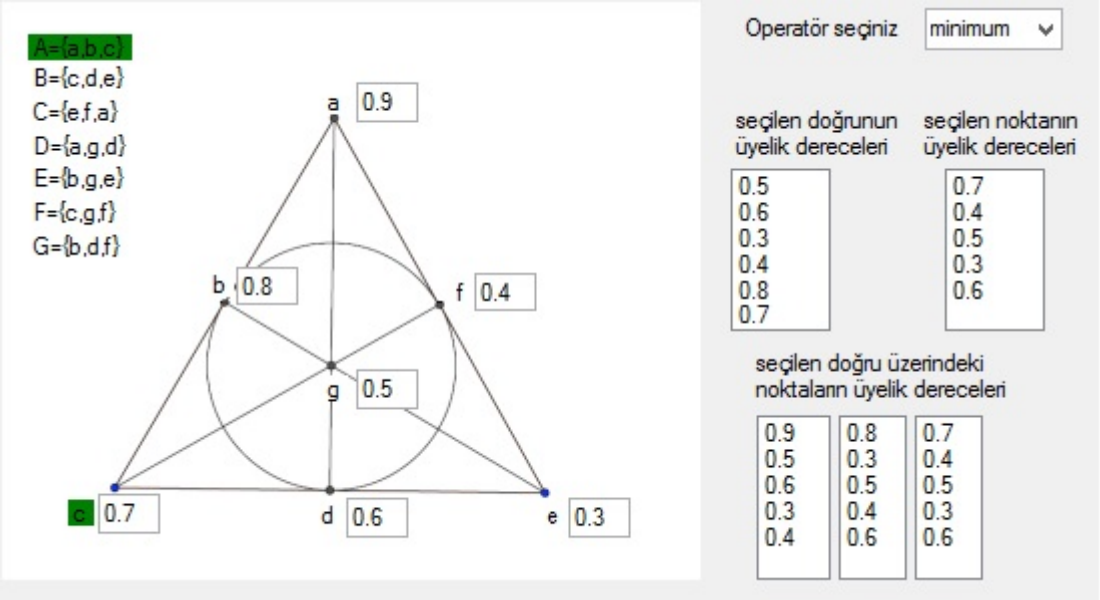
$L = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,55\}$,

$M = \{0,1\ \ 0,2\ \ 0,25\ \ 0,3\ \ 0,35\ \ 0,4\ \ 0,45\ \ 0,55\ \ 0,6\}$.

3.3 C# ile Fano Projektif Düzleminin Fiber Versiyonu

Bu kısımda daha önce Kuijken tarafından minimum operatörü yardımıyla fiberleştirilen Fano düzleminin .Net platformunda C# yazılım dili kullanılarak yapılan çalışmanın sayfa görüntüsüne yer verilmiştir. Şekil 3.1 de; örnek 3.1 de yer alan başlangıç değerleri programa girilmiş ve *c* noktası seçilerek noktanın almış olduğu üyelik dereceleri ”seçilen noktanın üyelik dereceleri” kısmında belirmiştir. Yine *a, b, c* noktalarının üzerinde bulunduğu *A* doğrusu seçilmiş ve ”seçilen doğru üzerindeki noktaların üyelik dereceleri” kısmında sırasıyla *a, b, c* noktalarının üyelik dereceleri ve bu noktalar yardımıyla ”seçilen

doğrunun üyelik dereceleri" kısmında *A* doğrusuna ait üyelik dereceleri belirmiştir. (Keskin H, 2013)

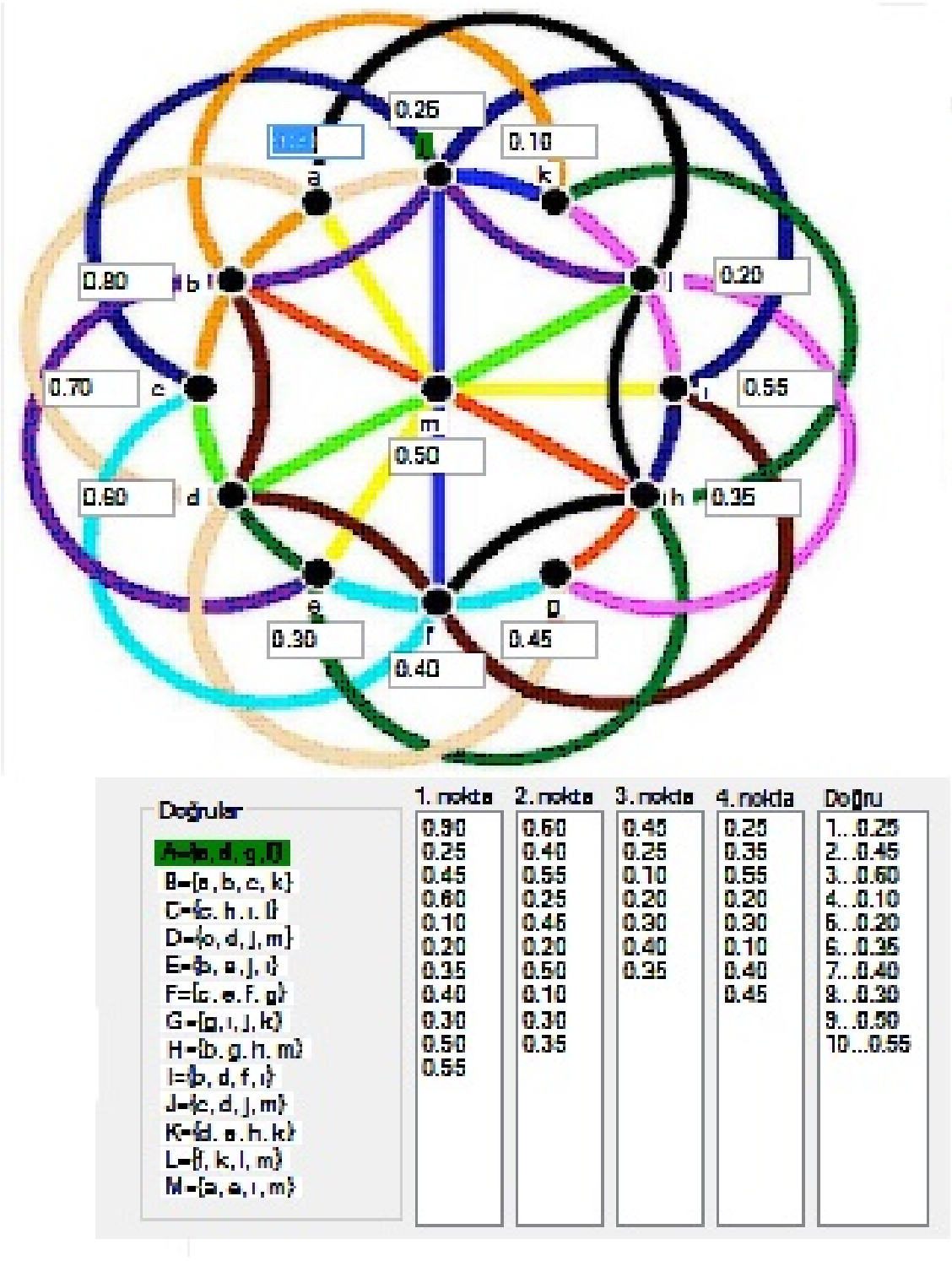


Şekil 3.1 $PG(2,2)$ de A Doğrusu Üyelik Dereceleri

3.4 C# ile $PG(2,3)$ Projektif Düzleminin Fiber Versiyonu

Burada daha önce minimum operatörü yardımıyla fiberleştirilen $PG(2,3)$ düzleminin .Net platformunda C# yazılım dili kullanılarak yapılan çalışmanın sayfa görüntüsüne yer verilmiştir.

Şekil 3.2 de; Örnek 3.2 de yer alan başlangıç değerleri programa girilmiş ve *l* noktası seçilerek noktanın almış olduğu üyelik dereceleri "seçilen nokta" kısmında belirmiştir. Yine *a, d, g, l* noktalarının üzerinde bulunduğu *A* doğrusu seçilmiş ve "1. nokta, 2. nokta, 3. nokta, 4. nokta" kısımlarında sırasıyla *a, d, g, l* noktalarının üyelik dereceleri ve bu noktalar yardımıyla "doğru" kısmında *A* doğrusuna ait üyelik dereceleri belirmiştir. (Keskin H, 2013)



Şekil 3.2 $PG(2,3)$ de A Dogrusu Üyelik Dereceleri

3.5 MATLAB Programıyla $PG(2,q)$ Projektif Düzlemlerinin Fiber Versiyonu

Bu bölümde, bir önceki bölümde $PG(2,q)$ nun nokta, doğru, iç çarpım matrisi ve üzerinde bulunma matrislerinin elde edilmesini sağlayan koda devam edilecek, bölüm başında anılan MATLAB kodunun; adım adım nasıl çalıştığı ve elde edilen çıktılar ele alınacaktır.

MATLAB Kodu Algoritması

1.ADIM: 3. bölümde elde edilen projektif düzlemin noktalarına $]0,1[$ aralığında ilk fiber üyelik dereceleri atanır.

2.ADIM: n. mertebeden bir projektif düzlemin her bir doğrusu üzerindeki (n+1) nokta göz önüne alınır ve bu noktaların ilk fiber üyelik derecelerinin ikili kombinasyonlarına minimum operatörü uygulanarak doğruların ilk fiber üyelik dereceleri bulunur.

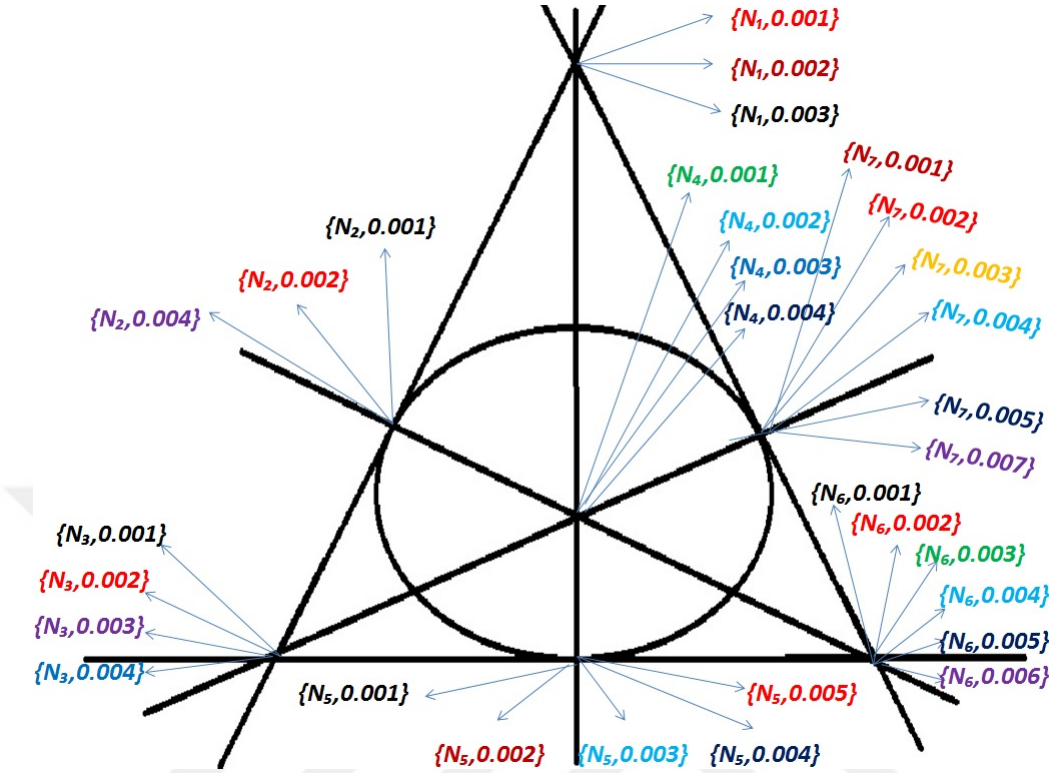
3.ADIM: n. mertebeden bir projektif düzlemin her bir noktasından geçen (n+1) doğru göz önüne alınır ve bu doğruların ilk fiber üyelik derecelerinin ikili kombinasyonlarına minimum operatörü uygulanarak noktaların ikinci fiber üyelik dereceleri bulunur.

4.ADIM: n. mertebeden bir projektif düzlemin her bir doğrusu üzerindeki (n+1) nokta göz önüne alınır ve bu noktaların ikinci fiber üyelik derecelerinin ikili kombinasyonlarına minimum operatörü uygulanarak doğruların ikinci fiber üyelik dereceleri bulunur.

5.ADIM: n. mertebeden bir projektif düzlemin her bir noktasının ilk ve ikinci fiber üyelik derecelerinin birleşiminden noktaların en son fiber üyelik dereceleri bulunur.

6.ADIM: n. mertebeden bir projektif düzlemin her bir doğrusunun ilk ve ikinci fiber üyelik derecelerinin birleşiminden doğruların en son fiber üyelik dereceleri bulunur.

MATLAB Programıyla Fano Projektif Düzleminin Fiber Versiyonu



Şekil 3.3 Fano Düzlemi

1.ADIM: Bir önceki bölümde elde edilen Fano projektif düzlemin 7 noktasına $]0,1[$ aralığında ilk fiber üyelik dereceleri atanır.

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7
(001)	(010)	(011)	(100)	(101)	(110)	(111)
0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007

Şekil 3.4 $PG(2,2)$ de Noktaların İlk Fiber Üyelik Dereceleri

2.ADIM: 2. mertebeden bir projektif düzlemin her bir doğrusu üzerindeki 3 nokta göz önüne alınır ve bu noktaların ilk fiber üyelik derecelerinin ikili kombinasyonlarına minimum operatörü uygulanarak doğruların ilk fiber üyelik dereceleri bulunur.

d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7
[001]	[010]	[011]	[100]	[101]	[110]	[111]
0.002	0.001	0.003	0.001	0.002	0.001	0.003
0.004	0.004	0.004	0.002	0.005	0.006	0.005

Şekil 3.5 $PG(2,2)$ de Doğruların İlk Fiber Üyelik Dereceleri

3.ADIM: 2. mertebeden bir projektif düzlemin her bir noktasından geçen 3 doğru göz önüne alınır ve bu doğruların ilk fiber üyelik derecelerinin ikili kombinasyonlarına minimum operatörü uygulanarak noktaların ikinci fiber üyelik dereceleri bulunur.

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
0.004	0.004	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
		0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
				0.005	0.005	0.005

Şekil 3.6 $PG(2,2)$ de Noktaların İkinci Fiber Üyelik Dereceleri

4.ADIM: 2. mertebeden bir projektif düzlemin her bir doğrusu üzerindeki 3 nokta göz önüne alınır ve bu noktaların ikinci fiber üyelik derecelerinin ikili kombinasyonlarına minimum operatörü uygulanarak doğruların ikinci fiber üyelik dereceleri bulunur.

d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7
[001]	[010]	[011]	[100]	[101]	[110]	[111]
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
				0.005	0.005	0.005

Şekil 3.7 $PG(2,2)$ de Doğruların İkinci Fiber Üyelik Dereceleri

5.ADIM: 2. mertebeden bir projektif düzlemin her bir noktasının ilk ve ikinci fiber üyelik derecelerinin birleşiminden noktaların en son fiber üyelik dereceleri bulunur.

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
0.004	0.004	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
		0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
				0.005	0.005	0.005
					0.006	0.007

Şekil 3.8 $PG(2,2)$ de Noktaların En Son Fiber Üyelik Dereceleri

6.ADIM: 2. mertebeden bir projektif düzlemin her bir doğrusunun ilk ve ikinci fiber üyelik derecelerinin birleşiminden, doğruların en son fiber üyelik dereceleri bulunur.

d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7
0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
				0.005	0.005	0.005
					0.006	

Şekil 3.9 $PG(2,2)$ de Doğruların En Son Fiber Üyelik Dereceleri

MATLAB Programıyla $PG(2,3)$ Projektif Düzleminin Fiber Versiyonu

1.ADIM: Bir önceki bölümde elde edilen projektif düzlemin 13 noktasına $]0,1[$ aralığında ilk fiber üyelik dereceleri atanır.

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9	N_{10}	N_{11}	N_{12}	N_{13}
(001)	(010)	(011)	(012)	(100)	(101)	(102)	(110)	(111)	(112)	(120)	(121)	(122)
0.001	0.003	0.004	0.005	0.009	0.010	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.016	0.017

Şekil 3.10 $PG(2,3)$ de Noktaların İlk Fiber Üyelik Dereceleri

2.ADIM: 3. mertebeden bir projektif düzlemin her bir doğrusu üzerindeki 4 nokta göz önüne alınır ve bu noktaların ilk fiber üyelik derecelerinin ikili kombinasyonlarına minimum operatörü uygulanarak doğruların ilk fiber üyelik dereceleri bulunur.

d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
[001]	[010]	[011]	[012]	[100]	[101]	[102]	[110]	[111]	[112]	[120]	[121]	[122]
0.003	0.001	0.005	0.004	0.001	0.003	0.003	0.001	0.005	0.004	0.001	0.004	0.005
0.009	0.009	0.009	0.009	0.003	0.011	0.010	0.015	0.011	0.010	0.012	0.011	0.010
0.012	0.010	0.014	0.013	0.004	0.014	0.013	0.016	0.013	0.014	0.013	0.012	0.012

Şekil 3.11 $PG(2,3)$ de Doğruların İlk Fiber Üyelik Dereceleri

3.ADIM: 3. dereceden bir projektif düzlemin her bir noktasından geçen 4 doğru göz önüne alınır ve bu doğruların ilk fiber üyelik derecelerinin ikili kombinasyonlarına minimum operatörü uygulanarak noktaların ikinci fiber üyelik dereceleri bulunur.

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9	N_{10}	N_{11}	N_{12}	N_{13}
(001)	(010)	(011)	(012)	(100)	(101)	(102)	(110)	(111)	(112)	(120)	(121)	(122)
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
0.009	0.009	0.009	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
0.010	0.010	0.010	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
0.012	0.011	0.011	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010
0.013	0.012	0.012	0.011	0.012	0.012	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
	0.013	0.013	0.012	0.013	0.013	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
			0.013			0.013		0.013	0.013	0.013	0.013	0.013
									0.014	0.014	0.014	0.014

Şekil 3.12 $PG(2,3)$ de Noktaların İkinci Fiber Üyelik Dereceleri

4.ADIM: 3. mertebeden bir projektif düzlemin her bir doğrusu üzerindeki 4 nokta göz önüne alınır ve bu noktaların ikinci fiber üyelik derecelerinin ikili kombinasyonlarına minimum operatörü uygulanarak doğruların ikinci fiber üyelik dereceleri bulunur.

d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
[001]	[010]	[011]	[012]	[100]	[101]	[102]	[110]	[111]	[112]	[120]	[121]	[122]
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010
0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013
		0.014			0.014		0.014		0.014			

Şekil 3.13 $PG(2,3)$ de Doğruların İkinci Fiber Üyelik Dereceleri

5.ADIM: 3. mertebeden bir projektif düzlemin her bir noktasının ilk ve ikinci fiber üyelik derecelerinin birleşiminden, noktaların en son fiber üyelik dereceleri bulunur.

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9	N_{10}	N_{11}	N_{12}	N_{13}
(001)	(010)	(011)	(012)	(100)	(101)	(102)	(110)	(111)	(112)	(120)	(121)	(122)
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
0.009	0.009	0.009	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
0.010	0.010	0.010	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
0.012	0.011	0.011	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010
0.013	0.012	0.012	0.011	0.012	0.012	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
	0.013	0.013	0.012	0.013	0.013	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
			0.013			0.013		0.013	0.013	0.013	0.013	0.013
									0.014	0.014	0.014	0.014
										0.015	0.016	0.017

Şekil 3.14 $PG(2,3)$ de Noktaların En Son Fiber Üyelik Dereceleri

6.ADIM: 3. mertebeden bir projektif düzlemin her bir doğrusunun ilk ve ikinci fiber üyelik derecelerinin birleşiminden doğruların en son fiber üyelik dereceleri bulunur.

d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
[001]	[010]	[011]	[012]	[100]	[101]	[102]	[110]	[111]	[112]	[120]	[121]	[122]
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010
0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013
		0.014			0.014		0.014		0.014			
							0.015					
							0.016					

Şekil 3.15 $PG(2,3)$ de Doğruların En Son Fiber Üyelik Dereceleri

Örnek 3.3 *Verilen algoritmada adım adım nasıl oluşturulduğu anlatılan MATLAB kodu kullanılarak* $PG(2,5)$ *in nokta ve doğrularının en son fiber üyelik dereceleri aşağıda tablolardaki gibi bulunmuştur.*

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9	N_{10}	N_{11}	N_{12}	N_{13}	N_{14}	N_{15}	N_{16}	N_{17}	N_{18}	N_{19}	N_{20}	N_{21}	N_{22}	N_{23}	N_{24}	N_{25}	N_{26}	N_{27}	N_{28}	N_{29}	N_{30}	N_{31}
(001)	(010)	(011)	(012)	(013)	(014)	(100)	(101)	(102)	(103)	(104)	(110)	(111)	(112)	(113)	(114)	(120)	(121)	(122)	(123)	(124)	(130)	(131)	(132)	(133)	(134)	(140)	(141)	(142)	(143)	(144)
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006
0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008
0.015	0.015	0.015	0.015	0.015	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025
0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026
0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027
0.030	0.029	0.029	0.029	0.029	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028
0.031	0.030	0.030	0.030	0.030	0.029	0.030	0.030	0.030	0.030	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029
0.032	0.031	0.031	0.031	0.031	0.030	0.031	0.031	0.031	0.031	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030
0.033	0.032	0.032	0.032	0.032	0.031	0.032	0.032	0.032	0.032	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031
0.035	0.033	0.033	0.033	0.033	0.032	0.033	0.033	0.033	0.033	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032
0.036	0.034	0.034	0.034	0.034	0.033	0.034	0.034	0.034	0.034	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033
0.037	0.035	0.035	0.035	0.035	0.034	0.035	0.035	0.035	0.035	0.034	0.035	0.035	0.035	0.035	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034
0.038	0.036	0.036	0.036	0.036	0.035	0.036	0.036	0.036	0.036	0.035	0.036	0.036	0.036	0.036	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035
0.040	0.037	0.037	0.037	0.037	0.036	0.037	0.037	0.037	0.037	0.036	0.037	0.037	0.037	0.037	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036
0.041	0.038	0.038	0.038	0.038	0.037	0.038	0.038	0.038	0.038	0.037	0.038	0.038	0.038	0.038	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037
0.042	0.039	0.039	0.039	0.039	0.038	0.039	0.039	0.039	0.039	0.038	0.039	0.039	0.039	0.039	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038
0.043	0.040	0.040	0.040	0.040	0.039	0.040	0.040	0.040	0.040	0.039	0.040	0.040	0.040	0.040	0.039	0.040	0.040	0.040	0.040	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039
	0.041	0.041	0.041	0.041	0.040	0.041	0.041	0.041	0.041	0.040	0.041	0.041	0.041	0.041	0.040	0.041	0.041	0.041	0.041	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040
	0.042	0.042	0.042	0.042	0.041	0.042	0.042	0.042	0.042	0.041	0.042	0.042	0.042	0.042	0.041	0.042	0.042	0.042	0.042	0.041		0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041
	0.043	0.043	0.043	0.043	0.042	0.043	0.043	0.043	0.043	0.042	0.043	0.043	0.043	0.043	0.042	0.043	0.043	0.043	0.043	0.042			0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
					0.043					0.043					0.043					0.043				0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043
																									0.044	0.044	0.044	0.044	0.044	0.044
																										0.045	0.046	0.047	0.048	0.049

Şekil 3.16 $PG(2,5)$ de Noktaların En Son Fiber Üyelik Dereceleri

d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}	d_{16}	d_{17}	d_{18}	d_{19}	d_{20}	d_{21}	d_{22}	d_{23}	d_{24}	d_{25}	d_{26}	d_{27}	d_{28}	d_{29}	d_{30}	d_{31}
(001)	(010)	(011)	(012)	(013)	(014)	(100)	(101)	(102)	(103)	(104)	(110)	(111)	(112)	(113)	(114)	(120)	(121)	(122)	(123)	(124)	(130)	(131)	(132)	(133)	(134)	(140)	(141)	(142)	(143)	(144)
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006
0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008
0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025
0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026
0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027
0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028
0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029
0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030
0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031
0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032
0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033
0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034
0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035
0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036
0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037
0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038
0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039	0.039
0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040
0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041
0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043
				0.044			0.044				0.044				0.044			0.044											0.044	
											0.045																			
											0.046																			
											0.047																			
											0.048																			

Şekil 3.17 $PG(2,5)$ de Doğruların En Son Fiber Üyelik Dereceleri

Örnek 3.4 *Verilen algoritmada adım adım nasıl oluşturulduğu anlatılan MATLAB kodu kullanılarak* $PG(2,7)$ *in nokta ve doğrularının en son fiber üyelik dereceleri aşağıda tablolardaki gibi bulunmuştur.*

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9	N_{10}	N_{11}	N_{12}	N_{13}	N_{14}	N_{15}	N_{16}	N_{17}	N_{18}	N_{19}	N_{20}	N_{21}	N_{22}	N_{23}	N_{24}	N_{25}	N_{26}	N_{27}	N_{28}	N_{29}
(001)	(010)	(011)	(012)	(013)	(014)	(015)	(016)	(100)	(101)	(102)	(103)	(104)	(105)	(106)	(110)	(111)	(112)	(113)	(114)	(115)	(116)	(120)	(121)	(122)	(123)	(124)	(125)	(126)
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008
0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010
0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013
0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049
0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051
0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052
0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053
0.056	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054
0.057	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.055	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055
0.058	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.056	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056
0.059	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.057	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057
0.060	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.058	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058
0.061	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.059	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059
0.063	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.060	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060
0.064	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.061	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061
0.065	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.062	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.062	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062
0.066	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.063	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.063	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063
0.067	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.064	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.064	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064
0.068	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.065	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.065	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065
0.070	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.066	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.066	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066
0.071	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.067	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.067	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067
0.072	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.068	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.068	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068
0.073	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.069	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.069	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.069	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.069
0.074	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.070	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.070	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.070	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.070
0.075	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.071	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.071	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.071	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.071
0.077	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.072	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.072	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.072	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.072
0.078	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.073	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.073	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.073	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.073
0.079	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.074	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.074	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.074	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.074
0.080	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.075	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.075	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.075	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.075
0.081	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.076	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.076	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.076	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.076
0.082	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.077	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.077	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.077	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.077
0.084	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.078	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.078	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.078	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.078
0.085	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.079	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.079	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.079	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.079
0.086	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.080	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.080	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.080	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.080
0.087	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.081	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.081	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.081	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.081
0.088	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.082	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.082	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.082	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.082
0.089	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.083	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.083	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.083	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.083
	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.084	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.084	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.084	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.084
	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.085	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.085	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.085	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.085
	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.086	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.086	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.086	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.086
	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.087	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.087	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.087	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.087
	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.088	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.088	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.088	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.088
							0.089							0.089							0.089							0.089

Şekil 3.18 $PG(2,7)$ de Noktaların En Son Fiber Üyelik Dereceleri

N_{20}	N_{21}	N_{22}	N_{23}	N_{24}	N_{25}	N_{26}	N_{27}	N_{28}	N_{29}	N_{40}	N_{41}	N_{42}	N_{43}	N_{44}	N_{45}	N_{46}	N_{47}	N_{48}	N_{49}	N_{50}	N_{51}	N_{52}	N_{53}	N_{54}	N_{55}	N_{56}	N_{57}
(130)	(131)	(132)	(133)	(134)	(135)	(136)	(140)	(141)	(142)	(143)	(144)	(145)	(146)	(150)	(151)	(152)	(153)	(154)	(155)	(156)	(160)	(161)	(162)	(163)	(164)	(165)	(166)
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008
0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010
0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013
0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049
0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051
0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052
0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053
0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054
0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055
0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056
0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057
0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058
0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059
0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060
0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061
0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062
0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063
0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064
0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065
0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066
0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067
0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068
0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069
0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070
0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071
0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072
0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073
0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074
0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075
0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076
0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077
0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078
0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079
0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080
0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081
0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082
0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.083	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083
0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.084	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084
0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.085	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.085		0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085
0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.086	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.086			0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086
0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.087	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.087				0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087
0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.088	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.088					0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088
						0.089							0.089						0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089
																				0.090	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090
																					0.091	0.092	0.093	0.094	0.095	0.096	0.097

Şekil 3.19 $PG(2,7)$ de Noktaların En Son Fiber Üyelik Dereceleri

d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}	d_{16}	d_{17}	d_{18}	d_{19}	d_{20}	d_{21}	d_{22}	d_{23}	d_{24}	d_{25}	d_{26}	d_{27}	d_{28}	d_{29}
[001]	[010]	[011]	[012]	[013]	[014]	[015]	[016]	[100]	[101]	[102]	[103]	[104]	[105]	[106]	[110]	[111]	[112]	[113]	[114]	[115]	[116]	[120]	[121]	[122]	[123]	[124]	[125]	[126]
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008
0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010
0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013
0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049
0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051
0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052
0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053
0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054
0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055
0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056
0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057
0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058
0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059
0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060
0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061
0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062
0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063
0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064
0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065
0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066
0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067
0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068
0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069
0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070
0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071
0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072
0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073
0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074
0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075
0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076
0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077
0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078
0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079
0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080
0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081
0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082
0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083
0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084
0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085
0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086
0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087
0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088
0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089
						0.090			0.090						0.090						0.090					0.090		
															0.091													
															0.092													
															0.093													
															0.094													
															0.095													
															0.096													

Şekil 3.20 $PG(2,7)$ de Doğruların En Son Fiber Üyelik Dereceleri

d_{50}	d_{51}	d_{52}	d_{53}	d_{54}	d_{55}	d_{56}	d_{57}	d_{58}	d_{59}	d_{60}	d_{61}	d_{62}	d_{63}	d_{64}	d_{65}	d_{66}	d_{67}	d_{68}	d_{69}	d_{50}	d_{51}	d_{52}	d_{52}	d_{54}	d_{56}	d_{56}	d_{57}
[130]	[131]	[132]	[133]	[134]	[135]	[136]	[140]	[141]	[142]	[143]	[144]	[145]	[146]	[150]	[151]	[152]	[153]	[154]	[155]	[156]	[160]	[161]	[162]	[163]	[164]	[165]	[166]
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008
0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010
0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013
0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049
0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051
0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052	0.052
0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053
0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054
0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055
0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056
0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057	0.057
0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058	0.058
0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059
0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060
0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061	0.061
0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062
0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063
0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064
0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065
0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066
0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067
0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068
0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069
0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070
0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071
0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072
0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073
0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074
0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075
0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076
0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077
0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078
0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079
0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080
0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081	0.081
0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082	0.082
0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083
0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084	0.084
0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085
0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086
0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087
0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088
0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089
		0.090																	0.090					0.090			

Şekil 3.21 $PG(2,7)$ de Doğruların En Son Fiber Üyelik Dereceleri

Programda kullanılan kodlar aşağıda verilmiştir.

```
clear all

mode =3;

kume =mode-1;

x =0:1:kume;

N =size(x,2);

c =0;

for n1 =1:N

for n2 =1:N

for n3 =1:N

c =c+1;

cellz =n1-1;celly =n2-1;cellx =n3-1;

confs_cell{n1,n2,n3}=[cellx celly cellz];

end

end

end

confs_cell =reshape(confs_cell,(kume+1)^3,1);

for i =1:size(confs_cell,1)

points_all(i,1) =confs_cell{i}(1); points_all(i,2) =confs_cell{i}(2);...

points_all(i,3) =confs_cell{i}(3);
```

```
end

confs_size_all =size(points_all,1);

points_set = confs_cell; lines_set = confs_cell;

multiplication_matrix =zeros(size(lines_set,1),size(points_set,1));

for d =1:size(lines_set,1)

for n =1:size(points_set,1)

multiplication_matrix(d,n) =mod((lines_set{d}(1)*points_set{n}(1)+...

lines_set{d}(2)*points_set{n}(2)+lines_set{d}(3)*...

points_set{n}(3)),(kume+1));

end

end

multiplication_matrix(2:size(points_all,1),1) =(1:1:size(points_all,1)-1)';

multiplication_matrix(1,2:size(points_all,1)) =(1:1:size(points_all,1)-1);

kcell =1;

for kr =2:size(multiplication_matrix,1);

n =1;

for kc =2:size(multiplication_matrix,1);

if multiplication_matrix(kr,kc) ==0;

kesisimler(n) =kc-1;

n =n+1;
```

```
end

end

crossings_cell{kcell}=[kesisimler];

carpim =1;

for mc =1:size(crossings_cell{kcell},2);

carpim =carpim*crossings_cell{kcell}(mc); carpim =mod(carpim,100001);

end

characters_cell(kcell) =mod(carpim,100001);

kcell =kcell+1;

kesisimler = 0;

end

fileID =fopen('full_matrix.txt','w');

r =1;

for row =2:size(multiplication_matrix,1);

fprintf(fileID,'%3.0f ',multiplication_matrix(row,1));

tmp(r,1) =multiplication_matrix(row,1); tmp(r,2) =characters_cell(row-1);...

r = r+1;

fprintf(fileID,'%6.0f ',characters_cell(row-1));

fprintf(fileID,'(%1.0f%1.0f%1.0f) ',points_set{row}(1),...

points_set{row}(2),points_set{row}(3));
```

```
fprintf(fileID,' ');

for col =2:size(multiplication_matrix,1);

fprintf(fileID,'%1.0f ',multiplication_matrix(row,col));

end

fprintf(fileID,'\n');

end

tmp2 =unique(tmp(:,2));

r =1;

for i =1:size(tmp2,1)

for j =1:size(tmp,1)

if tmp2(i) == tmp(j,2)

reduced(r,1) = tmp(j,1); reduced(r,2) = tmp(j,2);

r =r+1;

break

end

end

end

reduced = sort(reduced(:,1));

reduced =reduced+1;

fileID =fopen('reduced_matrix.txt','w');
```

```
for i =1:size(reduced,1);

fprintf(fileID,'%3.0f ',multiplication_matrix(reduced(i),1));

fprintf(fileID,'%6.0f ',characters_cell(reduced(i)-1));

fprintf(fileID,'(%1.0f%1.0f%1.0f) ',points_set{reduced(i)}(1),...

points_set{reduced(i)}(2),points_set{reduced(i)}(3));

fprintf(fileID,' ');

for col =reduced;

fprintf(fileID,'%1.0f ',multiplication_matrix(reduced(i),col));

end

fprintf(fileID,'\n');

end

l =1;

for i =1:size(reduced)

col =reduced;

line =multiplication_matrix(reduced(i),col);

z =1;

for i =1:size(line,2)

if line(i) == 0

linezeros(z) = reduced(i)-1;

z = z+1;
```

```
end

end

linecombination = nchoosek(linezeros,2);

for r =1:size(linecombination,1)

weight(r) = min(linecombination(r,1)/1000,linecombination(r,1)/1000);

end

[lineweight,order] =unique(weight,'first');

allweight(l,:) = lineweight;

l =l+1;

end

fileID =fopen('first_line_weights.txt','w');

d =1;

% reduced =reduced+1;

for i =1:size(reduced,1);

fprintf(fileID,'%3.0f ',multiplication_matrix(reduced(i),1));

fprintf(fileID,'%6.0f ',characters_cell(reduced(i)-1));

fprintf(fileID,'(%1.0f%1.0f%1.0f) ',points_set{reduced(i)}(1),...

points_set{reduced(i)}(2),points_set{reduced(i)}(3));

fprintf(fileID,' ');

for col =reduced;
```

```
fprintf(fileID,'%1.0f ',multiplication_matrix(reduced(i),col));

reduced_matrix(d,:) =multiplication_matrix(reduced(i),col);...

d = d + 1;

end

fprintf(fileID,'%6.3f ',multiplication_matrix(reduced(i),1)/1000);

fprintf(fileID,'%6.3f',allweight(i,:) );

fprintf(fileID,'\n');

end

fileID =fopen('tmp.txt','w');

for i =1:size(reduced,1);

for col =reduced;

fprintf(fileID,'%1.0f ',multiplication_matrix(reduced(i),col));

end

fprintf(fileID,'\n');

end

I =load('tmp.txt'); [m,n] =size(I); S =zeros(m,n);

for i =1:m

for j =1:n

if I(i,j) == 0

S(i,j) =1;
```

```
elseif I(i,j) ~= 0
S(i,j) =0;
end
end
end
fileID =fopen('zero_one_matrix.txt','w');
for i =1:size(S,1);
fprintf(fileID,' ');
for col =1:size(S,2);
fprintf(fileID,'%1.0f ',S(i,col));
end
fprintf(fileID,'\n');
end
delete('tmp.txt')
fileID =fopen('point_weights.txt','w'); lwc =1;
for col =1:size(reduced_matrix,1)
p =1;
for t =1:size(reduced_matrix(:,1),1)
if reduced_matrix(t,col) == 0
lines_passing_point(p) =t; p =p+1;
```

```
end

end

lppw =1;

for w =lines_passing_point

weights_of_lines_passing_point(lppw,:) = allweight(w,:);...

lppw =lppw+1;

end

single_row_vec = reshape(weights_of_lines_passing_point',1,...

size(weights_of_lines_passing_point,1)*...

size(weights_of_lines_passing_point,2));

ntry = size(single_row_vec,2)-mode;

shifts = [];

for s =1:ntry

m =mod((1-s),mode);

if m ==0

shifts(s) =mode;

else

shifts(s) =m;

end

end
```

```
ci =1; shift =shifts(ci); lw =1;

for h =ci+shift:size(single_row_vec,2)

min_operator(lw) =min(single_row_vec(ci),single_row_vec(h));...

lw =lw+1;

end; line_weights = unique(min_operator);

for ci =2:size(shifts,2)

shift =shifts(ci); lw =1;

for h =ci+shift:size(single_row_vec,2)

min_operator(lw) =min(single_row_vec(ci),single_row_vec(h));...

lw =lw+1;

end

line_weights = unique(horzcat(line_weights,unique(min_operator)));

end

for_next_step1{col}=lines_passing_point; for_next_step2{col}=...

line_weights;

fprintf(fileID,'|'); fprintf(fileID,'%3.0f',lines_passing_point); ...

fprintf(fileID,'|'); fprintf(fileID,'%5.3f',line_weights); ...

fprintf(fileID,'\n');

lines_passing_point_cell{lwc}=lines_passing_point;...

line_weights_cell{lwc}=line_weights; lwc =lwc+1;
```

```
end

fileID =fopen('fiber_weights.txt','w'); lwc =1;

for fi =1:size(line_weights_cell,2)

single_row_vec_fiber = [];

for srvf =lines_passing_point_cell{fi}

single_row_vec_fiber = horzcat(single_row_vec_fiber,...

line_weights_cell{srvf});

end

n =1; fshifts_matrix = [0 0];

for m =lines_passing_point_cell{fi}

kumesize =size(line_weights_cell{m},2);

i =0;

for ks =1:kumesize

fshifts_matrix(n,1) =n; fshifts_matrix(n,2) =kumesize-i;

i =i+1; n =n+1;

end

end

single_row_vec_fiber = single_row_vec_fiber;

shifts_fiber = fshifts_matrix(:,2)';

ci =1; shift =shifts_fiber(ci); lw =1;
```

```
for h =ci+shift:size(single_row_vec_fiber,2)

min_operator_fiber(lw) =min(single_row_vec_fiber(ci),...

single_row_vec_fiber(h)); lw =lw+1;

end; line_weights_fiber = unique(min_operator_fiber);

for ci =2:size(shifts_fiber,2)

shift =shifts_fiber(ci); lw =1;

for h =ci+shift:size(single_row_vec_fiber,2)

min_operator_fiber(lw) =min(single_row_vec_fiber(ci),...

single_row_vec_fiber(h)); lw =lw+1;

end

line_weights_fiber = unique(horzcat(line_weights_fiber,...

unique(min_operator_fiber)));

end

line_weights_fiber_cell{fi} = line_weights_fiber;

fprintf(fileID,'|'); fprintf(fileID,' %3.0f', ...

lines_passing_point_cell{fi}); fprintf(fileID,'|'); ...

fprintf(fileID,'%5.3f ',line_weights_fiber_cell{fi});...

fprintf(fileID,'\n');

end

fileID =fopen('final_line_weights.txt','w');
```

```
d =1;
for i =1:size(reduced,1);
fprintf(fileID,'%3.0f ',multiplication_matrix(reduced(i),1));
fprintf(fileID,'%6.0f ',characters_cell(reduced(i)-1));
fprintf(fileID,'(%1.0f%1.0f%1.0f) ',points_set{reduced(i)}(1),...
points_set{reduced(i)}(2),points_set{reduced(i)}(3));
fprintf(fileID,' ');
for col =reduced;
fprintf(fileID,'%1.0f ',multiplication_matrix(reduced(i),col));
reduced_matrix(d,:) =multiplication_matrix(reduced(i),col); d =...
d + 1;
end
fprintf(fileID,'%6.3f ',multiplication_matrix(reduced(i),1)/1000);
% fprintf(fileID,'%6.3f',allweight(i,:) );
final_line_weights{i} = unique( horzcat(allweight(i,:),...
line_weights_fiber_cell{i}) );
fprintf(fileID,' ' );
fprintf(fileID,'%5.3f ',final_line_weights{i});
fprintf(fileID,'\n');
end
```

```
fileID =fopen('final_point_weights.txt','w'); lwc =1;

for col =1:size(reduced_matrix,1)

p =1;

for t =1:size(reduced_matrix(:,1),1)

if reduced_matrix(t,col) == 0

lines_passing_point(p) =t; p =p+1;

end

end

lppw =1;

for w =lines_passing_point

weights_of_lines_passing_point(lppw,:) = allweight(w,:);...

lppw =lppw+1;

end

single_row_vec = reshape(weights_of_lines_passing_point',1,...

size(weights_of_lines_passing_point,1)*...

size(weights_of_lines_passing_point,2));

ntry = size(single_row_vec,2)-mode;

shifts = [];

for s =1:ntry

m =mod((1-s),mode);
```

```
if m ==0

shifts(s) =mode;

else

shifts(s) =m;

end

end

ci =1; shift =shifts(ci); lw =1;

for h =ci+shift:size(single_row_vec,2)

min_operator(lw) =min(single_row_vec(ci),single_row_vec(h));...

lw =lw+1;

end; line_weights = unique(min_operator);

for ci =2:size(shifts,2)

shift =shifts(ci); lw =1;

for h =ci+shift:size(single_row_vec,2)

min_operator(lw) =min(single_row_vec(ci),single_row_vec(h));...

lw =lw+1;

end

line_weights = unique(horzcat(line_weights,unique(min_operator)));

end

for_next_step1{col}=lines_passing_point; for_next_step2{col}=...
```

```
line_weights;

fprintf(fileID,'|'); fprintf(fileID,'%3.0f',lines_passing_point); ...

fprintf(fileID,'|');

final_point_weights =...

unique( horzcat(multiplication_matrix(reduced(col),1)...

/1000,line_weights) );

fprintf(fileID,'%5.3f ',final_point_weights); fprintf(fileID,'\n');

end
```

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmayı iki kısımda inceleyecek olursak; ilk aşamada MATLAB programı yardımıyla Galois cisminden elde edilen projektif düzlemlerin nokta, doğru, iç çarpım matrisi ve üzerinde bulunma matrisleri elde edildi. İkici kısımda ise yine Galois cisimlerinden elde edilmiş asal mertebeli projektif düzlemlerin fiberleştirilmesi yapıldı.

MATLAB programı yardımıyla, Galois cisminden elde edilmiş, mertebesi asal olan düzlemler ve bu düzlemlerden elde edilmiş fibered projektif düzlemler hakkında istenilen veriler kolaylıkla elde edilebilir hale geldi. Burada MATLAB programının matris işlemlerindeki etkili ve kabiliyetli yapısının yararları görüldü.

Bu çalışmada, asal mertebeli fiber projektif düzlemlerde; fiber nokta üyelik derecelerinin düzlemin mertebesi ile ilişkilendirilebileceği görüldü. Elde edilen n. mertebeden bir fiber projektif düzlemin fiber nokta sayısının, en az $[n(n-1)+1]$, en çok (n^2+2) olduğu gözlemlendi.

Fiber geometri kavramının fuzzy teoriye katkıda bulunmak amacıyla geliştirildiğini (Kuijken L ve Maldeghem, 2002) göz önünde bulundurup, (Akça Z., Bayar A. ve Ekmekçi S., 2006) ve (Ekmekçi S., Akça Z. ve Bayar A., 2009) yaptığı çalışmalar incelendiğinde fuzzy teori ile ilgili çalışmaların bilgisayar ortamına aktarılmasıyla çok ilginç sonuçlar elde edilebileceği düşünülmektedir.

Yapılan çalışma ve elde edilen sonuçlar ışığında; matrissel forma dönüşümü yapılabilecek cebirsel ve projektif yapılarda da MATLAB programı yardımıyla çok ilginç sonuçlar elde edilebileceği hususunda farkındalık oluşturacağı düşünülmektedir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Akca Z., Bayar A., Ekmekçi S. ve Van Maldegem H. 2006, Fuzzy projective spreads of fuzzy projective spaces, Fuzzy Sets and Systems 157, No.24,3237-3247 p.

Akca Z., Bayar A., Ekmekçi S. 2006, On the classification of fuzzy projective lines of fuzzy 3-dimensional projective space, Commun. Fac. Sci. Univ. Ank. Ser. Al Math. Stat. 55, No.2, 17-23 p.

Akca Z., Bayar A. ve Uzun M. M., 2016, A Computer Program to Determine Projective Planes over Galois Fields, International Mathematical Forum, Vol. 11, no. 1, 1 - 9

Bayar A., Ekmekçi S. ve Akca Z. 2008, A note on fibered projective plane geometry, Inform. Sci. 178, No: 4

Batten, L. M. 1997. Combinatorics of finite geometrics.Cambridge University press,Second Edition.11-12 p.

Ekmekçi S., Akca Z. ve Bayar A. 2009, On the classification of fuzzy projective planes of fuzzy 3-dimensional projective space, Chaos Solitions Fractals 40, No.5, 2146-2151 p.

Hirschfeld, J.W.P. 1979, Projective Geometries Over Finite Fields, Clarendon Press,474 p.

Kaya, R. 2005, Projektif Geometri, Osmangazi Üniversitesi Yayınları, 392 s.

Keskin, H.,2013, Projektif Geometri ve Fiber Projektif Geometride C# Uygulamaları Üzerine, Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, 86 s.

Kuijken L.1999, Fuzzy Projective Goemetries, EUSFLAT-ESTYLY Joint Conf.,429-432

Kuijken L, Van Maldegem H. 2002, Fibered Geometries, Discrete Math.255, 259-274 p.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Mehmet Melik UZUN

Uyruğu: T.C

Doğum Yeri, Tarihi: Erzurum, 18.05.1983

Medeni Hali: Evli

İş Adresi: Arifiye Mh. Müftülük Sk. No:2, Odunpazarı- ESKİŞEHİR **E-posta:** mehmetmelik.uzun@tcmb.gov.tr

Eğitim Bilgileri

Doktora:

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik-Bilgisayar Anabilim Dalı (2010-2016)

Yüksek Lisans:

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü (2008-2010)

Lisans

Uludağ Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü (2003-2007)

İş Deneyimi:

TPAO Arama D.B (2011-2012)

Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası, Eskişehir Şubesi (03.05.2012-)

Mehmet Melik UZUN